

Octubre 11 de 2005

2 Parcial. Álgebra y funciones.

Grupo 09

Profesor: Carlos Ernesto Ramírez Ovalle

1) Pruebe usando el teorema del factor que el polinomio $5x^3 + 7a^3 - 12a^2x$ es divisible por $x - a$ y luego factorice completamente la expresión. [10 Puntos]

2) Factorice completamente el polinomio $x^3 + (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x + abc$ (sugerencia: Verifique que $(x + a)$, $(x + b)$ y $(x + c)$ son divisores del polinomio) [10 puntos]

3) Determine el valor de k que hace falta para que $p(x) = x^3 + kx^2 - kx + 10$ sea divisible por $x + 3$. [10 puntos]

4) Siendo $f(x) = \frac{1}{1-x}$ y $g(x) = \sqrt{x+5}$ calcule:

Dominio de f y dominio de g [5 puntos]

$f\left(\frac{1}{x}\right)$ [5 puntos]

Dominio $(g \circ f)(x)$ [15 puntos]

5) Suponga que se da la gráfica de f . Describa cómo puede obtenerse la gráfica de las siguientes funciones a partir de la de f :

$$y = -f(x-2) - 2 \quad [5 \text{ puntos}]$$

$$y = -4f(x+2) + 1$$

6) Si $f(x) = 1 + \sqrt[5]{x-2}$ determine f^{-1} (Compruebe su respuesta) [5 puntos]

7) Exprese el área A de un triángulo equilátero como una función de la longitud x de un lado. Obtenga una fórmula para la función descrita e indique cual es su dominio. [15 puntos]

8) Suponga que $z = a + bi$ y $w = c + di$. Pruebe que

$$\frac{z}{z} - \frac{\bar{z}}{z} = \frac{4abi}{a^2 + b^2} \quad [5 \text{ puntos}]$$

9) Cual es el residuo cuando $p(x) = x^{500} + 6x^{201} - x^2 - 2x + 4$ se divide por $x-1$? [5 puntos]

10) Sea $f(x) = \frac{3x-12}{x+1}$. Muestre claramente todas las intersecciones en x y y , así como las asíntotas de la función. Realice un bosquejo de la gráfica. [10 puntos]