

UNIVERSIDAD  
**ICESI**

Departamento de  
Matemáticas y Estadística

**EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA Y FUNCIONES  
MAYO 12 DE 2009**

**NOMBRE DEL PROFESOR:** \_\_\_\_\_

**NOMBRE DEL ESTUDIANTE:** \_\_\_\_\_ **CÓDIGO:** \_\_\_\_\_

1. (20%) Responda Falso o Verdadero a las siguientes afirmaciones. Justifique claramente su respuesta.

a.  $\frac{\tan^2 x}{\sec x - 1} = \sec x$  es una identidad ..... ( )

b. La gráfica de la función  $f(x) = (x - 5)^3 + 8$  se obtiene mediante la función  $f(x) = x^3$  desplazándola a la izquierda 5 unidades y luego subiéndola 8 unidades ..... ( )

c. Si  $0 < a < 1$ , entonces  $\ln a < 0$  ..... ( )

d. Si  $P(x)$  es un polinomio de grado  $n$  que tiene  $m$  raíces complejas ( $m \leq n$ ) entonces  $m$  es un número par ..... ( )

e. Las medidas de los lados de un triángulo son: 3, 4 y 5 cm. Entonces el área del triángulo es de  $6 \text{ cm}^2$  ..... ( )

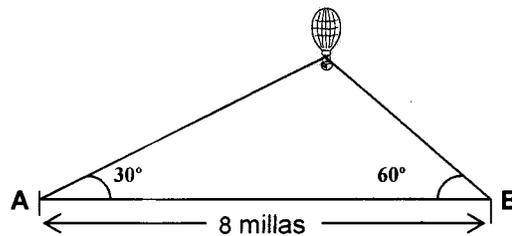
2. (20%) Resuelva las siguientes ecuaciones para la variable indicada:

a.  $2 \cos^2 \theta + \operatorname{sen} \theta = 1$ , para  $\theta$

b.  $x^2 e^x + e^x = 0$ , para todo  $x$

c.  $x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x - 18 = 0$ , para  $x$  sabiendo que  $-3i$  es una solución.

3. (10%) Encuentre la amplitud, el período y el desplazamiento de fase y traza la gráfica de la ecuación  $y = 3\text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$
4. (10%) Considere los puntos  $A(-3,5)$  y  $B(4,-4)$  del plano.
- Determine la ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento  $\overline{AB}$  y es perpendicular a dicho segmento.
  - Determine la ecuación de la circunferencia que tiene los puntos  $A$  y  $B$  como extremos de uno de sus diámetros.
5. (10%) Los ángulos de elevación de un globo desde los puntos  $A$  y  $B$  a nivel del suelo son  $30^\circ$  y  $60^\circ$ , respectivamente. Como se muestra en la figura, los puntos  $A$  y  $B$  están a 8 millas uno del otro y el globo se encuentra entre ambos, en el mismo plano vertical. Calcule la altura del globo sobre el suelo.



6. (20%) Dada la función  $y = f(x) = 3 + \sqrt{x+9}$
- Verifique que  $f$  es una función uno a uno
  - Encuentre una expresión para la inversa de  $f$
  - Demuestre que  $f$  y  $f^{-1}$  son inversas usando la composición de funciones
  - En un mismo plano trace la gráfica de  $f$  y  $f^{-1}$
7. (10%) Un alambre de 24 centímetros de largo se dobla en forma de rectángulo con ancho  $x$  y longitud  $y$ .
- Expresa  $y$  en función de  $x$
  - Determine el área del rectángulo como función de  $x$
8. (10%) Dada la ecuación  $4x^2 + 9y^2 - 32x - 36y + 64 = 0$
- Identifique la curva
  - Encuentre los vértices y los focos
  - Trace la gráfica