

Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupo 3
Cali, Lunes 18 de Abril de 2005

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- Un investigador desea determinar si existe o no diferencia entre los salarios que perciven los egresados de las dos universidades más importantes de una ciudad. Para esto emplea una muestra de 200 egresados de solo estas dos universidades. Además emplea una variable dummy (D_{1i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 1 y cero en caso contrario. También crea una segunda variable dummy (D_{2i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 2 y cero en caso contrario. El investigador afirma que “el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{1i} + \beta_3 D_{1i} edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \varepsilon_i$ estará libre de problemas de multicolinealidad”. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?
- Continuando con la pregunta anterior, el asistente de investigación afirma “el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 edad_i + \beta_3 D_{1i} edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \varepsilon_i$ no presentará problemas de multicolinealidad”. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?
- Después de estimar el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 3.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la **MÁS** acertada. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 El método de Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP),

- es un caso especial del método MCO.
- asigna menos influencia a los valores pequeños de Y y más influencia a los valores grandes de Y .
- asigna menos peso a las observaciones donde los datos presentan mayor ruido, y más peso a las observaciones donde los datos presentan menor ruido.
- Ninguna de las anteriores.

2.2 Si sus datos están afectados por errores correlacionados de primer orden (también llamado AR(1)), y usted no está conciente de esto al estimar el modelo,

- Los estimadores MCO estarán sesgados hacia arriba haciendo que el efecto de las variables explicativas en la variable dependiente sea mayor de lo que en realidad es.
- Los errores estándar generados por MCO serán incorrectos ya que se basan en el supuesto de errores no correlacionados.
- Los errores estándar serán sesgados siempre hacia abajo ya que los términos de covarianza de las fórmulas de varianza son omitidos.
- Todas las anteriores

2.3 La Multicolinealidad.

- Compromete la bondad de ajuste de un modelo de regresión,
- Puede hacer difícil distinguir entre los efectos individuales sobre la variable dependiente de un regresor u otro.
- Causa que los valores estimados de los coeficientes sean sensibles a la presencia de variables omitidas.
- Provoca que los t-estadísticos y el F-global es sean pequeños.

3 (35 puntos)

La división de estudios económicos del gremio de los constructores desea estimar el efecto que poseen las tasas de colocación $X_{1,j}$ (medida en %) y las tasas de rechazo de créditos (medida como el porcentaje de créditos rechazados sobre el total de créditos solicitados) sobre el monto de prestamos hipotecarios desembolsado en el trimestre i , y_i medidos en miles de millones de pesos. Usted cuenta con la información reportada al final del examen. Responda las siguientes preguntas.

- Escriba el **modelo** estimado por el investigador (**4 Puntos**)
- Interprete el significado de cada coeficiente estimado (**9 Puntos**).
- A partir de la información disponible, determine si existe algún tipo de problema econométrico en la regresión estimada. (**8 Puntos**)
- De acuerdo a todos los resultados anteriores, comente la significancia de los coeficientes estimados. (**5 Puntos**)
- A principios de 1990 se introdujo una reforma al sistema financiero que permitió mayor competencia en el mercado. Así mismo, a mediados de los 90 (en 1995) los métodos para evaluar a los candidatos a crédito cambiaron en todo el sector bancario. Su jefe cree que esto no provocó cambios en el comportamiento de los créditos hipotecarios. Pero usted está convencido que la relación entre los créditos hipotecarios y el porcentaje de rechazos si cambio producto de estos dos acontecimientos. ¿Cómo le demostraría a su jefe que usted tiene la razón? (**9 Puntos**)

4 (35 puntos)

El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo de una cadena de almacenes espera que las ventas diarias en millones de pesos, Y_t , tengan un

comportamiento descrito por el siguiente modelo estadístico: $y_t = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t$,

donde X_{1t} representa el número de reclamos en el día t , X_{2t} representa el número de ofertas en el día t y X_{3t} representa el porcentaje de descuento ofrecido en el día t . ε_t representa una variable estocástica que esta normalmente e independientemente distribuida con media cero

y varianza dada por: $\sigma_t^2 = \sigma^2 \frac{X_{3t}}{X_{2t}}$.

- ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β , por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? (**4 puntos**)

- b) ¿Qué supuesto es violado en este caso? ¿Cómo solucionaría el problema? Demuestre que su solución funciona (**6 puntos**)

En este caso se encontro que la correspondiente matriz $X^T X$ y $X^T y$ son:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix} \quad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$$

- c) Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) (**6 puntos – medio punto cada uno**)
- d) Calcule los mejores estimadores lineales insesgados del vector $\beta = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^T$. (**8 puntos**)
- e) Explique el significado de los coeficientes estimados (**6 puntos**)
- f) El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo cree que el efecto sobre las ventas diarias del número de ofertas en el día t se ve afectado por el hecho de que ese día exista o no un comercial de televisión. Escriba un modelo que permita capturar esta posibilidad. Demuestre que su modelo si puede probar las creencias del jefe de la división. (**5 puntos**).

Resultados de EasyReg Para la Pregunta 3.

Dependent variable: Y = ln(y)			
Characteristics:			
y			
First observation = 1(=1980.1)			
Last observation = 100(=2004.4)			
Number of usable observations: 100			
Minimum value: 7.3148694E+004			
Maximum value: 1.3922194E+005			
Sample mean: 1.0461250E+005			
X variables:			
X(1) = ln(X1)			
X(2) = X2			
X(3) = 1			
Model:			
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,			
where U is the error term, satisfying			
E[U X(1),X(2),X(3)] = 0.			
OLS estimation results			
Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	-0.14375	-2.526	-2.535
		[0.01154]	[0.01124]
b(2)	116.02391	208.740	175.320
		[0.00000]	[0.00000]
b(3)	62971.52303	181.943	164.358
		[0.00000]	[0.00000]
(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix. [The two-sided p-values are based on the normal approximation]			
Effective sample size (n) = 100			
Variance of the residuals = 532989.485406			
Standard error of the residuals = 730.061289			
Residual sum of squares (RSS)= 51699980.084391			
Total sum of squares (TSS) = 31349900555.609100			
R-square = 0.998351			
Adjusted R-square = 0.998317			
Overall F test: F(2,97) = 29360.99			
p-value = 0.00000			
Significance levels: 10% 5%			
Critical values: 2.36 3.09			
Conclusions: reject reject			
Test for first-order autocorrelation:			
Durbin-Watson test = .519371			

***Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupo 3
Respuestas Sugeridas
Cali, Lunes 18 de Abril de 2005***

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Un investigador desea determinar si existe o no diferencia entre los salarios que perciven los egresados de las dos universidades más importantes de una ciudad. Para esto emplea una muestra de 200 egresados de solo estas dos universidades. Además emplea una variable dummy (D_{1i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 1 y cero en caso contrario. También crea una segunda variable dummy (D_{2i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 2 y cero en caso contrario. El investigador afirma que “el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{1i} + \beta_3 D_{1i} edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \varepsilon_i$ estará libre de problemas de multicolinealidad”. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues no existe ningún tipo de correlación lineal entre las variables explicativas del modelo.

- b) Continuando con la pregunta anterior, el asistente de investigación afirma “el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 edad_i + \beta_3 D_{1i} edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \varepsilon_i$ no presentará problemas de multicolinealidad”. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Falso, pues noten que para cualquier individuo debe ser cierto que $edad_i = D_{1i} edad_i + D_{2i} edad_i$, por tanto existe multicolinealidad perfecta.

- c) Después de estimar el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 3.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

Verdadero, un $DW > 2$ es sintoma de autocorrelación negativa.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la MÁS acertada. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 El método de Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP),

- a) es un caso especial del método MCO.
 b) asigna menos influencia a los valores pequeños de Y y más influencia a los valores grandes de Y .
 c) asigna menos peso a las observaciones donde los datos presentan mayor ruido, y más peso a las observaciones donde los datos presentan menor ruido.
 d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: c)

MCP es un caso especial de MCG. En este, el peso asignado a cada observación es inversamente proporcional a su varianza.

2.2 Si sus datos están afectados por errores correlacionados de primer orden (también llamado AR(1)), y usted no está conciente de esto al estimar el modelo,

- Los estimadores MCO estarán sesgados hacia arriba haciendo que el efecto de las variables explicativas en la variable dependiente sea mayor de lo que en realidad es.
- Los errores estándar generados por MCO serán incorrectos ya que se basan en el supuesto de errores no correlacionados.
- Los errores estándar serán sesgados siempre hacia abajo ya que los términos de covarianza de las fórmulas de varianza son omitidos.
- Todas las anteriores

Respuesta: b)

Se estaría violando el supuesto de no correlación de los errores: $E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0 \quad i \neq j$,
pero en este caso $E[\varepsilon_i \varepsilon_j] \neq 0 \quad i \neq j$, así que el error en AR(1) será $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t$.

Recuerden que esto no afecta para nada la insesgades de los estimadores MCO, pero por el contrario el estimador de la matriz de varianzas y covarianzas es sesgado. Por otro lado, la opción c) no tiene sentido.

2.3 La Multicolinealidad.

- Compromete la bondad de ajuste de un modelo de regresión,
- Puede hacer difícil distinguir entre los efectos individuales sobre la variable dependiente de un regresor u otro.
- Causa que los valores estimados de los coeficientes sean sensibles a la presencia de variables omitidas.
- Provoca que los t-estadísticos y el F-global es sean pequeños.

Respuesta: b)

Recuerden que Multicolinealidad implica una relación lineal entre las variables explicativas. Así cuando una variable explicativa varia, otra variable explicativa también variará pues existe relación lineal entre ellas. Así el efecto que posee cada variable sobre la variable explicativa no se podrá aislar.

3 (35 puntos)

La división de estudios económicos del gremio de los constructores desea estimar el efecto que poseen las tasas de colocación $X_{1,j}$ (medida en %) y las tasas de rechazo de créditos

(medida como el porcentaje de créditos rechazados sobre el total de créditos solicitados) sobre el monto de prestamos hipotecarios desembolsado en el trimestre i , y_i medidos en miles de millones de pesos. Usted cuenta con la información reportada al final del examen. Responda las siguientes preguntas.

a) Escriba el **modelo** estimado por el investigador (**4 Puntos**)

El modelo estimado por el investigador es el siguiente:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i$$

b) Interprete el significado de cada coeficiente estimado (**9 Puntos**).

Explicación (3 Puntos c/u):

$\hat{\beta}_1 = -0.14375$, un aumento de un uno por ciento en la tasa de colocación provocará una caída en 1.4375 por ciento en los prestamos hipotecarios.

Noten que:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i$$

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i}$$

$$\frac{dy_i}{dX1_i} = \frac{\beta_1}{X1_i} e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i}$$

$$\frac{dy_i/y_i}{dX1_i/X1_i} = \beta_1$$

$\hat{\beta}_2 = 116.02391$, un aumento de un punto porcentual en la tasas de créditos rechazados provoca un aumento de 116023.91 por ciento en los prestamos desembolsados (noten que este signo es contra intuitivo).

Noten que:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i$$

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i}$$

$$\frac{dy_i}{dX2_i} = \beta_2 e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \varepsilon_i}$$

$$\frac{dy_i/y_i}{dX1_i} \cdot 100 = \beta_1 \cdot 100$$

$$\frac{\Delta\% y_i}{dX1_i} = \beta_1 \cdot 100$$

$\hat{\beta}_0 = 62971.52303$, no posee interpretación económica.

c) A partir de la información disponible, determine si existe algún tipo de problema econométrico en la regresión estimada. (**8 Puntos**)

Si bien la información disponible no es concluyente, la única prueba que podemos realizar es la prueba de Durban-Watson. En este caso tenemos que $DW=0.5$, $n=100$ y $k=3$, $D_L=1.63$ y $D_U=1.72$. Dado que ni $d_l < DW < d_u$ ni $4 - d_u < DW < 4 - d_l$. Entonces podemos proceder a probar la hipótesis nula de autocorrelación versus la alterna de que existe algún tipo de autocorrelación de orden 1. como no se cumple que $d_u < DW < 4 - d_u$, se puede rechazar la hipótesis nula. Es decir, existe autocorrelación con una confianza del 95%-

Es más se puede comprobar que existe autocorrelación positiva pues $0 < DW < d_l$, lo que permite rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación positiva.

Así, podemos concluir que existe autocorrelación positiva a partir de esta prueba. Es claro que necesitaremos otras pruebas para convertir esta conclusión en definitiva.

- d) De acuerdo a todos los resultados anteriores, comente la significancia de los coeficientes estimados. **(5 Puntos)**

Es importante darnos cuenta que el hecho de que posiblemente exista autocorrelación, implica que los estimadores MCO no sean MELI, en especial la matriz de varianzas y covarianzas no será la correcta. Por tanto los t-calculados son errados y no podemos sacar conclusiones a partir de estos estadísticos. Así, no podemos determinar si los coeficientes son significativos o no.

- e) A principios de 1990 se introdujo una reforma al sistema financiero que permitió mayor competencia en el mercado. Así mismo, a mediados de los 90 (en 1995) los métodos para evaluar a los candidatos a crédito cambiaron en todo el sector bancario. Su jefe cree que esto no provocó cambios en el comportamiento de los créditos hipotecarios. Pero usted está convencido que la relación entre los créditos hipotecarios y el porcentaje de rechazos si cambió producto de estos dos acontecimientos. ¿Cómo le demostraría a su jefe que usted tiene la razón? **(6 Puntos)**

Noten que esta idea se puede capturar por medio de dos variables dummy (claro está, después de solucionar los problemas de autocorrelación!!!). Sean

$$D_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i > 1990 : 1 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$D2_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i > 1995 : 1 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

Así un modelo que recoge esta idea es:

$$\ln(y_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X1_i) + \beta_2 X2_i + \gamma_1 D_i X2_i + \gamma_2 D2_i X2_i + \varepsilon_i$$

Es fácil mostrar que este modelo recoge la hipótesis al calcular el valor esperado de este modelo. Es decir,

$$E[\ln(y_i)] = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1i}) + (\beta_2 + \gamma_1) X_{2i} & \text{si } 1990:1 \leq i < 1995:1 \\ \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1i}) + (\beta_2 + \gamma_1 + \gamma_2) X_{2i} & \text{si } i \geq 1995:1 \\ \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1i}) + \beta_2 X_{2i} & \text{o.w.} \end{cases}$$

Así, para demostrar que usted tiene la razón se debe probar la hipótesis nula que $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ o en su defecto $\gamma_1 = 0$.

4 (35 puntos)

El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo de una cadena de almacenes espera que las ventas diarias en millones de pesos, Y_t , tengan un

comportamiento descrito por el siguiente modelo estadístico: $y_t = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t$,

donde X_{1t} representa el número de reclamos en el día t , X_{2t} representa el número de ofertas en el día t y X_{3t} representa el porcentaje de descuento ofrecido en el día t . ε_t representa una

variable estocástica que esta normalmente e independientemente distribuida con media cero

y varianza dada por: $\sigma_t^2 = \sigma^2 \frac{X_{3t}}{X_{2t}}$.

- a) ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β , por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? (4 puntos)

Los errores deben:

- Tener media cero
- Varianza constante
- Y no estar autocorrelacionados

- b) ¿Qué supuesto es violado en este caso? ¿Cómo solucionaría el problema? Demuestre que su solución funciona (6 puntos)

En este caso se viola el supuesto de homoscedasticidad. Es decir el término de error no tiene varianza constante. El problema se puede solucionar facilmente empleando los mínimos cuadrados ponderados. (1 punto por esto)

El problema se puede solucionar facilmente empleando los mínimos cuadrados ponderados.

Es decir, multiplicando todo el modelo por $\sqrt{\frac{X_{2t}}{X_{3t}}}$. (2 puntos por esto)

Noten que el modelo correspondiente será:

$$y_t \sqrt{\frac{X_{2t}}{X_{3t}}} = \beta_1 \sqrt{\frac{X_{2t}}{X_{3t}}} + \beta_2 \frac{1}{\sqrt{X_{2t} X_{3t}}} + \beta_3 \sqrt{X_{2t} X_{3t}} + \varepsilon_t \sqrt{\frac{X_{2t}}{X_{3t}}}$$

En este caso el nuevo término de error tendra varianza constante, es decir:

$$\text{Var}\left(\varepsilon_t \sqrt{\frac{X_{2t}}{X_{3t}}}\right) = \left(\frac{X_{2t}}{X_{3t}}\right) \text{Var}(\varepsilon_t) = \left(\frac{X_{2t}}{X_{3t}}\right) \sigma^2 \frac{X_{3t}}{X_{2t}} = \sigma^2$$

Q.E.D. (3 puntos por la demostración)

En este caso se encontro que la correspondiente matriz $X^T X$ y $X^T y$ son:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix} \quad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$$

- c) Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) (6 puntos – medio punto cada uno)

Para $X^T X$ tenemos:

$$\left[\begin{array}{l} \sum_{t=1}^n \left(\frac{X_{2t}}{X_{3t}}\right) = 10 \quad \sum_{t=1}^n \frac{1}{(X_{3t})} = 0 \quad \sum_{t=1}^n X_{2t} = 0 \\ \sum_{t=1}^n \frac{1}{X_{2t} X_{3t}} = 10 \quad \sum_{t=1}^n 1 = 10 \\ \sum_{t=1}^n (X_{2t})^2 = 20 \end{array} \right].$$

Y para $X^T y$:

$$\left[\begin{array}{l} \sum_{t=1}^n y_t \frac{X_{2t}}{X_{3t}} = 10 \\ \sum_{t=1}^n \frac{y_t}{X_{3t}} = 20 \\ \sum_{t=1}^n y_t X_{2t} = 30 \end{array} \right]$$

- d) Calcule los mejores estimadores lineales insesgados del vector $\beta = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^T$. (8 puntos)

Sabemos que $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$ son MELI si los supuestos del Teorema de Gauss-Markov se cumplen. Entonces:

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 10 \\ 0 & 10 & 20 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

e) Explique el significado de los coeficientes estimados (6 puntos)

$\hat{\beta}_1 = 1$ No tiene interpretación económica.

$\hat{\beta}_2 = 1$ un aumento del uno por ciento en las ofertas en el día t implicará una disminución de 0.02 (dividido el número de ofertas) de pesos en las ventas. Es decir, hace parte del efecto en las ventas (medido en millones de pesos) que tiene un aumento del uno por ciento en la ofertas

$$\frac{dy_t}{dX_{2t}} = -\beta_2 \frac{1}{(X_{2t})^2}$$

$$\frac{dy_t}{dX_{2t}/X_{2t}} = -\beta_2 \frac{1}{(X_{2t})}$$

$$\frac{dy_t}{\Delta\% X_{2t}} = -\frac{\beta_2}{100} \frac{1}{(X_{2t})}$$

$\hat{\beta}_3 = 1$ un aumento de un punto porcentual en el descuento en el día t aumentará las ventas en 100.000 pesos.

f) El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo cree que el efecto sobre las ventas diarias del número de ofertas en el día t se ve afectado por el hecho de que ese día exista o no un comercial de televisión. Escriba un modelo que permita capturar esta posibilidad. Demuestre que su modelo si puede probar las creencias del jefe de la división. (5 puntos).

Noten que esta hipótesis se puede comprobar empleando una variable dummy, tal que:

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{si se existe un comercial en TV en el día } t \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

En este caso el modelo será el siguiente:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 D_t \frac{1}{X_{2t}} + \varepsilon_t$$

Noten que el modelo si permite comprobar la hipótesis, pues existirá una pendiente diferente. Es decir:

$$E[y_t] = \begin{cases} \beta_1 + (\beta_2 + \beta_4) \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} & \text{si se existe un comercial en TV en el día } t \\ \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} & \text{o.w.} \end{cases}$$

Por tanto se puede comprobar la hipótesis probando la hipótesis nula que $\beta_4 = 0$

Resultados de EasyReg Para la Pregunta 3.

Dependent variable: Y = ln(y)			
Characteristics:			
y			
First observation = 1(=1980.1)			
Last observation = 100(=2004.4)			
Number of usable observations: 100			
Minimum value: 7.3148694E+004			
Maximum value: 1.3922194E+005			
Sample mean: 1.0461250E+005			
X variables:			
X(1) = ln(X1)			
X(2) = X2			
X(3) = 1			
Model:			
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,			
where U is the error term, satisfying			
E[U X(1),X(2),X(3)] = 0.			
OLS estimation results			
Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	-0.14375	-2.526	-2.535
		[0.01154]	[0.01124]
b(2)	116.02391	208.740	175.320
		[0.00000]	[0.00000]
b(3)	62971.52303	181.943	164.358
		[0.00000]	[0.00000]
(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix. [The two-sided p-values are based on the normal approximation]			
Effective sample size (n) = 100			
Variance of the residuals = 532989.485406			
Standard error of the residuals = 730.061289			
Residual sum of squares (RSS)= 51699980.084391			
Total sum of squares (TSS) = 31349900555.609100			
R-square = 0.998351			
Adjusted R-square = 0.998317			
Overall F test: F(2,97) = 29360.99			
p-value = 0.00000			
Significance levels: 10% 5%			
Critical values: 2.36 3.09			
Conclusions: reject reject			
Test for first-order autocorrelation:			
Durbin-Watson test = .519371			