

NOMBRE: \_\_\_\_\_

1. (8 puntos) Halle los valores de las constantes  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{4} & \text{si } x < -3 \\ -6x^2 - b & \text{si } -3 \leq x \leq 2 \\ -1 + 2\sqrt{x+7} & \text{si } x > 2 \end{cases} \text{ sea continua en todo su dominio.}$$

2. (6 puntos) Calcule los siguientes límites

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\operatorname{sen} 5x}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right]$

3. (8 puntos) Sean  $f$  y  $g$  dos funciones que satisfacen las condiciones siguientes

$$g(0) = \pi, f(0) = 1, f(1) = -1, f'(0) = 5, g'(0) = 2 \text{ y } f'(1) = 2.$$

Si  $h(x) = \frac{f(f(x))}{\cos(g(x))}$ , determine  $h'(0)$

4. (16 puntos)

a. Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva  $y = \frac{x-1}{x+1}$  que son paralelas a la recta  $x - 2y = 2$

b. Encuentre la pendiente de la curva  $x^3 y^3 + y^2 = x + y$  en el punto  $(1,1)$ .

Luego halle la recta normal a la curva en ese punto. Suponga que  $y$  depende de  $x$ .

5. (12 puntos) Conteste verdadero o falso. **Justificando claramente su respuesta**

a. Es cierto que la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$  es continua en  $x = 0$

b. Es cierto que la gráfica de la función  $g(x) = e^x + x^5 - 3$  tiene al menos un corte con el eje  $x$ .

c. Es cierto que si una función es continua en  $x = 0$ , entonces es diferenciable en  $x = 0$