

Supletorio de Examen Final de Teoría de Probabilidades
Cali, Noviembre 29 de 2008

1. La distribución de los salarios de los 1000 trabajadores de una empresa petrolera expresada en unidades de salario mínimo, se agrupó en los siguientes intervalos de clase:
De 1 a 2 salarios, 300 trabajadores
De 2 a 4, 300 trabajadores.
De 4 a 7, 180.
De 7 a 12, 150.
De 12 a 19, 70.
 - a. Estime el porcentaje de trabajadores que ganan entre 6 y 14 salarios mínimos en esa empresa.
 - b. Construya el diagrama de cajas y bigotes y con base en él, interprete cuál es la forma de la distribución de estos datos.

2. El profesor Peláez ha enseñado estadística básica durante varios años en diferentes universidades. Sabe que 80% de los estudiantes terminan los problemas asignados. También determinó que entre aquellos que hacen las tareas, 90% aprueban el curso. Entre los alumnos que no hacen su tarea, 60% aprueban el curso. El semestre pasado, Juan Carlos Mejía tomó clases de estadística con el profesor Peláez y obtuvo una calificación aprobatoria ¿Qué probabilidad hay de que haya terminado sus tareas?

3. La compañía de transportes aéreos AeroPeláez tiene un solo avión y con él realiza 5 vuelos diarios entre Cali y Bogotá. El gerente de la compañía ha estudiado los datos del último año y pudo establecer que el 20% de las veces, los vuelos llegan tarde por motivos administrativos de los aeropuertos y no por culpa de situaciones debidas a ineficiencias de la compañía.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que ningún vuelo llegue tarde hoy?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen cuando mucho dos vuelos tarde hoy?

4. El tiempo requerido por los estudiantes para presentar un examen de una hora es una variable aleatoria con una función de densidad dada por:
 $f(x) = cx^2 + x$ para $0 \leq x \leq 1$ y cero en cualquier otro punto.
 - a. Halle el valor de c.
 - b. Para un examen en particular ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante termine en menos de media hora?
 - c. Calcule e interprete el valor esperado de esta variable aleatoria x.

5. Al establecer garantías sobre aparatos de tv, la compañía Zonic quiere establecer los límites de tal manera que pocos tv necesitarán reparación con cargo al fabricante. Por otra parte el período de garantía debe ser lo suficientemente prolongado para hacer atractiva la compra del tv por parte del comprador. El número medio de meses hasta el cual se requieren reparaciones para un tv de Zonic es de 36 con una desviación estándar de 3. Suponiendo que este proceso sigue una distribución de probabilidad normal.
 - a. ¿Dónde deben establecerse los límites de la garantía de manera que solo 10% de los tv necesiten reparaciones con cargo a Zonic?
 - b. ¿Cuál es el # de meses tal que el 5% de los tv, requiere reparaciones con cargo a Zonic?
 - c. De los archivos se observa la información de los últimos 300 tv vendidos, ¿Qué tan probable es que más de 50 de esos tv hayan necesitado reparación con cargo a Zonic en 40 meses o más?

Cada punto tiene un valor del 20% de la nota total del examen

ANEXOS:

Algunas Fórmulas de interés

Regla de Bayes:
$$P(B_i / A) = \frac{P(A / B_i)P(B_i)}{P(A / B_1)P(B_1) + P(A / B_2)P(B_2) + \dots + P(A / B_k)P(B_k)},$$

donde B_i es el i -ésimo de K eventos mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos.

Distribución de la función de probabilidad Binomial:

$$P(X) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Valor esperado de una variable aleatoria continua:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, \text{ donde } f(x) \text{ es una función de densidad de probabilidad de } X.$$

Aproximación de la Binomial mediante la normal

$$Z \approx \frac{X - np \pm 0.5}{\sqrt{np(1-p)}}$$