Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

Cálculo de varias variables
Segundo Parcial

Abril 9 de 2010
Profesor: Frank Didier Suárez Motato

Nombre ____________________ Código:____________________

1. (12 puntos) Determine si la afirmación es verdadera o falsa argumentando mediante un contraejemplo o una demostración respectivamente.

   a) Si f, g y h son funciones polinómicas de primer grado, entonces la curva dada por $x = f(t), y = g(t), z = h(t)$ es una línea recta.

   b) La gráfica de la superficie $x^2 + z^2 = 25$ es una esfera de radio 5 centrada en $(0, 0, 0)$.

   c) Para $r(t) = (e^t \cos t)i + (e^t \operatorname{sen} t)j$ se tiene que $r(t)$ y $r''(t)$ son ortogonales.

2. (8 puntos) Analice la continuidad en $(0, 0)$de la función $f(x, y)$ dada a continuación:

$$\text{f(x,y)=}\begin{cases} -\dfrac{5x^2y}{x^3+y^3} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3. (8 puntos) Para la función $f(x, y) = (x^3 - y^3)^{\frac{1}{3}}$. Determine $f_x(0, 0)$ y $f_y(0, 0)$.

4. (10 puntos) Considere la función $g(x, t) = \dfrac{x}{2\sqrt{kt}}$, donde k es una constante positiva. Demuestre que:

   a) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = e^{-[g(x,t)]^2}\dfrac{\partial g}{\partial t}$ y $\dfrac{\partial f}{\partial t} = e^{-[g(x,t)]^2}\dfrac{\partial g}{\partial t}$.

   b) Demuestre que f satisface la ecuación en derivadas parciales $k\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{\partial f}{\partial t}$.

5. (12 puntos) La temperatura en grados Celsius en la superficie de una placa metálica es $T(x, y) = 20 - 5x^2 - 4y^2$, donde x y y se mide en centímetros.

   a) Grafique las curvas de nivel de T para los valores de $c = -5, 0, 4, 11$.

   b) Grafique a partir del punto $P(2, 3)$ en que dirección aumenta más rápido la temperatura y cuál es el valor de crecimiento más rápido.

   c) En que direcciones la temperatura permanece constante.