

***Econometría 06216***  
***Examen Parcial #2***  
***Grupo 1***  
***Cali, Lunes 9 de Octubre de 2006***

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **9** páginas; además, deben tener una hoja de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

**1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Suponga que se desea determinar cuál es el efecto de un día lluvioso sobre la demanda de viajes en taxi para las mujeres. Para esto, un investigador cuenta con una base de datos que recoge información para 500 entrevistados. El investigador afirma que el siguiente modelo permite cumplir el objetivo:

$$taxi_i = \beta_0 + \beta_1 D_{1i} + \beta_2 D_{2i} + \beta_3 Ingreso_i + \varepsilon_i$$

Donde  $taxi_i$  corresponde al número de cuadras viajadas en taxi para el individuo  $i$ ,  $D_{1i}$  es una variable dummy que toma el valor de uno si se trata de un día lluvioso y cero en caso contrario y  $D_{2i}$  es otra variable dummy que toma el valor de uno si el individuo  $i$  es mujer y cero en caso contrario. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

- b) Continuando con la pregunta anterior, el investigador afirma que el siguiente modelo tendrá, con toda seguridad, problemas de multicolinealidad:  $taxi_i = \beta_0 + \beta_3 Ingreso_i + \gamma_1 D_{1i} \cdot Ingreso_i + \gamma_2 D_{2i} \cdot Ingreso_i + \gamma_3 D_{1i} \cdot D_{2i} \cdot Ingreso_i + \varepsilon_i$ . ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

- c) Continuando con las preguntas anteriores, después de estimar el modelo  $taxi_i = \beta_0 + \beta_1 D_{1i} + \beta_2 D_{2i} + \beta_3 Ingreso_i + \varepsilon_i$ , se espera que el modelo tenga heteroscedasticidad (dado que son datos de corte transversal). Por tanto el investigador le dice a su asistente: “Con seguridad, al realizar la prueba de Goldfeld y Quandt, tendremos que rechazar la hipótesis nula.” ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?
- d) En presencia de autocorrelación se puede afirmar que el método de diferencias generalizadas siempre solucionará el problema de autocorrelación. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

**2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- 2.1** Entre más fuerte sea la evidencia en favor de autocorrelación serial de primer orden de los errores de una regresión, más cerca estará el estadístico de Durbin-Watson a:
- 3
  - 2
  - 0
  - Ninguno de los anteriores
- 2.2** Después de estimar el modelo  $y_t = \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$ , donde el residuo estimado es homoscedástico y no presencia autocorrelación, se espera que los estimadores MCO de los parámetros sean:
- Insesgados y tengan la menor varianza posible.
  - Insesgados y pero no tengan la menor varianza posible.
  - Sesgados y tengan la menor varianza posible.

d) Sesgados y pero no tengan la menor varianza posible.

2.3 Considere una regresión que emplea datos trimestrales y variables dummy estacionales definidas de la siguiente forma

$$X_{1t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al primer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al segundo trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{3t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al tercer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

Ahora considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{S}_t = 16,600 + 4,500 \cdot X_{1t} - 300 \cdot X_{2t} + 62,500 \cdot X_{3t}$$

para  $t = 1, \dots, n$  donde  $S_t$  corresponden a las ventas (medidas en dólares) de un local de souvenirs en una playa de un Resort en el periodo  $t$ . De acuerdo a este modelo:

- las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$16,600.
- las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$21,100
- las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$11,100.
- las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$16,300.

3 (35 puntos)

La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econométrico de planta. La última tarea que le fue asignada al econométrico, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econométrico no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. ( $M_i$  es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año  $i$ ,  $X_{1,i}$  representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año  $i$ , y  $X_{2,i}$  denota la tasa de interés (%) en el año  $i$ ).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda **brevemente** a cada una de las siguientes preguntas:

- Escriba el **modelo** estimado por el econométrico (**4 Puntos**)
- Explique brevemente, pero con el mayor número de argumentos, porque se detecto la presencia de un problema econométrico. Sea lo más preciso (**8 puntos**)
- ¿Cómo fue corregido el problema y por qué funciona desde el punto de vista teórico ésta solución? ¿Cree usted que el modelo corregido esta libre de problemas? Explique porque sí o porque no (**7 puntos**)
- Interprete el significado de cada coeficiente estimado que se espera que sea MELI. (**6 Puntos – 2 puntos cada uno**).
- Durante el último año, se ha venido incremento un debate entre la opinión pública de esta de la Banana República. En especial se cree que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés es cuatro veces más grande después de la última reforma al sector financiero realizada en 1990 que antes. ¿Cómo podríamos emplear un modelo econométrico para comprobar esta hipótesis? (Sea lo más específico, escriba su modelo, demuestre que el modelo sirve para comprobar la hipótesis relevante y muestre como se

debería comprobar la hipótesis requerida (de ser necesario escriba las fórmulas a evaluar y cómo se tomaría la decisión)) **(10 puntos)**

**4** (30 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida  $y_t$  de sus productos (en 100,000 unidades) sigue la siguiente relación.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \quad t = 1, 2, \dots$$

Donde  $X_{2t}$  representa el tiempo de propaganda en televisión en el periodo  $t$  (medido en horas) y  $X_{3t}$  denota el logaritmo del número de avisos de propaganda en revistas en el periodo  $t$  (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E(u_t) = 0 \quad \text{Var}(u_t) = \sigma^2 \frac{(X_{3t} + X_{2t})^2}{X_{2t}} \quad E(u_j u_i) = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

- a) Después de realizar las transformaciones del caso (dado que existe heteroscedasticidad y por tanto se emplea un método de estimación que garantice la que obtengamos estimadores MELI), para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz  $X^T X$  y  $X^T y$ :

$$X^T X = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad X^T y = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz  $X^T X$ . (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz  $X^T X$ , y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **(5 puntos)**

- b) Encuentre los estimadores MELI de los betas del modelo. **(10 Puntos)**  
 c) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(5 Puntos)**  
 d) Ahora suponga que se desea determinar si la elasticidad de las cantidades vendidas con respecto al número de avisos de propaganda en revistas es en promedio mayor que 1. ¿Cómo comprobaría esta hipótesis? y ¿qué información extra necesitaría? **(10 Puntos)**

**Resultados de EasyReg.**

Dependent variable:

$$Y = \ln[M]$$

Characteristics:

$\ln[M]$

First observation = 1(=1904)

Last observation = 100(=2003)

Number of usable observations: 100

Minimum value: 2.1149950E+005

Maximum value: 1.6273217E+006

Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:

$$X(1) = \ln[X1]$$

$$X(2) = \ln[X2]$$

$$X(3) = 1$$

Model:

$$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$$

where U is the error term, satisfying

$$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.$$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	45.42551	1.324	1.393
		[0.18561]	[0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256
		[0.01109]	[0.02406]

(\*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326  
 Standard error of the residuals = 389.910612  
 Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592  
 Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000  
 R-square = 0.999999  
 Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test:  $F(2,97) = 57.95$

p-value = 0.00000

Significance levels:      10%      5%

Critical values:          2.36      3.09

Conclusions:              reject    reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = .339159

REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2))

p-value = 0.50162

Significance levels:      10%      5%

Critical values:          4.61      5.99

Conclusions:              accept    accept

Breusch-Pagan test = 13.934181

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

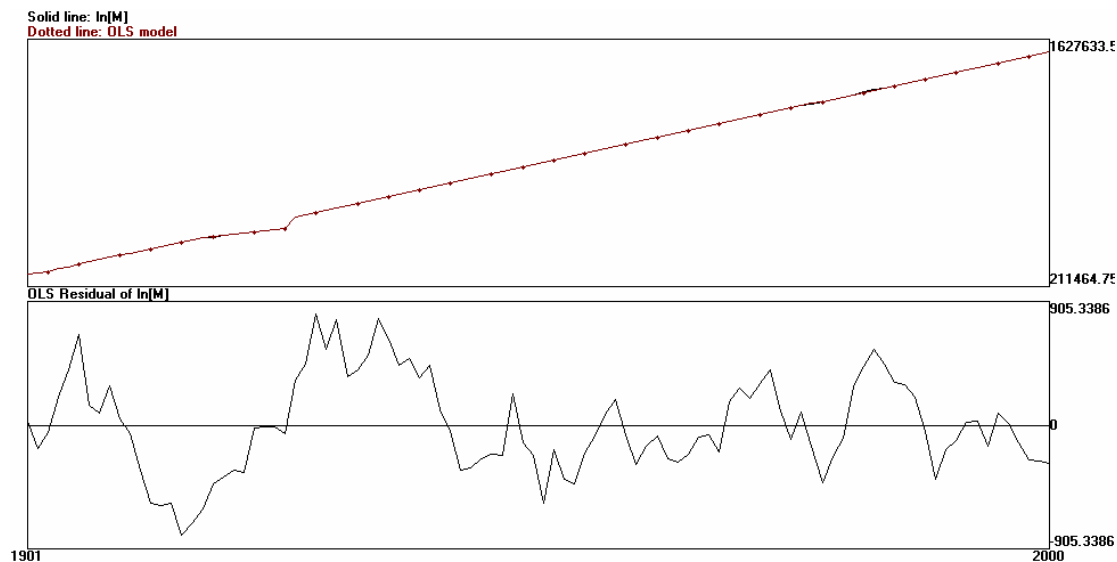
Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.00094

Significance levels:      10%      5%

Critical values:          4.61      5.99

Conclusions:              reject    reject



Box-Pierce Q statistics for  $Y(t)$ ,  $t=1(=1901)$  to  $100(=2000)$ , where

$Y(t) = \text{OLS Residual of } \ln[M]$

$Q(1)=68.41$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.71 3.84

Conclusions: reject reject

$Q(2)=113.35$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: reject reject

$Q(3)=139.09$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 6.25 7.81

Conclusions: reject reject

$Q(4)=153.86$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 7.78 9.49

Conclusions: reject reject

$Q(5)=159.27$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 9.24 11.07

Conclusions: reject reject

Dependent variable:

$$Y = \ln[M] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[M]]$$

Characteristics:

$$\ln[M] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[M]]$$

First observation = 2 (=1902)

Last observation = 100 (=2000)

Number of usable observations: 99

Minimum value: 4.7355270E+004

Maximum value: 2.9285731E+005

Sample mean: 1.7073276E+005

X variables:

$$X(1) = \ln[X1] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[X1]]$$

$$X(2) = \ln[X2] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[X2]]$$

$$X(3) = 1$$

Model:

$$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$$

where U is the error term, satisfying

$$E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0.$$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951	3211.920
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	31.91444	0.707	0.663
		[0.47961]	[0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712	-0.706
		[0.47628]	[0.48032]

(\*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 99

Variance of the residuals = 47769.880828

Standard error of the residuals = 218.563219

Residual sum of squares (RSS) = 4585908.559485

Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000

R-square = 0.69991

Adjusted R-square = 0.999991



Overall F test:  $F(2,96) = 53.91$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = 1.899969

REMARK: A better way of testing for serial correlation

is to specify ARMA errors and then test the null

hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.46763

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.48966

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

## Econometría, Examen Parcial II

Prof: Julio César Alonso C

### Fórmulas

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \ddots & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{ki} \end{bmatrix}$$

$$y^T y = \sum_{i=1}^n y_i^2$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = y^T y - n\bar{y}^2$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

$$\text{Var}[\hat{\beta}] = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$$

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \hat{\beta}^T X^T y - n\bar{y}^2 \quad t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE / (n-k)}$$

$$F_c = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)} = \frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c = \frac{(SSE_R - SSE_U) / r}{SSE_U / (n-k)} \quad R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} s_{\hat{\beta}_i} \quad \bar{R}^2 = 1 - (1-R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p = x_p^T \hat{\beta}, \quad x_p^T = (1 \quad x_{1p} \quad x_{2p} \quad \cdots \quad x_{kp})$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\sigma^2 x_p^T (X^T X)^{-1} x_p}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\sigma^2 \left[ 1 + x_p^T (X^T X)^{-1} x_p \right]}$$

$$\hat{\beta}_j^E = \hat{\beta}_j \frac{s_{X_j}}{s_y}, \quad j = 2, 3, \dots, k \quad E_j = \hat{\beta}_j \frac{\bar{X}_j}{\bar{y}}$$

## Econometría, Examen Parcial II

Prof: Julio César Alonso C

### Cantidades Importantes

#### Test de Heteroscedasticidad

**Goldfeld y Quand:**  $F_{GQ} = \frac{SSE_2}{SSE_1} \sim F_{(n-d-2k, n-d-2k)}$

**Breush-Pagan:**  $\frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{\hat{\sigma}^2} = \gamma + \delta Z_i + \mu_i$ ,  $BP = \frac{SSR}{2} \sim \chi_g^2$

**White:**  $\hat{\varepsilon}_i^2 = \gamma + \sum_{m=1}^k \sum_{j=1}^k \delta_s X_{mi} X_{ji} + \mu_i$ ,  $W_a = nR^2 \sim \chi_g^2$

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$\sqrt{10} = 3.162$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\sqrt{13} = 3.606$$

*d<sub>l</sub> y d<sub>u</sub> para el test de DW al nivel de significancia del 5%*

N	k-1=1		k-1=2		k-1=3	
	d <sub>l</sub>	d <sub>u</sub>	d <sub>l</sub>	d <sub>u</sub>	d <sub>l</sub>	d <sub>u</sub>
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74

#### Test de Autocorrelación

**Durbin-Watson**  $DW \approx 2(1 - \hat{\rho})$

Ho	Sí	Decisión
$H_0 : \rho = 0$	$d_u < DW < 4 - d_u$	<b>A</b>
<b>No auto +</b>	$0 < DW < d_l$	<b>R</b>
<b>No auto -</b>	$4 - d_l < DW < 4$	<b>R</b>

#### Condición de Orden

$k_i > g_i - 1$  sobre-identificada

$k_i = g_i - 1$  perfectamente identificada

*Área de indecisión*  $d_l < DW < d_u$  y  $4 - d_u < DW < 4 - d_l$

**Econometría 06216**  
**Examen Parcial #2**  
**Grupo 1**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Cali, Lunes 9 de Octubre de 2006**

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: \_\_\_\_\_  
 Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 5 páginas; además, deben tener una hoja de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

**1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Suponga que se desea determinar cuál es el efecto de un día lluvioso sobre la demanda de viajes en taxi para las mujeres. Para esto, un investigador cuenta con una base de datos que recoge información para 500 entrevistados. El investigador afirma que el siguiente modelo permite cumplir el objetivo:

$$taxi_i = \beta_0 + \beta_1 D_{1i} + \beta_2 D_{2i} + \beta_3 Ingreso_i + \varepsilon_i$$

Donde  $taxi_i$  corresponde al número de cuadras viajadas en taxi para el individuo  $i$ ,  $D_{1i}$  es una variable dummy que toma el valor de uno si se trata de un día lluvioso y cero en caso contrario y  $D_{2i}$  es otra variable dummy que toma el valor de uno si el individuo  $i$  es mujer y cero en caso contrario. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

**Falso**, pues este modelo permite determinar el efecto del género y el efecto de un día lluvioso por separado. Pero no puede establecerse el efecto del efecto de un día lluvioso sobre la demanda de viajes en taxi para las mujeres. Esto se puede demostrar fácilmente.

$$E[taxi_i] = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 Ingreso_i & \text{si día lluvioso y mujer} \\ \beta_0 + \beta_1 + \beta_3 Ingreso_i & \text{si día lluvioso y hombre} \\ \beta_0 + \beta_2 + \beta_3 Ingreso_i & \text{si día NO lluvioso y mujer} \\ \beta_0 + \beta_3 Ingreso_i & \text{si día NO lluvioso y hombre} \end{cases}$$

- b) Continuando con la pregunta anterior, el investigador afirma que el siguiente modelo tendrá, con toda seguridad, problemas de multicolinealidad:  $taxi_i = \beta_0 + \beta_3 Ingreso_i + \gamma_1 D_{1i} \cdot Ingreso_i + \gamma_2 D_{2i} \cdot Ingreso_i + \gamma_3 D_{1i} \cdot D_{2i} \cdot Ingreso_i + \varepsilon_i$ . ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

**Falso**, pues noten que no existe multicolinealidad dado que no existe una combinación lineal perfecta entre los regresores. Una forma de ver esto es darnos cuenta que en este caso ninguna variable brinda información redundante. Para observar esto calcule el valor esperado del modelo bajo los cuatro casos posibles.

$$E[taxi_i] = \begin{cases} \beta_0 + (\beta_3 + \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) Ingreso_i & \text{si día lluvioso y mujer} \\ \beta_0 + \beta_1 + (\beta_3 + \gamma_1) Ingreso_i & \text{si día lluvioso y hombre} \\ \beta_0 + \beta_2 + (\beta_3 + \gamma_2) Ingreso_i & \text{si día NO lluvioso y mujer} \\ \beta_0 + \beta_3 Ingreso_i & \text{si día NO lluvioso y hombre} \end{cases}$$

- c) Continuando con las preguntas anteriores, después de estimar el modelo  $taxi_i = \beta_0 + \beta_1 D_{1i} + \beta_2 D_{2i} + \beta_3 Ingreso_i + \varepsilon_i$ , se espera que el modelo tenga

heteroscedasticidad (dado que son datos de corte transversal). Por tanto el investigador le dice a su asistente: "Con seguridad, al realizar la prueba de Goldfeld y Quandt, tendremos que rechazar la hipótesis nula." ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

**Falso**, pues la prueba de Goldfeld y Quandt sólo tiene poder en presencia de un tipo de heteroscedasticidad muy concreta. Así, que no sería raro que aún en presencia de heteroscedasticidad, la prueba de Goldfeld y Quandt no permita rechazar la hipótesis nula de no heteroscedasticidad.

d) En presencia de autocorrelación se puede afirmar que el método de diferencias generalizadas siempre solucionará el problema de autocorrelación. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

**Falso**, El método de diferencias generalizadas solucionará el problema de autocorrelación si se trata de autocorrelación de primer orden. Cosa que en la realidad no siempre es el caso. Así, existirán casos en los que las diferencias generalizadas no solucionen el problema.

**2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

**2.1** Entre más fuerte sea la evidencia en favor de autocorrelación serial de primer orden de los errores de una regresión, más cerca estará el estadístico de Durbin-Watson a:

- a) 3
- b) 2
- c) 0
- d) Ninguno de los anteriores

Respuesta: c)

**2.2** Después de estimar el modelo  $y_t = \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$ , donde el residuo estimado es homoscedástico y no presencia autocorrelación, se espera que los estimadores MCO de los parámetros sean:

- a) Insegados y tengan la menor varianza posible.
- b) Insegados y pero no tengan la menor varianza posible.
- c) Sesgados y tengan la menor varianza posible.
- d) Sesgados y pero no tengan la menor varianza posible.

Respuesta: c) Lo discutimos en clase

**2.3** Considere una regresión que emplea datos trimestrales y variables dummy estacionales definidas de la siguiente forma

$$X_{1t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al primer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al segundo trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{3t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al tercer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

Ahora considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{S}_t = 16,600 + 4,500 \cdot X_{1t} - 300 \cdot X_{2t} + 62,500 \cdot X_{3t}$$

para  $t=1, \dots, n$  donde  $S_t$  corresponden a las ventas (medidas en dólares) de un local de souvenirs en una playa de un Resort en el periodo  $t$ . De acuerdo a este modelo:

- a) las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$16,600.
- b) las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$21,100
- c) las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$11,100.
- d) las ventas esperadas en el cuarto trimestre son de \$16,300.

Respuesta: a)

**3 (35 puntos)**

La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econométrico de planta. La última tarea que le fue asignada al econométrico, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econométrico no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. ( $M_i$  es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año  $i$ ,  $X_{1,i}$  representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año  $i$ , y  $X_{2,i}$  denota la tasa de interés (en %) en el año  $i$ .)

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda **brevemente** a cada una de las siguientes preguntas:

a) Escriba el **modelo** estimado por el econométrico (**4 Puntos**)

El modelo estimado por el investigador es el siguiente:

$$M_i = \alpha \cdot (X_{1,i})^{\beta_1} \cdot (X_{2,i})^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$

$$\ln(M_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(X_{1,i}) + \beta_2 \cdot \ln(X_{2,i}) + \mu_i$$

donde

$$\beta_0 = \ln(\alpha) \quad \mu_i = \ln(\varepsilon_i)$$

b) Explique brevemente, pero con el mayor número de argumentos, porque se detecto la presencia de un problema econométrico. Sea lo más preciso (**8 puntos**)

En este punto estaba esperando que ustedes identificaran el problema de autocorrelación positiva. Esto lo podían identificar por medio del gráfico de los errores de la primera ecuación, la prueba formal!! de DW y la prueba de Box y Pierce.

- c) ¿Cómo fue corregido el problema y por qué funciona desde el punto de vista teórico ésta solución? ¿Cree usted que el modelo corregido esta libre de problemas? Explique porque sí o porque no (7 puntos)

Ustedes debían explicar brevemente que el método de Durbin fue empleado para solucionar el problema. Esto lo hemos hecho en numerosas oportunidades, por tal razón se omitirán los detalles (2 puntos)

Noten que el modelo corregido tiene DW de 1.89 el cual es muy cercano a 2. Así, informalmente podemos concluir que posiblemente no existirá autocorrelación. Ustedes podían hacer la prueba formal de DW si lo deseaban y llegarían a la misma conclusión. Además, el gráfico de los residuos de la regresión corregida también muestra que no existe ningún problema de autocorrelación. (4 puntos)

- d) Interprete el significado de cada coeficiente estimado que se espera que sea MELI. (6 Puntos – 2 puntos cada uno).

$\beta_1 = 0.96$ , Un aumento del 1% en el PIB provocará un aumento del 0.9% en la demanda de dinero. El signo de este coeficiente estimado es el esperado.

$\beta_2 = 31.94$ , Un aumento del 1% en la tasas de interés provocará un aumento del 31.9% en la demanda de dinero.

$\beta_0$ ,  $e^{\beta_0}$  es la demanda de dinero en millones de moneda local cuando las otras variables son iguales a uno. EasyReg nos da el valor estimado de  $\beta_0^*$  que es igual a  $\beta_0 \cdot (1 - \rho_{hat})$ . Así el valor estimado de  $\beta_0$  se podrá despegar de la anterior ecuación. Pero note que este coeficiente estimado en últimas no tiene interpretación económica.

- e) Durante el último año, se ha venido incremento un debate entre la opinión pública de esta de la Banana República. En especial se cree que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés es cuatro veces más grande después de la última reforma al sector financiero realizada en 1990 que antes. ¿Cómo podríamos emplear un modelo econométrico para comprobar esta hipótesis? (Sea lo más específico, escriba su modelo, demuestre que el modelo sirve para comprobar la hipótesis relevante y muestre como se debería comprobar la hipótesis requerida (de ser necesario escriba las fórmulas a evaluar y cómo se tomaría la decisión)) (10 puntos)

Esta situación se puede comprobar empleando una variable dummy. Sea  $D_t$  una variable dummy que toma el valor de uno para periodos después de 1990 y cero en caso contrario. Así, el modelo será:

$$\ln(M_t) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,t}) + \beta_2 \ln(X_{2,t}) + \gamma_1 D_t \ln(X_{2,t}) + \mu_t$$

En este caso tenemos que:

$$E[\ln(M_t)] = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,t}) + (\beta_2 + \gamma_1) \ln(X_{2,t}) & \text{si } t > 1990 \\ \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,t}) + (\beta_2) \ln(X_{2,t}) & \text{o.w.} \end{cases}$$

Entonces la hipótesis a probar corresponde a:  $H_0 : \beta_2 + \gamma_1 = 4\beta_2$ . Es decir:

$$H_0 : \beta_2 + \gamma_1 = 4\beta_2$$

$$H_0 : \gamma_1 = 3\beta_2$$

$$H_0 : \gamma_1 - 3\beta_2 = 0$$

Esta hipótesis se puede escribir de la forma  $R\beta = c$  y comprobar por medio de una prueba F. Es decir, el estadístico de prueba sería:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE / (n - k)}$$

El cual debe ser comparado con  $(r=1)$  con el F de la tabla con un grado de libertad en el numerador y 96 grados de libertad en el denominador. Si el F calculado es superior al de la tabla, entonces se puede rechazar la hipótesis nula.

4 (30 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida  $y_t$  de sus productos (en 100.000 unidades) sigue la siguiente relación.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \quad t = 1, 2, \dots$$

Donde  $X_{2t}$  representa el tiempo de propaganda en televisión en el periodo t (medido en horas) y  $X_{3t}$  denota el logaritmo del número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E(u_t) = 0 \quad \text{Var}(u_t) = \sigma^2 \frac{(X_{3t} + X_{2t})^2}{X_{2t}} \quad E(u_i u_j) = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

- a) Después de realizar las transformaciones del caso (dado que existe heteroscedasticidad y por tanto se emplea un método de estimación que garantice la que obtengamos estimadores MELI), para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz  $X^T X$  y  $X^T y$ :

$$X^T X = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad X^T y = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz  $X^T X$ . (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz  $X^T X$ , y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) (5 puntos)

Noten que en este caso el modelo será

$$\frac{y_t \sqrt{X_{2t}}}{(X_{3t} + X_{2t})} = \beta_1 \frac{\sqrt{X_{2t}}}{(X_{3t} + X_{2t})} + \beta_2 \frac{X_{2t} \sqrt{X_{2t}}}{(X_{3t} + X_{2t})} + \beta_3 \frac{X_{3t} \sqrt{X_{2t}}}{(X_{3t} + X_{2t})} + \frac{\varepsilon_{2t} \sqrt{X_{2t}}}{(X_{3t} + X_{2t})}$$

En este caso tenemos:

$$\sum_{i=1}^n \frac{X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i \sqrt{X_{2t}}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 9, \sum_{i=1}^n \frac{y_i X_{3t} X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 4, \sum_{i=1}^n \frac{y_i (X_{2t})^2}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 13,$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t}) X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_{2t})^2}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})(X_{2t})^2}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^2 X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 10 \sum_{i=1}^n \frac{(X_{2t})^3}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 16$$

b) Encuentre los estimadores MELI de los betas del modelo. (10 Puntos)

En este caso tenemos que:

$$\beta_{\text{hat}} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{13}{16} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Y por tanto:

$$\beta_{\text{hat}} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{13}{16} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

c) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (5 Puntos)

$$\beta_{\text{hat}2} = \frac{13}{16} = 0.8125$$

Un aumento de una hora en las propagandas de televisión aumentará las ventas en 813,000 unidades (2 puntos)

$$\beta_{\text{hat}3} = \frac{2}{5} = 0.4$$

Un aumento del 1% en los avisos de prensa aumentará las ventas en 400 unidades. (0.4/100 de 100 mil unidades!) (2 puntos)

$$\beta_{\text{hat}1} = 1$$

No tiene interpretación económica. (1 punto)

d) Ahora suponga que se desea determinar si la elasticidad de la cantidades vendidas con respecto al número de avisos de propaganda en revistas es en promedio mayor que 1. ¿Cómo comprobaría esta hipótesis? y ¿qué información extra necesitaría? (10 Puntos)

Sea  $w_t$  el número de avisos de propaganda en revistas en el periodo  $t$ . Además, noten que

$$\frac{\beta_3}{100} = \frac{dy}{\Delta \% w}$$

Por tanto esta elasticidad evaluada en la media será:

$$\eta = \frac{dy/y}{\Delta \% w} \cdot 100 = \frac{\beta_3}{\bar{y}}$$

Por tanto la hipótesis correspondiente implicaría:

$$H_0 : \eta \leq 1$$

$$H_0 : \frac{\beta_3}{\bar{y}} \leq 1$$

$$H_0 : \beta_3 \leq \bar{y}$$

Versus la hipótesis alterna:  $H_A : \beta_3 > \bar{y}$ . Esta hipótesis puede ser comprobada por medio de

una prueba  $t$ , de tal forma que se rechazará  $H_0$  si  $t_c = \frac{\hat{\beta}_3}{S_{\hat{\beta}_3}} > t_{\alpha/2, 22}$ . Así, se necesitará la

siguiente información:  $\bar{y}$ ,  $S_{\hat{\beta}_3}$  y  $t_{\alpha/2, 22}$ .

**Resultados de EasyReg.**

Dependent variable:

$$Y = \ln[M]$$

Characteristics:

$\ln[M]$

First observation = 1(=1904)

Last observation = 100(=2003)

Number of usable observations: 100

Minimum value: 2.1149950E+005

Maximum value: 1.6273217E+006

Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:

X(1) = ln[X1]

X(2) = ln[X2]

X(3) = 1

Model:

$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$ ,

where U is the error term, satisfying

$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0$ .

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	45.42551	1.324	1.393
		[0.18561]	[0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256
		[0.01109]	[0.02406]

(\*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326

Standard error of the residuals = 389.910612

Residual sum of squares (RSS) = 14746937.676592

Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000

R-square = 0.999999

Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test:  $F(2,97) = 57.95$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = .339159

REMARK: A better way of testing for serial correlation

is to specify ARMA errors and then test the null

hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2))

p-value = 0.50162

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 13.934181

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

Null distribution: Chi-square(2)

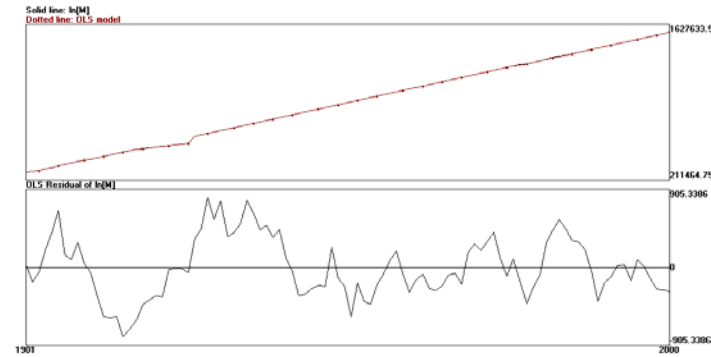
p-value = 0.00094

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: reject reject





Box-Pierce Q statistics for  $Y(t), t=1(=1901)$  to  $100(=2000)$ , where  $Y(t) = \text{OLS Residual of } \ln[M]$

Q(1)=68.41  
 p-value = 0.00000  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 2.71 3.84  
 Conclusions: reject reject

Q(2)=113.35  
 p-value = 0.00000  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 4.61 5.99  
 Conclusions: reject reject

Q(3)=139.09  
 p-value = 0.00000  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 6.25 7.81  
 Conclusions: reject reject

Q(4)=153.86  
 p-value = 0.00000  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 7.78 9.49  
 Conclusions: reject reject

Q(5)=159.27  
 p-value = 0.00000  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 9.24 11.07  
 Conclusions: reject reject

Dependent variable:  
 $Y = \ln[M] - .82733xLAG1[\ln[M]]$

Characteristics:  
 $\ln[M] - .82733xLAG1[\ln[M]]$   
 First observation = 2(=1902)  
 Last observation = 100(=2000)  
 Number of usable observations: 99  
 Minimum value: 4.735270E+004  
 Maximum value: 2.9285731E+005  
 Sample mean: 1.7073276E+005

X variables:  
 $X(1) = \ln[X1] - .82733xLAG1[\ln[X1]]$   
 $X(2) = \ln[X2] - .82733xLAG1[\ln[X2]]$   
 $X(3) = 1$

Model:  
 $Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$ ,  
 where U is the error term, satisfying  $E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0$ .

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951	3211.920
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	31.91444	0.707	0.663
		[0.47961]	[0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712	-0.706
		[0.47628]	[0.48032]

(\*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.  
 [The two-sided p-values are based on the normal approximation]  
 Effective sample size (n) = 99  
 Variance of the residuals = 47769.880828  
 Standard error of the residuals = 218.563219  
 Residual sum of squares (RSS) = 4585908.559485  
 Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000  
 R-square = 0.69991  
 Adjusted R-square = 0.999991

Overall F test:  $F(2,96) = 53.91$   
 p-value = 0.00000  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 2.36 3.09  
 Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:  
 Durbin-Watson test = 1.899969  
 REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151  
 Null hypothesis: The errors are normally distributed  
 Null distribution: Chi-square(2)  
 p-value = 0.46763  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 4.61 5.99  
 Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074  
 Null hypothesis: The errors are homoskedastic  
 Null distribution: Chi-square(2)  
 p-value = 0.48966  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 4.61 5.99  
 Conclusions: accept accept

