



ALGEBRA LINEAL
EXAMEN CORTO 3
Grupo 17

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE _____ CODIGO _____

1. Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \\ 8 & -2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$.

- a) (10 pts) Calcule $\det A$.
- b) (5 pts) Determine si la matriz A es singular o no singular. Justifique su respuesta.
- c) (5 pts) Sea S el conjunto de vectores columna de la matriz A . Determine si el vector $u = (-1, 2, 3, 4)$ pertenece al $\text{gen}\{S\}$.

2. (18 pts)

- a) Sean A, B, C matrices 3×3 . Suponga que $|A| = -1$, $|B^T| = 4$ y $|C| = \frac{1}{2}$. Calcule $|A^{-1}BC|$ y $|4A^T C^{-1}|$.

- b) Sea $X = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -3 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{bmatrix}$. Halle todos los valores de λ de modo tal que la matriz $X - \lambda I_3$ sea singular.

- c) Muestre que el conjunto $W = \{at^3 + bt^2 + ct + d : a = d, b = c\}$ es un subespacio de P_3 .

- d) Obtenga las ecuaciones de un plano π y de una recta ℓ que sean subespacios de \mathbb{R}^3 .

3. (12 pts)

- a) Sea A una matriz singular de $n \times n$. Demuestre o argumente por qué, si el sistema $Ax = b$, $b \neq 0$, es consistente, entonces tiene infinitas soluciones.

- b) Demuestre que toda matriz antisimétrica de $m \times m$ con m impar es singular.

- c) Sean U y W subespacios de un espacio vectorial V . Considere el conjunto $U + W = \{v \in V : v = u + w, u \in U, w \in W\}$. Muestre que $U + W$ es un subespacio de V .

4. (Opcional 6 pts) Sea A una matriz $n \times n$ cuyas entradas son todas números enteros. Demuestre que si $\det(A) = \pm 1$ entonces todas las entradas de A^{-1} también son números enteros.