Profesor Michell A. Gómez L. 13 de Octubre de 2009.

Álgebra lineal. Período Académico 092. G-25. Segundo parcial.

Nombre ______________________________ Código __________

1. (12 puntos) a) Verifique que $A(5,1,2)$ pertenece al plano π que contiene las rectas

$$l_1 : \frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{2} \qquad \text{y} \qquad l_2 : \frac{x-7}{2} = \frac{y+2}{-3} = z-3\,.$$

   b) Halle la ecuación del plano π_2 que pasa por el origen y es paralelo al plano π.

   c) Determine si $B(13,8,7)$ pertenece a la recta l que pasa por A y es perpendicular al plano π_2.

2. (10 puntos) a) Encuentre todos los valores de λ para los cuales las columnas de la siguiente matriz son linealmente independientes.

$$A = \begin{bmatrix} \lambda^2 & 0 & 1 \\ -1 & \lambda & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

   b) Para $\lambda = 1$, determine el rango y la nulidad de A, así como bases para el espacio fila y el espacio nulo de A.

3. (8 puntos) Halle una base para el subespacio de $\mathbb{R}^4$ formado por todos los vectores de la forma $(a+c, a-b, b+c, -a+b)$.

4. (8 puntos) Sea $S = \{t+1, t-2\}$ una base de P_1, $\mathbf{v} = 2t - 1$ y $[\mathbf{w}]_S = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$. Calcule $[\mathbf{v}+\mathbf{w}]_S$.

5. (12 puntos) Responda verdadero o falso justificando su respuesta.

a) Si $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, entonces $\mathbf{u} \times (\mathbf{u} - \mathbf{v}) = \mathbf{v} \times (\mathbf{v} + \mathbf{u})$.

b) El conjunto de todas las matrices simétricas de 2×2 es un subespacio de M_{22}.

c) Sean $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ y $\{\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ bases de $\mathbb{R}^2$, Entonces $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_3\}$ es una base de $\mathbb{R}^2$.

d) Si A es de 5×7 y tiene 3 filas linealmente independientes, entonces A tiene 4 columnas linealmente independientes.

Opcional (5 puntos) El conjunto de los números reales ***positivos*** $\mathbf{u}$ con las operaciones $\mathbf{u} \oplus \mathbf{v} = \mathbf{uv}$ y $c \odot \mathbf{u} = \mathbf{u}^c$ es un espacio vectorial real. ¿Cuál es el vector cero? ¿Cuál es el inverso aditivo de $\mathbf{u}$? Pruebe la propiedad $(c + d) \odot \mathbf{u} = c \odot \mathbf{u} \oplus d \odot \mathbf{u}$.