UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

EXAMEN FINAL DE TEORIA DE PROBABILIDAD – período 092.
Noviembre 20 de 2009

1. Responda Falso (F) o Verdadero (V) a las siguientes afirmaciones. Justifique las respuestas falsas **(VALOR: 10%)**

   a. Si $P(A/B) = 0.7$ entonces $P(A/B') = 0.3$ ( )
   b. La probabilidad condicional de A dado B, siendo A y B independientes, se define como el producto de sus respectivas probabilidades ( )
   c. La varianza de una constante es igual a la constante ( )
   d. El número de permutaciones diferentes que pueden hacerse con las letras de la palabra murciélago es 7! ( )
   e. El espacio muestral es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento ( )
   f. Si $P(A/B) = 0.6$ y $P(B) = 0.7$ entonces $P(A \cap B') = 0.28$ ( )
   g. Si los eventos M y N son mutuamente excluyentes , $P(M \cap N) = P(M)P(N)$ ( )
   Para los siguientes tres literales tenga en cuenta la siguiente información: "Se presentan los cinco números resumen de la distribución de una muestra de 50 tiempos de envíos en horas, realizado por una empresa de mensajería a nivel nacional.
   Mínimo = 16, Máximo = 35, $Q_1 = 20$, Mediana = 25 y $Q_3 = 28$"
   h. El 25% de los tiempos de envío fueron mayores de 20 horas ( )
   i. El 75% de los envíos estuvieron entre 20 y 28 horas ( )
   j. 16 es un valor atípico ( )

2. En un taller tienen 8 máquinas, de las cuales 5 son de tipo A y 3 del tipo B. Se seleccionan aleatoriamente tres de estas máquinas para realizar un mantenimiento preventivo. Sea X la variable aleatoria, número de máquinas de tipo A seleccionadas. **(VALOR: 10%)**
   a. Obtenga la distribución de probabilidad de X.
   b. Calcule la probabilidad de que a lo sumo dos máquinas del tipo A sean seleccionadas.

3. En una planta electrónica, se sabe por experiencia que la probabilidad de que un técnico de nuevo ingreso que haya asistido al programa de capacitación de la compañía cumpla la cuota de producción es de 0.86 y que la probabilidad correspondiente de un técnico de nuevo ingreso que no ha asistido a dicho curso de capacitación es de 0.35. Si el 80% de la totalidad de los técnicos de nuevo ingreso asisten al curso de capacitación, ¿qué probabilidad existe de que un técnico de nuevo ingreso cumpla con la cuota de producción? **(VALOR: 10%)**

4. Considere que la vida de un integrado, producido por una máquina es una variable aleatoria X cuya función de densidad está definida por la función exponencial, cuyo vida esperada es de 1000 horas. **(VALOR: 20%)**
   a. Si selecciona uno de estos integrados al azar, ¿cuál es la probabilidad que tenga una vida entre 900 y 1100 horas?
   b. Halle e interprete el percentil 40
   c. Considere un lote que contiene 10 integrados escogidos al azar de la producción de la máquina. ¿Cuál es la probabilidad, que de ese lote por lo menos tres integrados tengan una vida menor a 900 horas?

5. Sea X una variable aleatoria con una función de distribución de probabilidad dada por:

$$f(x)=\begin{cases} 0.2 & si \quad -1<x\le 0 \\ 0.2+cx & si \quad 0<x\le 1 \\ 0 & \textit{En cualquier otro punto} \end{cases}$$

(VALOR: 20%)

a. Determine el valor de c
b. Obtenga F(x)
c. Calcule el valor esperado de X
d. Calcule $P(-0{,}5 \le X \le 0{,}5)$

6. Los tiempos de ejecución en segundos, de cierto experimento tienen una distribución normal con media de 40 y varianza de 36. **(VALOR: 30%)**
a. ¿Cuál es la probabilidad de que una prueba del experimento dure entre 35 y 50 segundos?
b. Si los tiempos de las pruebas ubicados en el 10% de la parte superior son catalogados como reservados, ¿cuál es el tiempo mínimo para estar en esta categoría?
c. ¿Cuál es la proporción de pruebas que tienen tiempos que exceden por lo menos cinco segundos al 25% de los tiempos menores?

Fórmulas de interés:

$$nCr = \frac{n!}{r!*(n-r)!}$$

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Bayes: $$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i)P(B_i)}{P(A|B_1)P(B_1)+P(A|B_2)P(B_2)+\dots+P(A|B_k)P(B_k)}$$

Binomial: $P(x) = nC_x * \pi^x * (1-\pi)^{n-x}$

$E(x) = n*\pi$

$V(x) = n*\pi*(1-\pi)$

Poisson: $P(x) = \frac{\mu^x * e^{-\mu}}{x!}$

$E(x) = \mu$

$V(x) = \mu$

Normal: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

Media geométrica: $\bar{X}_g = \sqrt[n]{(1+t_1)*(1+t_2)*(1+t_3)*\dots*(1+t_n)} - 1$

Aproximación de la binomial $z = \frac{x - n*\pi}{\sqrt{n*\pi*(1-\pi)}}$

Valor esperado de variable continua: $\int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$; f(x) función de densidad

Función Exponencial $f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}}$ $x>0$ $\beta>0$