

PRIMER EXAMEN PARCIAL 20 de febrero de 2009

NOTA: El siguiente cuestionario consta de 60 puntos. Se califica sobre 50 puntos.

1) (12 puntos) Calcule los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{sen}(7x)}{4x} - \frac{1-\cos x}{x} + 2 \right)$.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-x}}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$.

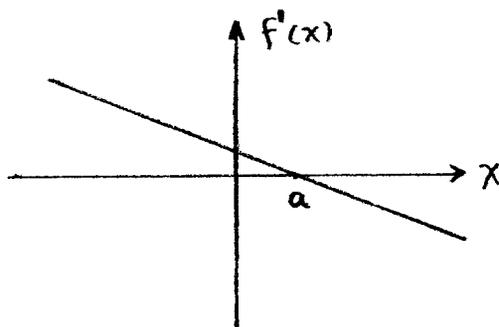
2) (8 puntos) Encuentre $\frac{dy}{dx}$ si:

- $y = x^2 \operatorname{sen} x$.
- $y = \frac{4x-3}{3x+4}$.
- $y = 4 \cot^2(\pi x - 3)$.
- $\tan y = x + y$.

3) (12 puntos) Considere la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 9x + 15$.

- Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(2, -\frac{1}{3})$.
- Determine los puntos donde la gráfica de f tiene una recta tangente horizontal.
- Justifique por qué f tiene un cero en el intervalo $(1,2)$.

4) (8 puntos) La gráfica de la derivada de una función f es la línea recta que se muestra a continuación.



Haga una posible gráfica de f y explique cómo la obtuvo.

5) (10 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 9x, & \text{si } x > 1 \\ -3x - 4, & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$.

- Utilice la definición de continuidad para explicar por qué f es continua en $x = 1$.
- Utilice la fórmula alternativa de la derivada para justificar por qué f no es derivable en $x = 1$.

6) (10 puntos) Un recipiente tiene forma de cono circular (con el vértice abajo). La altura es de 10 pulgadas y su radio es de 4 pulgadas. Si se introduce agua en el recipiente a razón de 5 pulgadas cúbicas por minuto, ¿cuál es el ritmo de cambio de la profundidad del agua cuando ésta es de 5 pulgadas?