



UNIVERSIDAD ICESI

PRIMER EXAMEN PARCIAL. MATEMÁTICA DISCRETA

Profesor: Carlos Ernesto Ramírez

1. Sean  $A, B$  y  $C$  conjuntos. Usar exclusivamente la definición de igualdad entre conjuntos para demostrar que

$$(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$$

[10 PUNTOS]

2. Algunas veces las instalaciones eléctricas se controlan mediante más de un interruptor. Los circuitos tienen que ser diseñados de modo que al accionar cualquier interruptor de la instalación la luz se encienda si está apagada y se apague si está encendida. Diseñar un circuito que modele esta situación para el caso de dos interruptores. [10 PUNTOS]

3. Demostrar que en un álgebra de Boole  $\mathcal{B}$  se cumple que  $(\forall x \in \mathcal{B})(\forall y \in \mathcal{B})(\overline{x \vee y}) = \overline{x} \wedge \overline{y}$  [10 PUNTOS]

4. a) Sea  $R : A \rightarrow A$  una relación. Probar que si  $R$  es simétrica, entonces  $\overline{R}$  también es simétrica. [3 PUNTOS]

- b) Sea  $\mathbb{R}$  el conjunto de los números reales. Probar que la relación

$$G = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \mid y_2 - y_1 = x_2 - x_1\}$$

es una relación de equivalencia en  $\mathbb{R}^2$ . Calcule  $[(-3, 4)]_G$  y en general  $[(a, b)]_G$  [7 PUNTOS]

5. a) Demostrar que si  $x \in \mathbb{R}$  y  $n \in \mathbb{Z}$  entonces

$$x < n \text{ si y solo si } \lfloor x \rfloor < n \text{ [4 PUNTOS]}$$

- b) Sea  $f : X \rightarrow Y$  una función y  $A, B \subseteq X$ . Demostrar que si  $f$  es inyectiva entonces

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$

[6 PUNTOS]

**TODA RESPUESTA DEBE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA  
NO SE ADMITEN PREGUNTAS DURANTE EL EXAMEN**