



Cálculo de una variable. Período Académico 062. G-19. Examen corto #1. Agosto 16 de 2006.

Nombre _____ Código _____

(15 puntos) Encuentre una ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2$, en el punto $P(1, 1)$. Para ello, determine la pendiente m_{PQ} de la recta secante que une $P(1, 1)$ con un punto cercano $Q(x, x^2)$ de la parábola, y encuentre la pendiente m de la recta tangente como el límite de las pendientes de las rectas secantes.

2. 15 puntos) Evalúe el límite, si existe.

a) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x - 1} \right)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$

3. (10 puntos) Encuentre los valores de a y b para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ ax + b & \text{si } -1 < x < 3 \\ -2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

es continua sobre $(-\infty, \infty)$

4. (10 puntos) a) Grafique una función que tenga una discontinuidad por salto en $x = -2$, pero que sea continua desde la derecha en $x = -2$, que tenga una discontinuidad infinita en $x = 1$ y una discontinuidad removible en $x = 3$, y que sea continua en todas las demás partes.

b) Pruebe que la ecuación $\cos x = x$ tiene por lo menos una solución real.