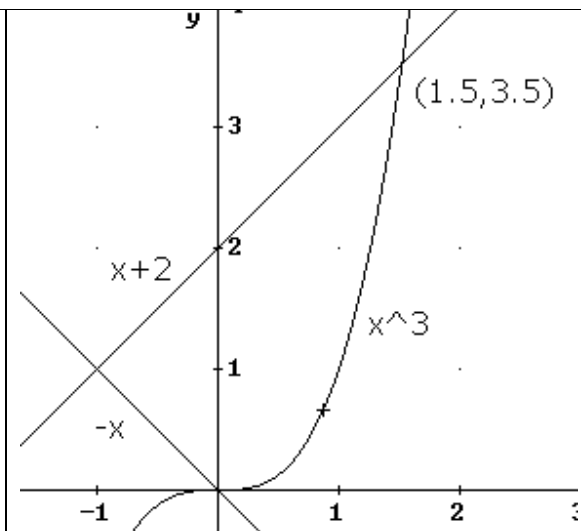


Nota: El examen se califica sobre 100 puntos de un total de 116 posibles

1. **(12 puntos)** Considere el gráfico adjunto para determinar el área de la región encerrada por las curvas $y = x + 2$, $y = -x$, y $y = x^3$. Tenga en cuenta que las curvas se encuentran en el primer cuadrante en el punto $(1.5, 3.5)$ y en el segundo cuadrante en el punto $(-1, 1)$



2. **(12 puntos)** En cada uno de los siguientes determine una integral , *pero no la calcule*, que permita encontrar el volumen que se obtiene al girar la región determinada por la intersección de las curvas $y = x^2$ y $y = 2x$, en el primer cuadrante con respecto a:

a. El eje x b. La recta $x = 3$

3. **(21 puntos, 7c/u)** Evalúe las siguientes integrales

a) $\int \sqrt[3]{x^4} \ln x \, dx$

b) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{4 + x^2}} dx$

c) $\int \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^3 + 3x^2 - 2x} dx$

4. **(12 puntos, 6 c/u)** Calcule los siguientes límites, si existen

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + 3x)^{\frac{1}{2x}}$

5. **(20 puntos 10 c/u)** Determine si las siguientes integrales convergen o divergen:

a) $\int_0^1 \ln x \, dx$ b) $\int_{-\infty}^0 x e^x \, dx$

6) **(19 puntos)** Haga un gráfico de una función f continua que satisfaga las siguientes condiciones,

$f(0)=-4$, $f(2)= 1$, $f(-2)=0$; $f'(-2)=0$, $f'(0)= 0$, $f'(2)=0$; $f(-1)=-2$ y $f(1)=-1$; $f'(x) < 0$ si $-2 < x < 0$,
 $f'(x) > 0$ si $x < -2$ or $x > 0$; $f''(x) < 0$ si $x < -1$ or $1 < x < 2$, $f''(x) > 0$ si $-1 < x < 1$ or $x > 2$

7. **(20 puntos, 5 c/u)** En cada uno de los siguientes casos escoja una y sólo una de las opciones dadas:

I. El punto máximo absoluto de la función $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 8)$, en el intervalo $[-1, \frac{1}{2}]$ se alcanza cuando el valor de x es:

- a. $-\frac{1}{2}$ b. 2 c. 4 d. 0 e. N.A

II. Al aplicar la derivación logarítmica en la función x^x se obtiene la siguiente derivada

- a. x^x b. xx^{x-1} c. $x^x \ln x$
d. x^{2x-1} e. $x^x (\ln x + 1)$

III. ¿En cuál punto de la curva $y = e^x$ la recta tangente es paralela a la recta $y = 2x$?

- a. En $x = 2$ b. En $x = e^2$ c. En $x = 2e$ d. En $x = \ln 1$ e. En $x = \ln 2$

IV. Si se bombea aire en un globo esférico ($V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$) de modo que el volumen aumenta a razón de $100 \text{ cm}^3/\text{seg}$. Una ecuación que describe como cambia el radio del globo cuando el diámetro es 50 cm. es:

- a. $\frac{dV}{dt} = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dr}{dt}$ b. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{4r^2} \frac{dV}{dt}$ c. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{4\pi r} \frac{dV}{dt}$ d. $\frac{dr}{dt} = 25\pi$ e. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{25\pi}$