

Universidad Icesi

Cali, Lunes 10 de Mayo del 2004

**Examen Final
Econometría 06169**

B

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 4 páginas; además, deben tener dos páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
5. El examen está diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. **Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.**
7. Usted NO puede emplear calculadora, ni ningún material escrito diferente al examen.
8. Al finalizar su examen entregue sus respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) $E[\ln(X) + \ln(Y)] = E(\ln(X)) + E[\ln(Y)]$
- b) Aunque el supuesto de normalidad del término aleatorio de error no se cumpla, los estimadores MCO son MELI y siguen una distribución normal.
- c) Un investigador emplea un modelo Probit para explicar la probabilidad de que un país entre en crisis financiera y obtiene para ese modelo un LRI de 0.95. Un segundo investigador emplea un modelo Probit para explicar la misma variable con la misma muestra pero diferente número de variables y obtiene un LRI de 0.86. El segundo investigador afirma: "Mi modelo es mejor que el del otro investigador." ¿Es esta afirmación verdadera?
- d) El modelo $Y_i = e^{(X_i)} \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] \cdot \varepsilon_i$ es linealizabile.

2. (18 puntos)

El economista del Departamento de Planeación Nacional (DNP) de la República caribeña de Banana Republic se ha enfermado y usted ha sido contratado como remplazo de él. El DNP de la Banana Republic desea estimar el siguiente modelo macroeconómico.

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 r_{t-1} + \alpha_4 r_t + \alpha_5 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 r_{t-1} + \beta_3 Y_{t-1} + u_t \quad (2)$$

$$r_t = \gamma_1 + \gamma_2 I_t + \gamma_3 M_t + \gamma_4 M_{t-1} + v_t \quad (3)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (4)$$

Donde C_t , Y_t , I_t , M_t y G_t denotan el consumo de los hogares, el producto, la inversión de los privados, la cantidad de dinero y el gasto público, respectivamente. Estas variables están medidas en billones de pesos. Por otro lado, r_t corresponde a la tasa de interés medida en puntos porcentuales. ε_t , u_t y v_t corresponden a términos aleatorios de error.

Responda brevemente las siguientes preguntas:

- a) Identifique las variables endógenas y exógenas del sistema de ecuaciones. **(5 puntos)**
- b) Explique brevemente en qué consiste el problema de simultaneidad. **(5 puntos)**
- c) Determine cuáles de las ecuaciones del (1) al (4) están subidentificadas y probablemente sobre o perfectamente identificadas y qué método de estimación emplearía. **(10 puntos)**

3. (22 puntos)

Después de su buen trabajo en la República Caribeña, usted es contratado por la República de los Andes para culminar un estudio iniciado por un economista de renombre. El modelo macroeconómico empleado es:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \beta_3 Y_t + \varepsilon_{1,t} \quad (1)$$

2

Universidad Icesi

Cali, Lunes 10 de Mayo del 2004

**Examen Final
Respuestas Sugeridas
Econometría 06169**

Profesor: Julio César Alonso

B

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) $E[\ln(X) + \ln(Y)] = E(\ln(X)) + E[\ln(Y)]$

Verdadero. Recuerden que el valor esperado de una suma es igual a la suma de los valores esperados.

b) Aunque el supuesto de normalidad del término aleatorio de error no se cumpla, los estimadores MCO son MELI y siguen una distribución normal.

Falso. El supuesto de normalidad no afecta para nada que los estimadores MCO sean MELI, pero si la muestra no es lo suficientemente grande, entonces los estimadores no siguen una distribución normal.

c) Un investigador emplea un modelo Probit para explicar la probabilidad de que un país entre en crisis financiera y obtiene para ese modelo un LRI de 0.95. Un segundo investigador emplea un modelo Probit para explicar la misma variable con la misma muestra pero diferente número de variables y obtiene un LRI de 0.86. El segundo investigador afirma: "Mi modelo es mejor que el del otro investigado." ¿Es ésta afirmación verdadera?

Falso. Recuerden que los un mayor LRI implica un mejor fit.

d) El modelo $Y_i = e^{(X_i)} \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] \cdot \varepsilon_i$ es linealizabile.

Verdadero. Noten que

$$\frac{Y_i}{e^{(X_i)}} = \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] \cdot \varepsilon_i$$

$$\frac{Y_i}{e^{(X_i)}} = \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] \cdot \varepsilon_i$$

$$\frac{Y_i}{e^{(X_i)}} = \beta_2 \cdot \ln[(X_{2i})] \cdot \varepsilon_i$$

$$\ln(Y_i) - X_1 = \ln(\beta_2) + \ln[\ln((X_{2i}))] + \ln(\varepsilon_i)$$

y por tanto

$$\ln(Y_i) - X_1 - \ln[\ln((X_{2i}))] = \ln(\beta_2) + \ln(\varepsilon_i)$$

Este modelo claramente se puede reparametrizar para expresar un modelo lineal. Sea

$$w_i = \ln(Y_i) - X_1 - \ln[\ln((X_{2i}))] \quad \gamma = \ln(\beta_2) \quad \mu_i = \ln(\varepsilon_i)$$

Entonces el modelo es equivalente a:

$$w_i = \gamma + \mu_i$$

2. (18 puntos)

El economista del Departamento de Planeación Nacional (DNP) de la República caribeña de Banana Republic se ha enfermado y usted ha sido contratado como remplazo de él. El DNP de la Banana Republic desea estimar el siguiente modelo macroeconómico.

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 r_{t-1} + \alpha_4 r_t + \alpha_5 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 r_{t-1} + \beta_3 Y_{t-1} + u_t \quad (2)$$

$$r_t = \gamma_1 + \gamma_2 I_t + \gamma_3 M_t + \gamma_4 M_{t-1} + v_t \quad (3)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (4)$$

Donde C_t , Y_t , I_t , M_t y G_t denotan el consumo de los hogares, el producto, la inversión de los privados, la cantidad de dinero y el gasto público, respectivamente. Estas variables están medidas en billones de pesos. Por otro lado, r_t corresponde a la tasa de interés medida en puntos porcentuales. ε_t , u_t y v_t corresponden a términos aleatorios de error.

Responda brevemente las siguientes preguntas:

a) Identifique las variables endógenas y exógenas del sistema de ecuaciones. **(5 puntos)**

Variables Endógenas:

$$C_t \quad Y_t \quad r_t \quad I_t$$

Variables Exógenas:

$$M_t \quad G_t \quad r_{t-1} \quad Y_{t-1} \quad M_{t-1}$$

b) Explique brevemente en que consiste el problema de simultaneidad. **(5 puntos)**

El problema de simultaneidad consiste en que una de las variables explicativas de la forma estructural está correlacionada con el término aleatorio de error de esa ecuación. Esto provoca un problema de sesgo.

c) Determine cuales de las ecuaciones del (1) al (4) están subidentificadas y probablemente sobre o perfectamente indentificadas y qué metodo de estimación emplearía. **(10 puntos)**

$g_1 = 3$ $g_1 - 1 = 2$ $k_1 = 3$ Entonces esta ecuación estará prob. **Sobre Identificada**
Se debe emplear el método de MC2E

$g_2 = 1$ $g_2 - 1 = 0$ $k_2 = 3$ Entonces esta ecuación estará prob. **Sobre Identificada**
Pero no presenta problema de simultaneidad. Por tanto se pueden emplear los MCO.

$g_3 = 2$ $g_3 - 1 = 1$ $k_3 = 3$ Entonces esta ecuación estará prob. **Sobre Identificada**
Se debe emplear el método de MC2E

Noten que la ecuación (4) es una identidad y por tanto no es relevante el problema de identificación para esta identidad.

3. (22 puntos)

Después de su buen trabajo en la República Caribeña, usted es contratado por la República de los Andes para culminar un estudio iniciado por un economista de renombre. El modelo macroeconómico empleado es:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \beta_2 Y_t + \varepsilon_{1,t} \quad (1)$$

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_t + \alpha_2 I_t + \varepsilon_{2,t} \quad (2)$$

Donde r_t , Y_t , I_t y M_t denotan la tasa de interés (medida en puntos porcentuales), el producto, la inversión de los privados y la cantidad de dinero, respectivamente. Estas 3 últimas variables están medidas en billones de dólares. Por otro lado, r_t corresponde a la tasa de interés medida en puntos porcentuales.

A partir de la información reportada al final del examen responda las siguientes preguntas:

- a) Escriba la ecuación estimada por el economista. (Los resultados se encuentran al final)
 ¿Corresponde esta ecuación a una ecuación de la forma estructural o de la forma reducida? **(4 puntos)**

El modelo que fue estimado es $r_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \beta_2 Y_t + \varepsilon_{1,t}$
 La ecuación estimada es $\hat{r}_t = 6.6789 + 2.373 \cdot M_t + 2.4 \cdot Y_t$

- b) Interprete y explique brevemente el significado y la significancia de los coeficientes estimados **(6 puntos)**

Noten que esta ecuación corresponde a la curva LM. Por tanto

$\hat{\beta}_{20} = 6.6789$ 6.6789 puntos porcentuales corresponde a la tasa de interés que garantiza el equilibrio del mercado de dinero que no depende de las demás variables.
 Este Coeficiente no es significativo al 10%.

$\hat{\beta}_{21} = 2.373$ 2.373 puntos porcentuales corresponde al aumento en la tasa de interés que garantiza el equilibrio del mercado de dinero dado un aumento en la cantidad de dinero de un billón de dólares
 Este coeficiente es significativo al 1%.

$\hat{\beta}_{22} = 2.400$ 2.4 puntos porcentuales corresponde al aumento en la tasa de interés que garantiza el equilibrio del mercado de dinero dado un aumento en el PIB de un billón de dólares
 Este coeficiente es significativo al 1%.

- c) Describa brevemente como probaría usted la siguiente hipótesis: "El dinero es neutral en esta economía" **(12 puntos)**

La afirmación es equivalente a decir que las emisiones de dinero no tienen ningún efecto sobre el Producto Interno Bruto de equilibrio de esta economía. Empleando la ecuación de la forma reducida para el PIB, obtenemos:

$$Y_t = \pi_1 + \pi_2 \cdot M_t + \pi_3 \cdot I_t + \mu_t$$

Por tanto para comprobar si "El dinero es neutral en esta economía" o no es necesario probar la siguiente hipótesis:

$$H_0: \pi_2 = 0, \text{ versus } H_A: \pi_2 \neq 0,$$

para esto empleamos el siguiente estadístico t:

$$t_{cal} = \frac{\hat{\pi}_2}{s(\hat{\pi}_2)}$$

Se rechazará la hipótesis nula si t_{cal} es mayor en valor absoluto que el t crítico con 100-5=95 grados de libertad.

3. (40 puntos)

Un investigador interesado en las finanzas públicas de los 9 municipios más grandes de un departamento de una República Andina, emplea un modelo de probabilidad lineal para explicar la probabilidad de que el municipio pague su deuda. Como variables explicativas se emplean X_{2i} y X_{3i} que representan el logaritmo del déficit del municipio i medido en miles de millones de moneda local y el logaritmo del número de empleados que se espera incorporar a la nómina en el municipio i , respectivamente. El modelo que quiere emplear es...

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots$$

- a) ¿Cuáles propiedades deben cumplir el término de error aleatorio para obtener estimadores MELI? **(2 puntos)**

De acuerdo al teorema de Gauss-Markov para obtener estimadores MELI para los parámetros β , el término de error debe cumplir las siguientes condiciones:

- Media cero, es decir $E(\varepsilon_i) = 0$
- Varianza constante (Homocedasticidad) ($\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$), y
- Linealmente independientes entre si (No - Autocorrelación) ($E(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ para todo $i \neq j$)

b) ¿Que otros supuestos deben cumplirse para obtener estimadores MELI? (3 puntos)

De acuerdo al teorema de Gauss-Markov para obtener estimadores MELI para los parámetros β , además se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Exista una relación lineal entre y y las X 's
2. Las X 's son no estocásticas y linealmente independientes entre si.

c) ¿Qué supuesto es violado en este caso? Explique intuitivamente, ¿Cómo solucionarí el problema? (5 puntos)

Sabemos que para un modelo de probabilidad lineal, la varianza del error no es constante. Específicamente, sabemos que:

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = (E(y_i)) \cdot (1 - E(y_i))$$

Por tanto el problema se puede resolver por medio de MC ponderados, dividiendo cada observación por la raíz cuadrada de $w_i = (\hat{y}_i) \cdot (1 - \hat{y}_i)$. Es decir,

$$\frac{y_i}{\sqrt{w_i}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{w_i}} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sqrt{w_i}} + \beta_3 \frac{X_{3i}}{\sqrt{w_i}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{w_i}} \quad i = 1, 2, \dots, 9$$

Para los 9 municipios del departamento en estudio se recogió la siguiente información:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d) Forme la matriz $X^T X$ y encuentre su inversa (5 puntos)

Es fácil mostrar que:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad (X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$$

e) Encuentre los estimadores de mínimos cuadrados de los coeficientes del modelo. (5 Puntos) (sin solucionar el problema)

Primero debemos armar la matriz $X^T y$. En este caso tenemos que:

$$X^T y = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Así tenemos que:

$$\hat{\beta}_{\text{hat}} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$(X^T X)^{-1} \cdot X^T y = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{1}{16} \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

Noten que

$$\hat{\beta}_{\text{hat}} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{1}{16} \\ \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

f) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.(olvidandose del problema econométrico que se pueda presentar) **(10 Puntos)**

Hemos encontrado que

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

La interpretación de estos resultados es la siguiente:

$\hat{\beta}_2 = \frac{1}{16}$, un aumento del 1% en el déficit del municipio aumentará la probabilidad de

pago en $\frac{1}{16} = 0.001$ puntos porcentuales.

$\hat{\beta}_3 = -\frac{1}{5}$, un aumento del 1% en el número de empleados que se espera incorporar a

la nomina en el municipio siminuirá la probabilidad de pago en $\frac{-1}{5} = -0.002$ puntos porcentuales.

$\hat{\beta}_1 = \frac{5}{9}$, carece de interpretación económica.

h) Compruebe si es cierto que el efecto que tiene el déficit del municipio i sobre la probabilidad de que el municipio pague es la mitad del efecto que tiene el número de empleados que se espera incorporar a la nomina en el municipio i . (muestre como lo haría, no necesita hacer todos los cálculos) **(10 puntos)**

Esto es equivalente a probar la hipótesis nula que $\beta_2 = 2 \cdot \beta_3$, versus la alterna no H_0 . Esto se puede comprobar de diferentes formas. Esto se puede reescribir de la forma $R\beta = c$, donde

$$R := (0 \quad 1 \quad 2) \quad c := 0 \quad r := 1$$

El correspondiente estadístico F esta dado por:

$$F = \frac{((c-R \cdot \hat{\beta})^T [R \cdot ((X^T \cdot X)^{-1} \cdot (R)^T)]^{-1} \cdot (c-R \cdot \hat{\beta}))}{\frac{r}{\frac{SSE}{n-k}}}$$

Este F calculado se debe comparar con el F de la tabla con un grado de libertad en el denominador y 6 en el denominador.

Estimaciones de EasyReg para la pregunta 2

```
Two-stage least squares:
Dependent variable:
Y = r
Characteristics:
First observation = 1(=1.1)
Last observation = 100(=25.4)
Number of usable observations: 100
Minimum value: -1.4614000E+001
Maximum value: 3.8290000E+001
Sample mean: 1.0564620E+001

X variables, including instrumental variables:
X(1) = Y
X(2) = l
X(3) = M
X(4) = 1

Endogenous X variable:
Y*(1) = Y

Exogenous X variables:
X*(1) = M
X*(2) = 1

2SLS estimation results for Y = l
Variables          2SLS estimate  t-value  [p-value]
M                   2.3735809    10.579  [0.00000]
Y                   2.400203    -7.827  [0.00000]
1                   6.678923     1.538  [0.12393]

[The p-values are two-sided and based on the normal approximation]
Standard error of the residuals = 11.036741E-001
Residual sum of squares (RSS) = 11.815536E+001
Total sum of squares (TSS) = 20.476477E+003
R-square = 0.994230
Adjusted R-square = 0.994111
Effective sample size (n) = 100
```

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 r_i + \alpha_2 I_i + \varepsilon_{2,i} \quad (2)$$

Donde r_i , Y_i , I_i y M_i denotan la tasa de interés (medida en puntos porcentuales), el producto, la inversión de los privados y la cantidad de dinero, respectivamente. Estas 3 últimas variables están medidas en billones de dólares. Por otro lado, r_i corresponde a la tasa de interés medida en puntos porcentuales.

A partir de la información reportada al final del examen responda las siguientes preguntas:

- Escriba la ecuación estimada por el economista. (Los resultados se encuentran al final) ¿Corresponde esta ecuación a una ecuación de la forma estructural o de la forma reducida? (4 puntos)
- Interprete y explique brevemente el significado y la significancia de los coeficientes estimados (6 puntos)
- Describa brevemente como probaría usted la siguiente hipótesis: "El dinero es neutral en esta economía" (12 puntos)

4. (40 puntos)

Un investigador interesado en las finanzas públicas de los 9 municipios más grandes de un departamento de una República Andina, emplea un modelo de probabilidad lineal para explicar la probabilidad de que el municipio pague su deuda. Como variables explicativas se emplean X_{2i} y X_{3i} que representan el logaritmo del déficit del municipio i medido en miles de millones de moneda local y el logaritmo del número de empleados que se espera incorporar a la nómina en el municipio i , respectivamente. El modelo que quiere emplear es...

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots$$

- ¿Cuáles propiedades deben cumplir el término de error aleatorio para obtener estimadores MELI? (2 puntos)
- ¿Que otros supuestos deben cumplirse para obtener estimadores MELI? (3 puntos)
- ¿Qué supuesto es violado en este caso? Explique intuitivamente, ¿Cómo solucionaría el problema? (5 puntos)

Para los 9 municipios del departamento en estudio se recogió la siguiente información:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad y^T = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)$$

- Forme la matriz $X^T X$ y encuentre su inversa (5 puntos)
- Encuentre los estimadores de mínimos cuadrados de los coeficientes del modelo. (5 Puntos) (sin solucionar el problema)
- Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (olvidándose del problema econométrico que se pueda presentar) (10 Puntos)
- Compruebe si es cierto que el efecto que tiene el déficit del municipio i sobre la probabilidad de que el municipio pague es la mitad del efecto que tiene el número de empleados que se espera incorporar a la nómina en el municipio i . (muestre como lo haría, no necesita hacer todos los cálculos) (10 puntos)

Estimaciones de EasyReg para la pregunta 2

```
Two-stage least squares:
Dependent variable:
Y = r
Characteristics:
First observation = 1(=1.1)
Last observation = 100(=25.4)
Number of usable observations: 100
Minimum value: -1.4614000E+001
Maximum value: 3.8290000E+001
Sample mean: 1.0564620E+001

X variables, including instrumental variables:
X(1) = Y
X(2) = I
X(3) = M
X(4) = 1

Endogenous X variable:
Y*(1) = Y

Exogenous X variables:
X*(1) = M
X*(2) = 1

2SLS estimation results for Y = I
Variables          2SLS estimate  t-value          [p-value]
M                   2.3735809     10.579           [0.00000]
Y                   2.400203     -7.827           [0.00000]
1                   6.678923     1.538            [0.12393]

[The p-values are two-sided and based on the normal approximation]
Standard error of the residuals = 11.036741E-001
Residual sum of squares (RSS) = 11.815536E+001
Total sum of squares (TSS) = 20.476477E+003
R-square = 0.994230
Adjusted R-square = 0.994111
Effective sample size (n) = 100
```