

Profesor Michell A. Gómez L.

14 de Septiembre de 2007.

Cálculo de varias variables. Período Académico 072. G-03. Primer parcial.

Nombre _____ Código _____

1. (10 puntos) a) Pruebe que $a_N = \sqrt{\|\mathbf{a}\|^2 - a_T^2}$.

b) Evalúe el límite, si existe, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 2xy^2 + y^2}{x^2 + y^2}$.

2. (12 puntos) a) Utilice las ecuaciones de la recta tangente a la curva $\mathbf{r}(t) = \langle t, \sqrt{25 - t^2}, \sqrt{25 - t^2} \rangle$ en $t_0 = 3$ para aproximar $\mathbf{r}(3.1)$.

b) Exprese \mathbf{a} como combinación lineal de \mathbf{T} y \mathbf{N} en $t_0 = 0$ para la curva plana $\mathbf{r}(t) = b \cos(\omega t)\mathbf{i} + b \sin(\omega t)\mathbf{j}$ donde b y ω son constantes positivas.

3. (12 puntos) a) Halle $f_{xy}(0,0)$ para $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

b) Sea $w = f(x,y)$ en donde $x = r \cos \theta$ y $y = r \sin \theta$. Demuestre que

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial r} \sin \theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\cos \theta}{r}$$

c) Encuentre las primeras derivadas parciales de w por derivación implícita de

$$\cos(xy) + \sin(yz) + wz = 20$$

4. (6 puntos) Utilice la diferencial total para aproximar la cantidad

$$\frac{1 - (3.03)^2}{(5.95)^2} - \frac{1 - 3^2}{6^2}$$

5. (10 puntos) Considere la función $f(x,y) = -9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 29$.

a) Identifique la superficie $z = f(x,y)$. Trace la curva de nivel para $c = 0$ y encuentre un vector normal a dicha curva en el punto $(1,5)$.

b) Calcule la derivada direccional de f en $(3,2)$ en la dirección de $\mathbf{v} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$.