CALCULO EN UNA VARIABLE
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ____ CODIGO ________________

1. (11 ptos)

   a) Calcule la derivada de las siguientes funciones: $h(x) = \frac{(x+1)^4(x-5)^3}{(x-3)^8}$ y $f(x) = x^{\tan x}$.

   b) La arista de un cubo fue estimada en 30 cm, con un error posible en la medición de 0.1 cm. Estime el error relativo al calcular el volumen de dicho cubo. ¿Puede afirmar usted que la aproximación es una sobre o una subestimación?¿Por qué?

2. (18 ptos) Considere la función $f(x) = e^{-x^2}$. Determine

   a) Intervalos de crecimiento de f.

   b) Máximos y mínimos de f, indicando si son de naturaleza local o absoluta.

   c) Intervalos de concavidad y puntos de inflexión de f.

   d) Grafica de la función f, indicando explícitamente los puntos críticos y de inflexión.

3. (14 ptos)

   a) Una escalera de 13 m de largo está apoyada contra una pared cuando su base empieza a resbalarse. En el momento en que la base está a 10 m de la pared, la base se está moviendo a una razón de 5 m/s. ¿A qué razón está cambiando el área del triángulo formado por la escalera, la pared y el suelo en ese momento?

   b) Un trozo de alambre de 16 m de largo se corta en dos partes. Una se dobla para formar un cuadrado y la otra para formar un círculo.¿Dónde debe cortarse el alambre para que el área total encerrada sea mínima? ¿Dónde si se desea el área máxima? En cualquier caso debe argumentar por qué los puntos elegidos maximizan o minimizan el área.

4. (12 ptos)

   a) Encuentre la antiderivada F de la función $f(x) = 5x^4 - 2x^5$, que satisfaga la condición $F(0) = 4$.

   b) Sea P una función cuadrática. Muestre que existe un único punto $x \in [0, 1]$ donde la razón de cambio promedio de P es igual a su razón de cambio instantánea.

   c) Muestre que la función $h(x) = x^{101} + x^{51} + x - 1$ tiene exactamente una raíz real. (Sugerencia: utilice los teoremas del valor intermedio y el criterio de la primera derivada)

5. (Opcional 7 ptos) Halle el área bajo la curva $y = x^3 + x$ sobre el intervalo $[0, 1]$, usando la definición de área como el límite cuando $n \to \infty$ de la suma de las áreas de n rectángulos de aproximación.