

EXAMEN FINAL DE CÁLCULO DE UNA VARIABLE. 20 de noviembre de 2008

NOMBRE: _____ CÓDIGO: _____

PROFESOR: _____ GRUPO: _____

NOTA: el valor total de las preguntas del presente cuestionario es de 120 puntos. SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS.

1. (18 puntos)

a) Si $f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right)$, calcule $f'(0)$

b) Si $f(x) = \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$, Calcule $f'(x)$.

2. (18 puntos) Calcule las siguientes integrales:

i) $\int_0^1 e^x (2x - 1)^2 dx$ ii) $\int_0^4 \frac{x^2 - 5x - 4}{(x^2 + 1)(x - 3)} dx$

3. (22 puntos)

a) Calcule el área de la región del primer cuadrante acotada por las gráficas de las ecuaciones $y = x$, $y = 2 - x^2$ y $y = 0$.

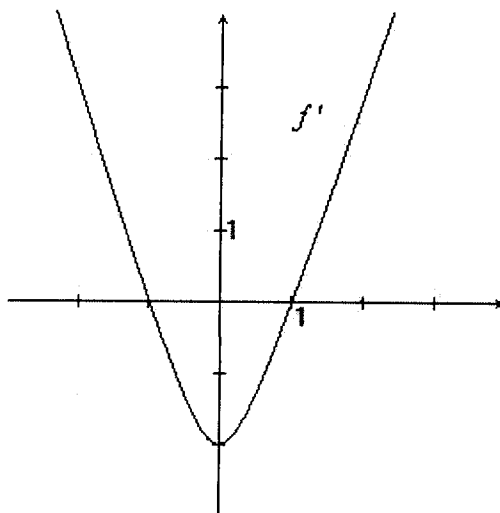
b) Considere la región R acotada por las gráficas de las ecuaciones $y = x + 2$, $y = x^2 - 4$. Escriba una expresión integral que represente el volumen del sólido que se obtiene al hacer girar la región R alrededor de la recta $x = 4$. No evalúe la integral.

4. (14 puntos) Resuelva uno (**solamente uno**) de los siguientes problemas:

a) Un globo asciende verticalmente a razón de 3 m/seg desde un punto del suelo distante 30m de un observador. Calcule el ritmo de cambio del ángulo de elevación del globo con respecto al observador, cuando el globo está a una altura de 30m.

b) ¿Cuál es el área más grande que puede tener un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene una longitud L ?

5. (12 puntos) La siguiente figura ilustra la gráfica de la derivada f' de una función f



Utilice esta información para responder lo siguiente (especifique las suposiciones que considere necesario hacer para elaborar sus respuestas)

- a) Determine los intervalos donde la función f es creciente y los intervalos donde f es decreciente.
 - b) Determine los intervalos donde la función f es cóncava hacia arriba y los intervalos donde f es cóncava hacia abajo.
 - c) Identifique los extremos de f , si los hay.
 - d) Elabore una gráfica posible de la función f .
6. (36 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es cierto o falso. Justifique claramente su respuesta.
- a) La función $f(x) = |x|$ satisface las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[-1, 1]$
 - b) Si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$, entonces f es derivable en $x = 2$.
 - c) La gráfica de la curva representada por $3(x^2 + y^2)^2 = 10(x^2 - y^2)$ tiene una tangente horizontal en el punto $(4, 2)$.
 - d) $\int_a^b f(-x) dx = \int_{-b}^{-a} f(x) dx$
 - e) Si $\int_a^b f(x) dx = 0$, entonces $f(x) = 0$ para todo $x \in [a, b]$
 - f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{1+t}{2+i} dt}{x} = \frac{1}{2}$