

SUPLETORIO DEL SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ALGEBRA LINEAL  
PERIODO ACADÉMICO 091

Abril 25 de 2009

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ CÓDIGO: \_\_\_\_\_

1. (8 Puntos) Clasifique como falso o verdadero cada uno de los siguientes enunciados. Si es verdadero explique claramente por qué. Si es falso explique por qué o de un contraejemplo.
  - a. El conjunto de todas las matrices no singulares  $n \times n$  con las operaciones usuales de suma de matrices y multiplicación por escalar es un subespacio vectorial de las matrices  $n \times n$ .....( )
  - b. La matriz nula es la única matriz de  $3 \times 3$  cuyo espacio nulo tiene dimensión 3.....( )
  - c. Su  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  son vectores paralelos de  $\mathfrak{R}^3$  entonces  $\{\vec{u}, \vec{u} \times \vec{v}\}$  es un conjunto linealmente independiente....( )
  - d. Si  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  son L.I y  $H = \text{Gen}\{\vec{u}, \vec{v}, -\vec{u}, 2\vec{u} + \vec{v}\}$ , entonces  $\dim H = 2$ .....( )
2. (15 Puntos) Considere los puntos  $P(-1, -1, 0)$ ,  $Q(2, -1, 2)$  y  $R(0, 1, -2)$ .
  - a. Encuentre la ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ .
  - b. Encuentre la ecuación de la recta  $\ell_1$  perpendicular al plano  $\pi$  que pase por el punto  $A(1, 1, 1)$ .
  - c. Determine la distancia del punto  $A$  al plano  $\pi$ .
3. (12 Puntos) Considere el conjunto  $S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5\}$ , donde  $\vec{v}_1 = (1, 1, 0, -1)$ ,  $\vec{v}_2 = (0, 1, 2, 1)$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 0, 1, -1)$  y  $\vec{v}_4 = (-1, 1, -6, -3)$ ,  $\vec{v}_5 = (-1, -5, 1, 0)$ 
  - a. Encuentre una base para el espacio de  $\mathfrak{R}^4$ ,  $W = \text{gen}(S)$ .
  - b. Sea  $A$  la matriz  $4 \times 5$  cuyas columnas son los vectores  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  y  $\vec{v}_4$ . Encuentre una base para el **Espacio Nulo** de la matriz  $A$ , e indique el rango y la nulidad de la matriz  $A$ .
4.
  - a. (6 Puntos) Determine una base para el subespacio de  $M_{3 \times 3}$  formado por las matrices simétricas.
  - b. (6 Puntos) Sea  $Ax = b$  un sistema de 20 ecuaciones con 24 incógnitas. Si el espacio nulo de  $A$  es generado por cuatro vectores linealmente independientes, ¿Es el sistema consistente para todo vector  $b$ ? Explique.
5. (8 Puntos) Sean  $S_1$  y  $S_2$  subconjuntos finitos de un espacio vectorial tales que  $S_1$  es un subconjunto de  $S_2$  demuestre que:
  - a. Si  $S_1$  es linealmente dependiente, también lo es  $S_2$ .
  - b. Si  $S_2$  es linealmente independiente, también lo es  $S_1$ .

Se califica sobre 50 puntos