

MATEMATICAS DISCRETAS.
SUPLETORIO SEGUNDO EXAMEN PARCIAL.

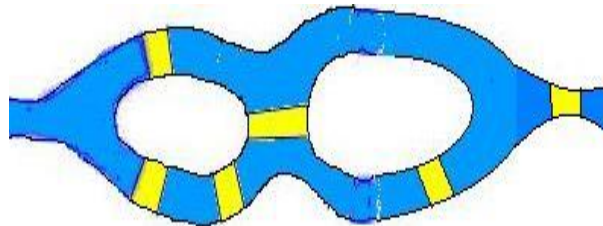
Profesor ANIBAL SOSA

1. (20 pts) En cada una de las siguientes preguntas usted debe justificar adecuadamente sus respuestas:

- (a) ¿Cuántas cadenas de ocho bits contienen
 - i. al menos cuatro unos?
 - ii. bien la cadena 0000 o bien la cadena 111?
- (b) En una red de computadores se tienen seis equipos. Cada computador puede estar conectado a varios equipos o estar desconectado. Demuestre que hay al menos dos computadores en la red con el mismo número de conexiones.
- (c) ¿Cuántas claves de tres letras seguidas de tres dígitos hay que no tengan letras ni dígitos repetidos?
- (d) Sea $V = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$. Defina el grafo bipartito $G = (V = v_1 \cup v_2, E)$ donde $V_1 = \{n \in V/n \text{ es par}\}$, $V_2 = \{n \in V/n \text{ es impar}\}$ y cada vértice de V_1 se conecta por medio de una sola arista con un único vértice de V_2 . ¿Cuántos grafos bipartitos G se pueden definir de esta forma?

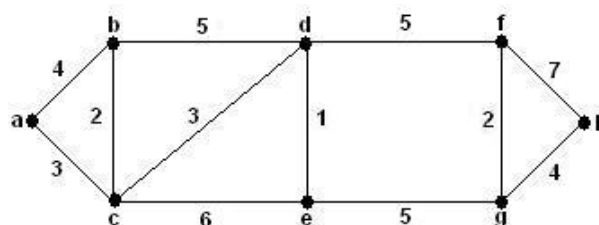
2. (20 pts)

- (a) ¿Pueden cruzarse todos los puentes que se muestran en el dibujo exactamente una vez y volver al punto de partida? Explique su respuesta.



- (b) Dibuje el 4-cubo Q_4 . Calcule el grado de cada vertice y verifique el teorema del apretón de manos. ¿Es posible encontrar un circuito euleriano? Explique. ¿Es posible encontrar un circuito hamiltoniano? Explique.
- (c) Encuentre de ser posible un grafo bipartito completo, que contenga un camino euleriano mas no un circuito euleriano. Justifique su respuesta.
- (d) Pruebe que en cualquier grafo no dirigido de n vértices, existe un número par de vértices de grado impar.
- (e) Construya un grafo isomorfo al grafo C_7 . Justifique su respuesta.

3. (10 pts) Considere el siguiente grafo ponderado,



utilizando el algoritmo de *Dijkstra*, calcule la longitud mínima de un camino entre los vértices a y h . Indique explícitamente después de cada iteración el cambio en las etiquetas de los vértices del grafo, usando una tabla en la que para la i -ésima iteración se muestre el conjunto de vértices distinguidos S y las etiquetas de los vértices de S .