

**MATEMÁTICAS PARA EL DISEÑO**  
**PERÍODO ACADÉMICO 091**  
**EXAMEN FINAL**

Mayo 14 de 2009

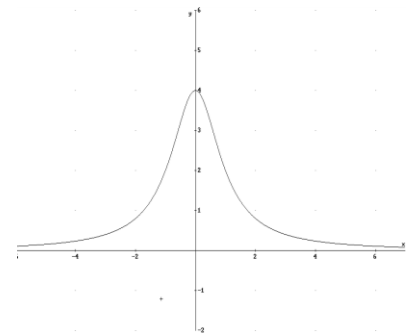
NOMBRE DEL PROFESOR: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

NOMBRE DEL ESTUDIANTE \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

1. (25 PUNTOS) A un triángulo  $\triangle ABC$  se le aplica una rotación de  $\theta = \pi/4 \text{ Rad}$  con centro en el origen. Seguidamente la imagen rotada se refleja respecto a la recta  $\ell: y = x$  obteniendo como imagen el triángulo  $\triangle A''B''C''$  donde  $A''(2,0)$ ,  $B''(0,2)$  y  $C''(-2,0)$ .

- Determine las coordenadas de los vértices iniciales,  $A$ ,  $B$  y  $C$ , del triángulo.
- Encuentre la fórmula general y la matriz asociada a la transformación  $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tal que  $h(\overline{OA}) = \overline{OA''}$ ,  $h(\overline{OB}) = \overline{OB''}$  y  $h(\overline{OC}) = \overline{OC''}$ .

2. (20 PUNTOS) Considere la función  $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$  cuya gráfica se da a continuación.



- Determine las ecuaciones de las rectas tangentes a la curva en los puntos de coordenadas  $A(-1,2)$  y  $B(1,2)$ . Trace las rectas sobre la gráfica de la función  $f$ .
- Use un enfoque vectorial para hallar el ángulo que forman las rectas tangentes.
- ¿Es la función  $f$  diferenciable en  $x = 0$ ? Explique.

3.

a. (15 PUNTOS) Considere el triángulo  $\triangle ABC$  con vértices en los puntos  $A(-4,0)$ ,  $B(4,0)$  y  $C(3,3)$ . Encuentre las coordenadas de un punto  $P$ , en el segmento  $\overline{AB}$ , tal que  $d(A,P) = d(P,C)$ . ¿En qué razón divide el punto  $P$  al segmento  $\overline{AB}$ ?

b. (5 PUNTOS) Ubique geoméricamente el circuncentro del triángulo  $\triangle ABC$ .

4. (10 PUNTOS) Calcule la longitud y el ancho de un rectángulo con un área de  $64 \text{ pies cuadrados}$  y perímetro mínimo.

5. (15 PUNTOS) Una escalera de  $25 \text{ pies}$  de longitud está apoyada sobre una pared. Si su base se desliza por el suelo a razón de  $2 \text{ pies / seg}$ . Calcule la razón de cambio del ángulo entre la escalera y la pared cuando la base está a  $7 \text{ pies}$  del muro.

6. Halle lo indicado en cada caso:

a. (10 Puntos) Halle  $\frac{dy}{dx}$  si  $y = \frac{\text{Ln}\left(\frac{1}{x}\right) - x}{\text{Cos}(1 - x^2)}$

b. (5 Puntos) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\text{Sen}|x - 3|}{x - 3}$  (Sugerencia: haga  $u = x - 3$ )

c. (10 Puntos) Halle el valor de la constante  $a$  para la cual la función:  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 8x - a^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$  sea continua

en todo su dominio. Justifique claramente sus procesos.

**SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS**