UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES.

SUPLETORIO DEL PRIMER EXAMEN PARCIAL 06 de mayo de 2006

1. (10 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

   (a) Si $|\vec{r}(t)| = c$ (c una constante), entonces $\vec{r}'(t)$ es ortogonal a $\vec{r}(t)$.

   (b) La curva $\vec{r}(t) = (2\text{sen}t, \cos t, 2\text{sen}t)$ está en un plano.

   (c) La recta tangente a la curva de intersección de las superficies $z = 6 - x - x^2 - 2y^2$ y $x = 1$, en el punto (1,2,-4), está dirigida por el vector $\vec{d} = (0, -1, 2)$.

   (d) En el punto (1 2,-3) la función $f(x,y) = x^4y - x^2y^3$ **disminuye** con más rapidez en dirección hacia el origen.

2. (15 puntos) Considere la función $f(x,y) = x - y^2$

   (a) Identifique la curva de nivel que pasa por el punto (3,-1) y utilice el vector $\vec{\nabla} f$ para determinar la ecuación de la recta tangente a la curva de nivel en (3,-1). Dibuje la curva de nivel, la recta tangente y el vector gradiente.

   (b) Obtenga la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto (3,-1,2) de dos formas: i) utilizando la definición de plano tangente a la gráfica de una función de dos variables; ii) utilizando las propiedades de los **gradientes en el espacio**.

3. (15 puntos) En cada uno de los siguientes casos utilice la información que se suministra para calcular la derivada que se pide:

(a) $f(x,y) = \int_{xy}^{x^2} \frac{e^t}{t}\, dt$; $¿\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} =?$

(b) $x^2 + y^2 - z^2 = 2x(y+z)$; $¿\frac{\partial z}{\partial x} =?$

(c) $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$; $¿f_x(0,0) =?$

(d) $z = f(x,y)$, $x = r^2 + s^2$ y $y = 2rs$; $¿\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} =?$

4. (10 puntos) Pruebe que la función $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$ es continua y las derivadas parciales f_x y f_y existen en el origen, pero sus derivadas direccionales en todas las demás direcciones ($\vec{u} = (a,b)$, $a \neq 0$ y $b \neq 0$) **no existen.**