UNIVERSIDAD ICESI — Departamento de Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L. 8 de Septiembre de 2008.

Álgebra lineal. Período Académico 082. G-17. Primer parcial.

Nombre ________________________________ Código __________

1. (10 puntos) Suponga que los tres puntos $(1, -5)$, $(-1, 1)$ y $(2, 7)$ están en la parábola $p(x) = ax^2 + bx + c$. Escriba un sistema lineal que permita hallar a, b y c. **No** lo resuelva. Determine si $a = 5$, $b = -3$ y $c = -7$ forman una solución del sistema lineal.

2. (10 puntos) Evalúe el determinante por reducción a una forma triangular.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ -4 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

3. (10 puntos) Sea A la matriz cuyo determinante se halló en el ejercicio 2. Explique: ¿$A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ tiene soluciones no triviales? ¿Si $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^4$, es posible despejar $\mathbf{x}$ de la ecuación $A^T\mathbf{x} = \mathbf{b}$?

4. (10 puntos) De ser posible, encuentre un vector no nulo $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ que sea ortogonal a los vectores $(1, 2, -3)$ y $(4, -2, 8)$.

5. (10 puntos) Responda verdadero o falso justificando su respuesta.

   a) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ para todas A y B matrices de $n \times n$.

   b) Si $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$ son soluciones de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, entonces $\mathbf{w} = \frac{1}{4}\mathbf{u}_1 + \frac{3}{4}\mathbf{u}_2$ también es solución.

   c) Sean A y B de 4×4 tales que $|A| = 3$ y $|B| = 5$. Entonces $|(2A)^{-1}B^T| = \frac{10}{3}$.

   d) Si $A^3 = O$, entonces $(I_n - A)^{-1} = I_n + A + A^2$.

   e) $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\|^2 - \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|^2 = 0$ si y sólo si $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = 0$.

Opcional (5 puntos) Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$. Encuentre una matriz S simétrica y una matriz K antisimétrica tales que $A = S + K$.