

CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 5

Profesor: Carlos A Quintero

PRIMER EXAMEN PARCIAL 3 de septiembre de 2009

1) (9 puntos) Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+\Delta x} - \sqrt{x}}{\Delta x}$.

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$.

2) (12 puntos)

a) Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$. Sean a y b dos ceros de f tales que entre a y b no hay otro cero. Demuestre que f , o es positiva o es negativa en el intervalo (a, b) .

b) Justifique por qué $2 \sin x - x \cos x > 0$ para todo x en el intervalo $(0, 2)$.

3) (12 puntos) Considere la función $f(x) = \frac{x-4}{7-x^2}$.

a) Halle los valores de x (si existen) en los cuales f no es continua. Explique.

b) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(0, -\frac{4}{7})$.

c) Determine los puntos (si existen) donde la gráfica de f tiene una recta tangente horizontal.

d) Calcule $f''(0)$.

4) (9 puntos) Halle el valor de la incógnita.

a) $\frac{dy}{dx} = ?$ si $y = x^4 \csc x \cot x$.

b) $\frac{dy}{dx} = ?$ si $y = \cos^2(\sin(\tan(3x^2 + 1)))$.

c) $\frac{dy}{dx}(2, -1) = ?$ si $x^2 y^3 - y^2 + 5 = 0$.

5) (8 puntos) Un depósito cónico (con el vértice abajo) tiene 20 *metros* de diámetro en su parte más alta y tiene 15 *metros* de profundidad. Si se le vierte agua a razón de 4 *metros cúbicos por minuto*, calcule el ritmo de cambio de la profundidad del agua cuando ésta es de 12 *metros*. (recuerde $v_{cono} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$)