

**Segundo examen parcial de Matemáticas Discretas (A. Bustamante A., 30 de marzo de 2007)**

Nombre \_\_\_\_\_ Código \_\_\_\_\_

1. (60%, igual valor cada punto)

En cada uno de los puntos siguientes proceda como se le indica en la expresión resaltada. **Se exige justificación en cada punto.**

Ejemplo: **Inserte una palabra** en el texto siguiente, para obtener un enunciado verdadero:

El algoritmo de Dijkstra proporciona la longitud más corta entre dos vértices en un grafo ponderado, simple, conexo.

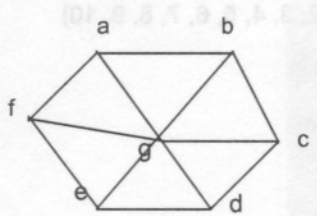
**Solución:** El algoritmo de Dijkstra proporciona la longitud más corta entre dos vértices **dados**, en un grafo ponderado, simple, conexo. **Explicación:** El enunciado original significa que se toman todas las distancias entre cada par de vértices distintos y luego se escoge la menor. Por lo tanto, si entre dos vértices adyacentes la distancia es 1, esta sería la respuesta inmediata.

1.1 **Dibuje, si existe**, un grafo de 4 vértices cuyos grados son 1, 2, 4 y 5.



1.2 **Determine** número de vértices, número de aristas y grado de cada vértice, del grafo completo bipartito  $K_{m,n}$ . Verifique sus resultados para el caso particular  $K_{2,6}$

1.3 El grafo complementario  $G^c$  de un grafo simple  $G$  tiene los mismos vértices que  $G$ . Dos vértices son adyacentes en  $G^c$  si y solo si no son adyacentes en  $G$ . **Dibuje**, al lado de  $G$  en la figura adjunta, su grafo complementario.



**Responda:** si el grafo simple  $G$  tiene  $n$  vértices y  $s$  aristas, ¿Cuántas aristas tiene  $G^c$ ?

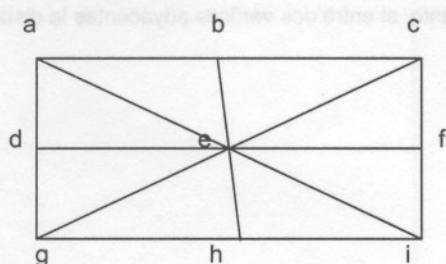
1.4 En un grafo  $G$  cada vértice  $E_1, E_2, \dots, E_{20}$  representa un estudiante de un curso  $X$ . Además, existe la arista  $e_{ij}$  si y solo si los estudiantes  $E_i$  y  $E_j$  se conocieron antes del curso. **Pruebe** que el número de estudiantes que se conocían con un número impar de estudiantes antes del curso no puede ser 5.

1.5 **Dibuje** dos grafos no isomorfos, tales que cada uno tiene sólo dos vértices, ambos de grado 3.

¿Qué invariante no se conserva?

1.6 **Describa** el proceso para determinar el número de caminos de longitud  $n$  entre dos vértices de un grafo, mediante la matriz de adyacencia.

1.7 Si el grafo adjunto contiene un camino de Hamilton, **determínelo**. Si no lo tiene, **argumente** por qué no existe uno.



1.8 ¿**Cuántos** enteros se deben escoger del conjunto  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$  para asegurar que al menos una pareja de ellos suma 16?

1.9 **Pruebe** que si se sacan al azar 6 números del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  por lo menos dos de ellos suman 11.



1.10 **Determine** el menor número de códigos de área necesarios para garantizar que los 25 millones de teléfonos de un país tienen números distintos. Suponga que los números de teléfono tienen el formato  $NXX-NXX-XXXX$  donde los tres primeros dígitos forman el código de área,  $N$  representa un dígito del 2 al 9, ambos inclusive, y  $X$  representa un dígito cualquiera. **No se acepta respuesta sin argumento justificativo.**