



UNIVERSIDAD ICESI

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL. MATEMÁTICA DISCRETA

Profesor: Carlos Ernesto Ramírez

1. a) Sean $g : A \rightarrow B$ y $f : B \rightarrow C$ funciones sobreyectivas. Demostrar que $f \circ g$ es sobreyectiva también. [5 PUNTOS]
- b) Sea $R : A \rightarrow A$ una relación. Demostrar que R es transitiva si y solo si $R^2 \subseteq R$ [5 PUNTOS]

2. a) Sea $A \subseteq \mathbb{Z}$ y sea \mathcal{R} la relación sobre $A \times A$ definida por:

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \text{ si y solo si } a + d = b + c$$

Probar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia y encontrar la clase de equivalencia de $(4, 3)$ [5 PUNTOS]

- b) La relación $\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$ es una relación de equivalencia de el conjunto $S = \{1, 2, 3\}$. Encontrar el conjunto cociente S/\mathcal{R} [5 PUNTOS]
3. a) Sea $T = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ la lista de tareas para realizar un trabajo, de las que se sabe que unas preceden inmediatamente a otras de la siguiente forma:

$$f \leq a, f \leq d, e \leq b, c \leq f, e \leq c, b \leq f, e \leq g, g \leq f$$

Hallar el orden parcial correspondiente (es decir el diagrama de Hasse). ¿Que tareas pueden realizarse independientemente? [5 PUNTOS]

- b) Sea $F(\mathbb{N})$ la colección de todos los subconjuntos finitos de \mathbb{N} . ¿Tiene $(F(\mathbb{N}), \subseteq)$ algún elemento maximal? ¿Tiene algún elemento minimal? [5 PUNTOS]
4. Demostrar que en un álgebra booleana $a + b = b$ si y solo si $a \cdot b = a$ [10 PUNTOS]
5. Se considera un ascensor dotado de un dispositivo de seguridad, para que no puedan viajar niños pequeños ni pesos excesivos. Queremos que el ascensor se ponga en marcha cuando este vacío o con pesos entre 25 y 300 kilos. Dotamos al ascensor de tres sensores: A sensible a cualquier peso, B sensible a pesos mayores de 25 kilos y C sensible a pesos superiores a 300 kilos. Diseñar un circuito que cumpla dichas condiciones. [10 PUNTOS]

TODA RESPUESTA DEBE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADA
NO SE ADMITEN PREGUNTAS DURANTE EL EXAMEN