



MATEMÁTICAS PARA EL DISEÑO  
EXAMEN FINAL

Periodo Académico 072  
Mayo 15 de 2008

NOMBRE \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

1. (10 PUNTOS) A un segmento con extremos en los puntos  $A(2,0)$  y  $B(0,2)$  se le aplica una rotación de  $\theta = \pi/2$  Rad con centro en el origen. Seguidamente, a la imagen rotada se le aplica una reflexión respecto a la recta  $\ell : y = -x$ 
  - a. Halle la matriz correspondiente a cada una de las transformaciones y úselas para construir la fórmula que define la transformación composición  $h = f \circ g$ , identificando claramente las funciones  $f$  y  $g$ .
  - b. Halle **Analíticamente** las coordenadas de los nuevos extremos del segmento (después de reflejar la imagen rotada) y verifique su respuesta geoméricamente.
  
2. (10 PUNTOS) Considere la función  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Muestre, **analíticamente**, que el triángulo  $\triangle OPA$  es un triángulo isósceles, donde el punto  $O$  es el origen de coordenadas,  $A$  es el punto de corte con el eje  $x$  de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto  $P$  que tiene por abcisa a  $x = 2$ . Haga una gráfica de la situación planteada.
  
3. (15 PUNTOS) Dada la función  $h(x) = 4x - x^2$  realice lo siguiente:
  - a. Calcule  $h'(3)$  y  $h'(1)$ .
  - b. Halle las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de  $h$  en los puntos de abcisas  $x = 3$  y  $x = 1$ .
  - c. Encuentre, si existe, el punto de corte de estas rectas.
  - d. Halle un vector director de cada de las rectas halladas en el literal b.
  - e. Use el producto escalar para hallar el ángulo entre las rectas.
  
4. (6 PUNTOS)
  - a. Dados los puntos  $P(1,1)$  y  $Q(7,4)$ , halle en el segmento  $\overline{PQ}$  un punto  $M$  que esté dos veces más cerca de  $P$  que de  $Q$ .
  - b. Construya el círculo  $C_1$  cuyo diámetro es el segmento  $\overline{PM}$  y el círculo  $C_2$  que tiene por diámetro al segmento  $\overline{MQ}$ , indicando las coordenadas de sus centros ¿Cuál es la razón entre sus áreas? Explique.
  
5.
  - a. (8 PUNTOS) Las páginas de un libro deben tener cada una  $600\text{cm}^2$  de área, con márgenes laterales y superior de  $2\text{cm}$  y margen superior de  $3\text{cm}$ . ¿Cuáles son las dimensiones de la página que permita la mayor parte de área impresa posible?
  - b. (4 PUNTOS) ¿Cuál es la razón de cambio del área de un círculo respecto a su diámetro?
  
6. (8 PUNTOS) Halle lo indicado en cada caso:
  - a. halle  $\frac{dy}{dx}$  si  $y = \frac{\text{Ln}(e^{2x+3})}{\text{Sen}x}$ .
  - b.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 5}}{4x - 2}$
  - c. Decida si la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$  es continua o no en todo su dominio. Justifique claramente.
  - d. Dada la transformación lineal  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $f(\mathbf{i}) = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $f(\mathbf{j}) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ , halle la matriz que la representa y determine la fórmula que la define.

SE CALIFICA SOBRE 61 PUNTOS