

**Taller 6: Autocorrelación**  
**Econometría 06216**  
**09-13-2010**

**Profesor:** Julio César Alonso Cifuentes

**Monitores:** Sasha Magyaroff-Carolina Restrepo

**Notas:**

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 20 de Septiembre de 2010. **Sólo se calificaran talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

**Instrucciones:**

- Este taller debe ser escrito en computador. Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo individual. Por tanto el taller debe reflejar únicamente el trabajo del estudiante.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con todos ellos.

Frente a las fluctuaciones cíclicas del producto, las autoridades pueden optar por ser fiscalmente activas o por ser neutrales. En el primer caso, las decisiones de política implican un comportamiento pro-cíclico o anti-cíclico. Debido a la importancia de este tema, usted ha sido contratado como investigador jefe para que evalúe el comportamiento histórico de la política fiscal en este país. Tras una revisión bibliográfica se decide emplear el siguiente modelo:

$$Bal_t = \alpha + \beta Gap_t + \gamma Deb_t + \delta Bal_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

donde  $Bal_t$  es el balance fiscal (diferencia entre ingresos y gastos),  $Gap_t$  representa la brecha del producto (diferencia entre el crecimiento efectivo y potencial de la economía), ambas variables medidas como porcentaje del PIB. Además,  $Deb_t$  es definido como el cociente de deuda a PIB.

## **Pregunta 1**

Empleando la información suministrado en el archivo T6-02-10.xls, responda las siguientes preguntas:

- a. Estime el modelo (1) empleando el método de MCO y repórtelos en una tabla.
- b. Construya los gráficos que crea pertinentes para analizar la posible existencia de autocorrelación entre los errores.
- c. ¿Qué puede concluir de los gráficos? Sea lo más claro y conciso posible.

## Pregunta 2

Realice las pruebas necesarias para determinar si existe o no un problema econométrico en el modelo estimado en la pregunta anterior. Muestre claramente cuál es su decisión final.

## Pregunta 3

Si encontró algún problema, estime un modelo que pueda resolverlo. En especial:

- Demuestre claramente por qué la opción tomada resuelve el problema,
- muestre claramente cuáles son los pasos necesarios para efectuar dichos cálculos y
- realice las estimaciones y repórtelas en la misma tabla que construyó en la pregunta 1.

## Pregunta 4

- Muestre si el problema sí fue solucionado o no. Sea lo más claro y conciso posible y escoja un modelo para continuar trabajando. (Es decir, escoja entre el modelo corregido o el original)
- Teniendo en cuenta su decisión y la significancia, interprete los coeficientes estimados del modelo que crea más conveniente

## Pregunta 5

De acuerdo con las estimaciones que usted encontró, evalúe finalmente el comportamiento que han tenido las autoridades de política de su país con respecto a los ciclos. En otras palabras, defina si las políticas fiscales han presentado un comportamiento cíclico o contra-cíclico. Sea lo más claro posible y aclare bajo qué nivel de confianza usted puede concluir al respecto.

## Pregunta 6

Suponga que en el mercado de bonos del tesoro de los Estados Unidos, la demanda de dichos bonos,  $B_t$ , se relaciona de forma negativa en el período  $t$  con la tasa de interés esperada,  $i_{t+1}^e$ . Un investigador ha querido estudiar este comportamiento a través del siguiente modelo:

$$B_t = \beta_1 + \beta_2 i_{t+1}^e + \beta_3 B_{t-1} + \mu_t \quad (1)$$

Donde  $\mu_t$  tiene media cero y varianza constante. Sin embargo, teóricamente, la tasa de interés esperada se encuentra determinada por el proceso adaptativo de expectativas así:  $i_{t+1}^e - i_t^e = \lambda(i_t - i_t^e)$ . En este caso,  $i_t$  es la tasa de interés corriente del período  $t$ . Si el investigador estimara el modelo como se describe en (1), usted cree que podría hacer inferencia estadística a partir de las estimaciones, sin ningún inconveniente? Explique su respuesta claramente y utilice los cálculos que considere necesarios.

**Taller 6: Autocorrelación**  
**Econometría 06216**  
**08-23-2010**

**Profesor:** Carlos Giovanni González Espitia

**Monitores:** Ana Beatriz Arcos – Andrés Felipe Cuadros

**Notas:**

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 30 de agosto de 2010. **Sólo se calificarán talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

**Instrucciones:**

- Este taller debe ser escrito en computador. Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo individual. Por tanto el taller debe reflejar únicamente el trabajo del estudiante.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con todos ellos.

Frente a las fluctuaciones cíclicas del producto, las autoridades pueden optar por ser fiscalmente activas o por ser neutrales. En el primer caso, las decisiones de política implican un comportamiento pro-cíclico o anti-cíclico. Debido a la importancia de este tema, usted ha sido contratado como investigador jefe para que evalúe el comportamiento histórico de la política fiscal en este país. Tras una revisión bibliográfica se decide emplear el siguiente modelo:

$$Bal_t = \alpha + \beta Gap_t + \gamma Deb_t + \delta Bal_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

donde  $Bal_t$  es el balance fiscal (diferencia entre ingresos y gastos),  $Gap_t$  representa la brecha del producto (diferencia entre el crecimiento efectivo y potencial de la economía), ambas variables medidas como porcentaje del PIB. Además,  $Deb_t$  es definido como el cociente de deuda a PIB.

## **Pregunta 1**

Empleando la información suministrado en el archivo T6-02-10.xls, responda las siguientes preguntas:

- a. Estime el modelo (1) empleando el método de MCO y repórtelos en una tabla.

	Variable Dependiente Bal	
	Estadístico t entre parentesis	
	Modelo (1)	Modelo (2)
	MCO	MDG
Constante	199,08885 18,498***	68,1193538 22,438***
$Exp_t$	4,00051 1197,406***	
$Deb_t$	0,04363 1,146	
$Bal_{t-1}$	-0,00005 -0,071	
$Exp_t^2$		3,9999963 1808,139***
$Deb_t^2$		-0,0183460 -0,268
$Bal_{t-1}^2$		-0,0001789 -0,328
R2	1	1
R2 Ajustado	1	1
# de Observaciones	29	28

(\*) Nivel de Significancia: 10 %

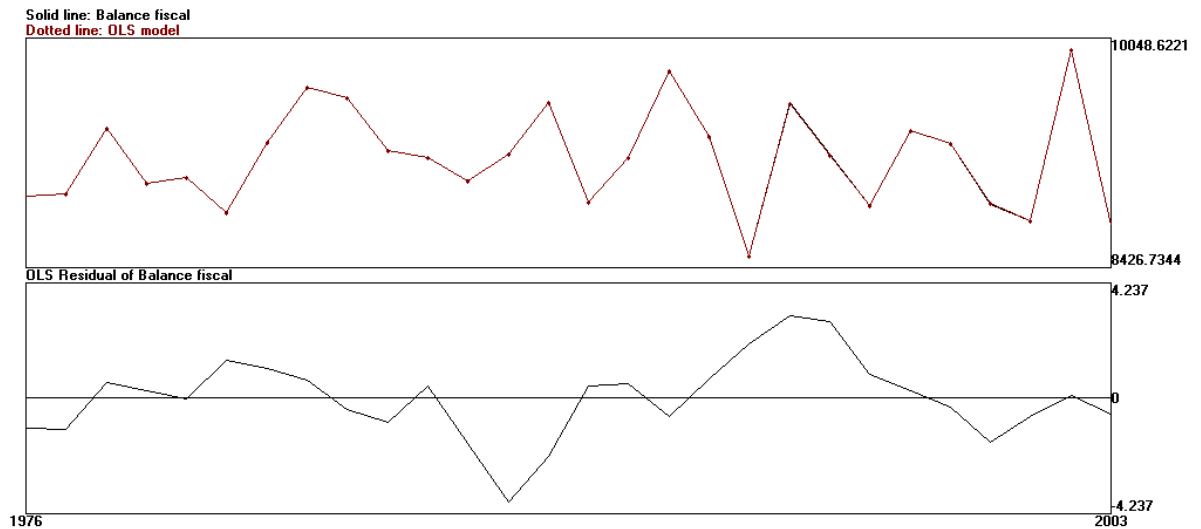
(\*\*) Nivel de Significancia: 5 %

(\*\*\*) Nivel de Significancia: 1 %

MCO: Minimos Cuadrados Ordianarios

MDG: Método de diferencias generalizadas

- b. Construya los gráficos que crea pertinentes para analizar la posible existencia de autocorrelación entre los errores.



c. ¿Qué puede concluir de los gráficos? Sea lo más claro y conciso posible.

Es posible observar en el gráfico que contiene los residuos vs el tiempo, la presencia intuitiva de autocorrelación, más concretamente, de autocorrelación positiva, en la medida en que se evidencia que los residuos parecieran tener un comportamiento persistente positivo durante algunos años, y negativo para otro subconjunto de años. Así mismo, no se observa un cambio abrupto en los signos como para intuir autocorrelación negativa.

## Pregunta 2

Realice las pruebas necesarias para determinar si existe o no un problema econométrico en el modelo estimado en la pregunta anterior. Muestre claramente cuál es su decisión final.

- **Test de Rachas:**

<b>Número de Cambios</b>	8
<b>Número de Rachas</b>	9
<b>Errores Positivos</b>	15
<b>Errores Negativos</b>	14
<b>E (k)</b>	15.483
<b>Varianza (k)</b>	6.974

Dado que el número de errores positivos y negativos no llegan a las 20 observaciones, lo más recomendado en este caso es utilizar la distribución de valores críticos de la prueba de rachas que usted puede encontrar en el libro *EasyReg: Aplicaciones para un curso de econometría*, en la página 159. El intervalo razonable para el número de rachas sobre el cual podría concluirse no autocorrelación es de 9 a 22 rachas. En este caso el número de rachas es 9, por lo tanto, según esta prueba, podría decirse que no se rechaza la hipótesis nula a un 95% de confianza. No obstante, note

que la decisión se toma al margen del intervalo, por lo que sería necesario realizar otras pruebas con el fin de detectar autocorrelación.

- **Test h de durbin:**

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_a: \rho \neq 0$$

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n(\widehat{\text{var}}(\hat{\alpha}))}}$$

$$h = 3,407318989$$

Al comparar h con los niveles de significancia del 10%, 5% y 1%, es posible concluir la presencia de autocorrelación entre los errores.

- **Test de Box Pierce**

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_a: \rho \neq 0$$

Q(p)	Valor	p- value	Decisión
1	10.71	0.00107	Rechazar al 99%
2	11.43	0.00330	Rechazar al 99%
3	11.54	0.00915	Rechazar al 99%
4	11.61	0.02053	Rechazar al 95%
5	13.99	0.01566	Rechazar al 95%
6	22.39	0.00103	Rechazar al 99%
7	30.97	0.00006	Rechazar al 99%
8	34.10	0.00004	Rechazar al 99%
9	35.32	0.00005	Rechazar al 99%

A pesar de que la prueba de rachas no permite concluir la presencia de autocorrelación bajo un nivel del 95%, en este caso prevalecerá el criterio de las otras pruebas en las cuales si se rechaza la hipótesis nula de que los errores no están relacionados, es decir, se concluye que en efecto deberá existir por lo menos una correlación que es diferente de cero.

### Pregunta 3

Si encontró algún problema, estime un modelo que pueda resolverlo. En especial:

Como primera medida, es importante mencionar que, dados los resultados, es posible asumir que existe un problema de autocorrelación de tipo AR(1); es decir,  $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + \vartheta_t$ . Así pues, será pertinente emplear el método de diferencias generalizadas.

- a) Demuestre claramente por qué la opción tomada resuelve el problema.

Esta opción funcionará si el error tiene un problema de orden 1 (AR(1)). Es decir, si suponemos que:

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + \vartheta_t.$$

Donde  $\vartheta_t$  cumple con los supuestos del teorema de Gauss Markov. En este orden de ideas, se tendrá que:

$$\mathbf{Bal}_{t-1} = \alpha + \beta \mathbf{Gap}_{t-1} + \gamma \mathbf{Deb}_{t-1} + \theta \mathbf{Bal}_{t-2} + \varepsilon_t$$

Multiplicando la expresión por  $\rho$  y restándosela a (1), se tendrá que:

$$\mathbf{Bal}_t - \mathbf{Bal}_{t-1} = \alpha(1 - \rho) + \beta(\mathbf{Gap}_t - \rho\mathbf{Gap}_{t-1}) + \gamma(\mathbf{Deb}_t - \rho\mathbf{Deb}_{t-1}) + \delta(\mathbf{Bal}_{t-1} - \rho\mathbf{Bal}_{t-2}) + (\varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t-1})$$

Reparametrizando, se tiene que:

$$\mathbf{Bal}_t^* = \alpha^* + \beta\mathbf{Gap}_t^* + \gamma\mathbf{Deb}_t^* + \delta\mathbf{Bal}_{t-1}^* + \vartheta_t$$

Donde  $\mathbf{Bal}_t^* = \mathbf{Bal}_t - \mathbf{Bal}_{t-1}$ ,  $\mathbf{Gap}_t^* = \mathbf{Gap}_t - \rho\mathbf{Gap}_{t-1}$ ,  $\mathbf{Deb}_t^* = \mathbf{Deb}_t - \rho\mathbf{Deb}_{t-1}$  y  $\mathbf{Bal}_{t-1}^* = \mathbf{Bal}_{t-1} - \rho\mathbf{Bal}_{t-2}$ .

- b) Muestre claramente cuáles son los pasos necesarios para efectuar dichos cálculos.

Es necesario efectuar primero el método de Durbin. Para esto se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

1. Estimar el siguiente modelo:

$$\mathbf{Bal}_t = \alpha + \beta \mathbf{Gap}_t + \gamma \mathbf{Deb}_t + \delta \mathbf{Bal}_{t-1} + \varphi \mathbf{Gap}_{t-1} + \pi \mathbf{Deb}_{t-1} + \theta \mathbf{Bal}_{t-2} + \varepsilon_t$$

De esta ecuación estimado es posible encontrar  $\hat{\rho}$  (coeficiente que acompaña a  $\mathbf{Bal}_{t-2}$ ). En este se tiene que  $\hat{\rho} = 0,66483$ .

2. Aplicar el método de diferencias generalizadas, creando las variables:  $Bal_t^* = Bal_t - Bal_{t-1}$ ,  $Gap_t^* = Gap_t - \rho Gap_{t-1}$ ,  $Deb_t^* = Deb_t - \rho Deb_{t-1}$  y  $Bal_{t-1}^* = Bal_{t-1} - \rho Bal_{t-2}$ .

3. Estimar el modelo:

$$Bal_t^* = \alpha^* + \beta Gap_t^* + \gamma Deb_t^* + \delta Bal_{t-1}^* + \vartheta_t$$

- c) Realice las estimaciones y repórtelas en la misma tabla que construyó en la pregunta 1. Las estimaciones se reportan en la tabla 1.

## Pregunta 4

- a) Muestre si el problema sí fue solucionado o no. Sea lo más claro y conciso posible y escoja un modelo para continuar trabajando. (Es decir, escoja entre el modelo corregido o el original).

Se efectúan las pruebas:

- Test h de durbin:

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_a: \rho \neq 0$$

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n(\widehat{var}(\hat{\alpha}))}}$$

$$h = 1,254665563$$

Al comparar h con los niveles de significancia del 10%, 5% y 1%, es posible concluir la NO existencia de autocorrelación entre los errores.

- Test de Box Pierce

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_a: \rho \neq 0$$



Q(p)	Valor	p- value	Decisión
1	1.24	0.26616	No Rechazar al 99%
2	4.46	0.10744	No Rechazar al 99%
3	4.47	0.21486	No Rechazar al 99%
4	5.10	0.27766	No Rechazar al 99%
5	5.10	0.40435	No Rechazar al 99%
6	7.36	0.28895	No Rechazar al 99%
7	9.63	0.21032	No Rechazar al 99%
8	9.64	0.29101	No Rechazar al 99%
9	9.66	0.37853	No Rechazar al 99%

Luego, es posible concluir la no existencia de autocorrelación entre los errores.

<b>Número de Cambios</b>	12
<b>Número de Rachas</b>	13
<b>Errores Positivos</b>	15
<b>Errores Negativos</b>	13
<b>E (k)</b>	14.929
<b>Varianza (k)</b>	6.670

Como se mencionó anteriormente, conviene utilizar un intervalo de confianza con los valores críticos de rachas. En este caso el número de rachas es 13, y el intervalo de 95% de confianza para el número razonable de rachas está entre 9 y 21. En consecuencia, puede concluirse que no existe autocorrelación bajo el criterio de la prueba de rachas con un 95% de confiabilidad.

Es posible observar que el problema de autocorrelación pudo ser corregido; por tanto el mejor modelo es el modelo (2).

- b) Teniendo en cuenta su decisión y la significancia, interprete los coeficientes estimados del modelo que crea más conveniente.

A continuación se presenta la interpretación de los coeficientes estimados; no obstante, no es posible hacer inferencia individual sobre ellos ya que los estadísticos t no funcionan; no obstante, dado que el F global no involucra el intercepto, es posible hablar de la significancia del modelo en su conjunto. En este orden de ideas, teniendo un  $F_{global} = 1438126.34$ , es posible rechazar la hipótesis nula y concluir que las variables explicativas si explican en buena medida las variaciones del balance fiscal.

$$\hat{\alpha} = \frac{68,11935}{(1-0,66483)} = 203,238218814333. \text{ No tiene interpretación económica.}$$

$\hat{\beta} = 3,9999963$ . Representa el estado actual del ciclo. Cuando la brecha del producto se incrementa en un punto porcentual, el balance fiscal aumenta en 3,9999963 puntos porcentuales del PIB. Ceteris paribus.

$\widehat{\gamma} \cong -0,0183460$ . Representa el nivel de deuda alcanzado por el gobierno. Cuando el coeficiente de deuda aumenta en un punto porcentual, el balance fiscal disminuye en 0,0183460 puntos porcentuales del PIB. Ceteris paribus.

$\widehat{\delta} = -0,0001789$ . Captura el hecho de que por razones institucionales, no es fácil para un gobierno aplicar medidas de corrección fiscal en un solo período. Cuando el balance fiscal del periodo pasado se incrementa en un punto porcentual, el balance del periodo actual disminuye en 0,0001789 puntos porcentuales del PIB. Ceteris paribus.

## Pregunta 5

De acuerdo con las estimaciones que usted encontró, evalúe finalmente el comportamiento que han tenido las autoridades de política de su país con respecto a los ciclos. En otras palabras, defina si las políticas fiscales han presentado un comportamiento cíclico o contra-cíclico. Sea lo más claro posible y aclare bajo qué nivel de confianza usted puede concluir al respecto.

El comportamiento del gobierno frente al ciclo económico se recoge por medio de  $\beta$ . Así pues, dado que este coeficiente toma el valor de 3,9999963 y es significativo al 99%, entonces es posible concluir que el gobierno ha optado por una política fiscal contracíclica, es decir, que cuando la economía está a la baja el gobierno decide aumentar el gasto público, lo que terminaría suavizando el tamaño del ciclo.

## Pregunta 6

Suponga que en el mercado de bonos del tesoro de los Estados Unidos, la demanda de dichos bonos,  $B_t$ , se relaciona de forma negativa en el período  $t$  con la tasa de interés esperada,  $i_{t+1}^e$ . Un investigador ha querido estudiar este comportamiento a través del siguiente modelo:

$$B_t = \beta_1 + \beta_2 i_{t+1}^e + \beta_3 B_{t-1} + \mu_t \quad (2)$$

Donde  $\mu_t$  tiene media cero y varianza constante. Sin embargo, teóricamente, la tasa de interés esperada se encuentra determinada por el proceso adaptativo de expectativas así:

$$i_{t+1}^e - i_t^e = \lambda (i_t - i_t^e) \quad (3)$$

En este caso,  $i_t$  es la tasa de interés corriente del período  $t$ . Si el investigador estimara el modelo como se describe en (2), usted cree que podría hacer inferencia estadística a partir de las estimaciones, sin ningún inconveniente? Explique su respuesta claramente y utilice los cálculos que considere necesarios.

La relación establecida por la ecuación del proceso adaptativo de expectativas (3) puede sobre-escribirse como:

$$i_{t+1}^e = \lambda(i_t - i_t^e) + i_t^e = \lambda i_t - \lambda i_t^e + i_t^e = \lambda i_t + i_t^e (1 - \lambda) \quad (4)$$

Por lo tanto, el modelo (2) puede escribirse de nuevo como:

$$B_t = \beta_1 + \beta_2 \lambda i_t + \beta_2 (1 - \lambda) i_t^e + \beta_3 B_{t-1} + \mu_t \quad (5)$$

Rezagando un período la ecuación (2) se obtiene:

$$B_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 i_t^e + \beta_3 B_{t-2} + \mu_{t-1} \quad (6)$$

Pero de la ecuación (5) se tiene que además que

$$\beta_2 i_t^e = B_{t-1} - \beta_1 - \beta_3 B_{t-2} - \mu_{t-1}$$

Reemplazando en la ecuación (5) se tiene que:

$$\begin{aligned} B_t &= \beta_1 + \beta_2 \lambda i_t + (1 - \lambda)(B_{t-1} - \beta_1 - \beta_3 B_{t-2} - \mu_{t-1}) + \beta_3 B_{t-1} + \mu_t \\ B_t &= \beta_1 + \beta_2 \lambda i_t + (1 - \lambda) B_{t-1} - (1 - \lambda) \beta_1 - (1 - \lambda) \beta_3 B_{t-2} - (1 - \lambda) \mu_{t-1} + \beta_3 B_{t-1} + \mu_t \\ B_t &= \beta_1 \lambda + \beta_2 \lambda i_t + (1 - \lambda + \beta_3) B_{t-1} - (1 - \lambda) \beta_3 B_{t-2} - (1 - \lambda) \mu_{t-1} + \mu_t \\ B_t &= \beta_1^* + \beta_2^* i_t + \beta_3^* B_{t-1} + \beta_4^* B_{t-2} + \mu_t^* \\ \mu_t^* &= \mu_t - (1 - \lambda) \mu_{t-1} \end{aligned}$$

Por tanto, a menos de que  $\lambda = 1$ , el error asociado al modelo es un error autocorrelacionado, por cuanto no es apto para hacer inferencia estadística. Nótese que para que esto suceda tiene que pasar que la tasa de interés esperada en el período t+1 sea la tasa efectiva del período corriente, es decir, que no haya expectativa alguna sobre el cambio en dicha tasa.

Balance fiscal	Brecha producto	Balance fiscal rezagado	Coefficiente de deuda	Años
8021,361	1955,454	9070,838	12,2	1975
8901,015	2175,487	8021,361	12,2	1976
8919,35	2180,106	8901,015	11,3	1977
9436,223	2308,82	8919,35	11,4	1978
9001,345	2200,114	9436,223	19,8	1979
9050,214	2212,415	9001,345	19,8	1980
8769,529	2141,859	9050,214	20	1981
9324,56	2280,666	8769,529	20,4	1982
9754,623	2388,262	9324,56	23,5	1983
9672,541	2368,045	9754,623	24	1984
9253,262	2263,355	9672,541	25	1985
9204,707	2250,845	9253,262	25,5	1986
9017,447	2204,591	9204,707	27,7	1987
9227,655	2257,729	9017,447	28	1988
9631,154	2358,122	9227,655	28,8	1989
8852,541	2162,776	9631,154	28,8	1990
9204,994	2250,834	8852,541	30	1991
9881,847	2420,368	9204,994	30	1992
9364,425	2290,659	9881,847	30	1993
8428,928	2056,443	9364,425	30,5	1994
9630,919	2356,573	8428,928	32,9	1995
9227,356	2255,765	9630,919	33,7	1996
8823,281	2155,285	9227,356	34	1997
9415,929	2303,579	8823,281	34,4	1998
9312,126	2277,799	9415,929	36	1999
8838,165	2159,55	9312,126	47,5	2000
8703,256	2125,616	8838,165	42,9	2001
10048,622	2461,734	8703,256	39,3	2002
8673,356	2118,209	10048,622	36,1	2003