

**SEGUNDO EXAMEN PARCIAL** 10 de octubre de 2005

1. (5 puntos) Muestre que la función  $f(x) = 1 + (x - 2)^{\frac{1}{5}}$  es uno a uno y determine  $f^{-1}(x)$
  
2. (10 puntos) En cada uno de los siguientes casos escriba en el espacio en blanco la expresión algebraica que completa el enunciado correctamente. NO puede utilizar calculadora y sus procedimientos deben aparecer en la hoja de respuestas.
  - (a) Si  $\log_4 \sqrt{2} = x$ , entonces  $x =$
  - (b) Si  $\log_{10} 0.1 = x$ , entonces  $x =$
  - (c) Si  $\log_x 8 = -3$ , entonces  $x =$
  - (d) Si  $-\ln(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \ln(x + y)$ , entonces  $y =$
  - (e) Si  $(\log_2 5)(\log_5 7) = \log_2 x$ , entonces  $x =$
  
3. (15 puntos) Considere las funciones  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-\frac{1}{4}}}$ ,  $g(x) = \sqrt{x-2}$  y  $h(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1}$ .
  - (a) Halle el dominio y el rango de la función  $f$
  - (b) Halle el dominio de la función  $g \circ g$
  - (c) Determine los interceptos con los ejes coordenados, las asíntotas y después trace la gráfica de la función  $h$

4. (20 puntos) En cada uno de los siguientes ítems se da la fórmula **incompleta** de alguna función (hay términos constantes sin determinar). Utilice la información suministrada en cada caso sobre la gráfica respectiva, para identificar completamente la función:

(a)  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Su gráfica tiene un mínimo en el punto  $(\frac{1}{2}, -3)$  y pasa por el punto  $(\frac{3}{2}, 0)$ .

(b)  $f(x) = \frac{x}{a}$ . Su gráfica pasa por el punto  $(-3, 8)$ .

(c)  $f(x) = ca^x$ . Su gráfica intercepta el eje de ordenadas en  $y = 3$  y pasa por el punto  $(2, 75)$ .

(d)  $f(x) = \log_a(x - c)$ . Su gráfica intercepta el eje de abscisas en  $x = 3$  y pasa por el punto  $(83, 4)$ .

5. (6 puntos) Del polinomio  $P(x) = 3x^4 - 12x^3 + 27x^2 - 48x + 60$  se sabe que  $P(2 + i) = 0$ . Utilice esta información para factorizar completamente a  $P(x)$ .

6. (4 puntos) Escriba, si es posible, un ejemplo de un polinomio de grado 3 cuyo coeficiente principal sea  $2i$  y cuyas raíces sean los números  $0$ ,  $\sqrt{i}$  y  $-i$ . Debe escribir el polinomio en su forma estándar no factorizada (si no existe un polinomio de este tipo, explique las razones).

NOTA: SE CALIFICA SOBRE 50 PUNTOS.

$(x^2)$   
C