

Universidad Icesi

Cali, 30 de Octubre del 2002

Examen Parcial #2

Grupo 5

Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 8 páginas; además, deben tener una hoja de formulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un **total de 100 puntos**. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
- 6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.**
7. Al finalizar su examen entregue su respuestas con las preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Se sabe que el modelo real está dado por $y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, pero un investigador estima el siguiente modelo $y_i = \beta_1 X_{1i} + \varepsilon_i$. Entonces, tenemos que el estimador MCO es a veces sesgado.
- b) Después de estimar el modelo $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.
- c) En presencia de heteroscedasticidad los estimadores MCO son ineficientes.
- d) Si una variable empleada en un modelo de regresión presenta un error de medición, entonces los estimadores MCO de los coeficientes no necesariamente son sesgados.

2. (40 puntos)

La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econometrista de planta. La última tarea que le fue asignada al econometrista, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econometrista no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. (M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año i , $X_{1,i}$, representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año i , y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) en el año i).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda **brevemente** a cada una de las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál fue el modelo estimado por el econometrista? **(2 puntos)**
- b) Discuta cuáles son los signos esperados de los coeficientes a la luz de la teoría económica. **(3 puntos)**
- c) Interprete y explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista. ¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? ¿Cómo fue corregido el problema? **(15 puntos)**
- c) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados en el modelo corregido. Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. **(10 puntos)**
- d) Cree usted que el modelo corregido está libre de problemas? Explique porque si o porque no. **(10 puntos)**

3. (40 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida y_t de sus productos (en 100,000 unidades) sigue la siguiente relación.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (*)$$

donde X_{2t} representa el tiempo de propaganda en televisión en el periodo t (medido en horas) y X_{3t} representa el número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 (X_{2t})^2 \quad E(\varepsilon_j \varepsilon_i) = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

- a) ¿Cuáles propiedades deben cumplir el término de error aleatorio para obtener estimadores MELI? **(5 puntos)**
- b) ¿Que otros supuestos deben cumplirse para obtener estimadores MELI? **(5 puntos)**
- c) ¿Qué supuesto es violado en este caso? ¿Cómo solucionaría el problema? **(5 puntos)**

Para los últimos 10 periodos se obtuvieron los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{1}{(X_{2t})^2} &= 16 & \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_{2t}} &= 0 & \sum_{i=1}^n \frac{y_t}{(X_{2t})^2} &= 16 & \sum_{i=1}^n \frac{X_{3t}}{(X_{2t})^2} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \frac{X_{3t}}{X_{2t}} &= 0 & \sum_{i=1}^n \frac{y_t}{X_{2t}} &= 20 & \sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^2}{(X_{2t})^2} &= 10 & \sum_{i=1}^n \frac{y_t \cdot X_{3t}}{(X_{2t})^2} &= 4 \\ \sum_{i=1}^n \frac{(y_t)^2}{(X_{2t})^2} &= 76 \end{aligned}$$

- d) Forme la matriz $X^T X$ **(5 puntos)**

La correspondiente matriz inversa es

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$$

- e) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo; además estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de los β 's. **(10 Puntos)**

- f) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(5 Puntos)**
- g) El asesor comercial de esta firma cree que el modelo verdadero esta dado por $y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$. ¿Qué problema existiría en las estimaciones realizadas en el punto e) si este modelo fuera en efecto el verdadero? **(5 Puntos)**
- h) **PREGUNTA OPCIONAL**
Compruebe cual de los dos modelos ($y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t$ o $y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \varepsilon_t$) es el que se agusta más a los datos. Explique que supuesto esta empleando para hacer sus cálculos. **(5 Puntos de BONO!!! Estos Puntos son Extras.)**

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:

$$Y = \ln[M]$$

Characteristics:

$\ln[M]$

First observation = 1(=1901)

Last observation = 100(=2000)

Number of usable observations: 100

Minimum value: 2.1149950E+005

Maximum value: 1.6273217E+006

Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:

$X(1) = \ln[X1]$

$X(2) = \ln[X2]$

$X(3) = 1$

Model:

$$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$$

where U is the error term, satisfying

$$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.$$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	45.42551	1.324	1.393
		[0.18561]	[0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256
		[0.01109]	[0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326

Standard error of the residuals = 389.910612

Residual sum of squares (RSS) = 14746937.676592

Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000

R-square = 0.999999

Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: $F(2,97) = 57.95$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = .339159

REMARK: A better way of testing for serial correlation

is to specify ARMA errors and then test the null

hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2))

p-value = 0.50162

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 13.934181

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

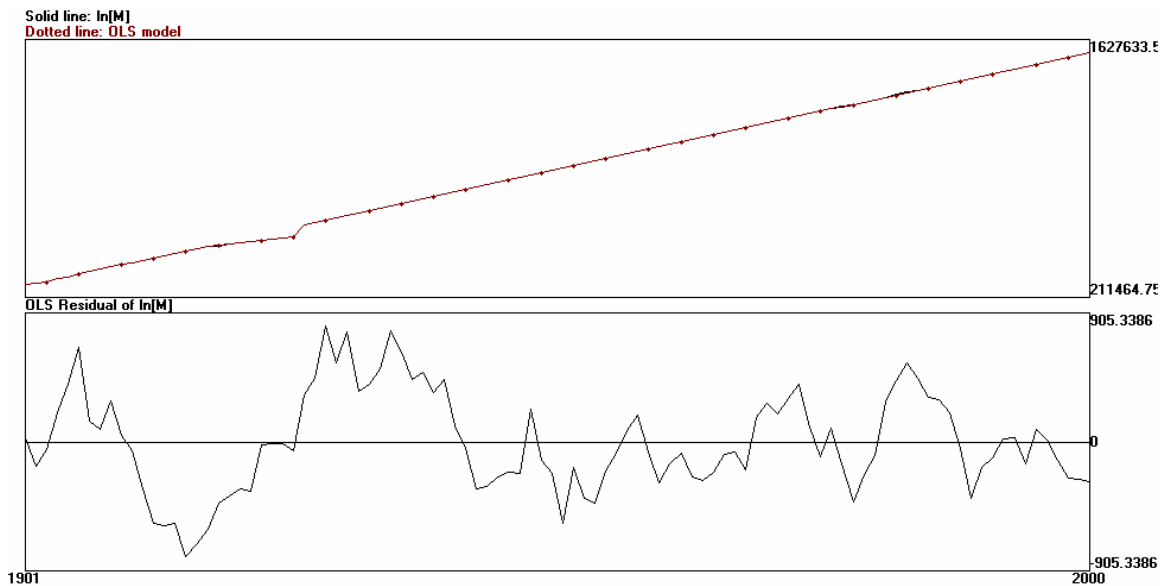
Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.00094

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: reject reject



Box-Pierce Q statistics for $Y(t)$, $t=1(=1901)$ to $100(=2000)$, where
 $Y(t) = \text{OLS Residual of } \ln[M]$

$Q(1)=68.41$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.71 3.84

Conclusions: reject reject

$Q(2)=113.35$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: reject reject

$Q(3)=139.09$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values:	6.25	7.81
Conclusions:	reject	reject
Q(4)=153.86		
p-value = 0.00000		
Significance levels:	10%	5%
Critical values:	7.78	9.49
Conclusions:	reject	reject
Q(5)=159.27		
p-value = 0.00000		
Significance levels:	10%	5%
Critical values:	9.24	11.07
Conclusions:	reject	reject

Dependent variable:
 $Y = \ln[M] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[M]]$

Characteristics:
 $\ln[M] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[M]]$
 First observation = 2(=1902)
 Last observation = 100(=2000)
 Number of usable observations: 99
 Minimum value: 4.7355270E+004
 Maximum value: 2.9285731E+005
 Sample mean: 1.7073276E+005

X variables:
 $X(1) = \ln[X1] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[X1]]$
 $X(2) = \ln[X2] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[X2]]$
 $X(3) = 1$

Model:
 $Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,
 where U is the error term, satisfying
 $E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0$.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951	3211.920
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	31.91444	0.707	0.663
		[0.47961]	[0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712	-0.706
		[0.47628]	[0.48032]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
 [The two-sided p-values are based on the normal approximation]
 Effective sample size (n) = 99
 Variance of the residuals = 47769.880828
 Standard error of the residuals = 218.563219
 Residual sum of squares (RSS) = 4585908.559485
 Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000
 R-square = 0.69991

Adjusted R-square = 0.999991

Overall F test: $F(2,96) = 53.91$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = 1.899969

REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.46763

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

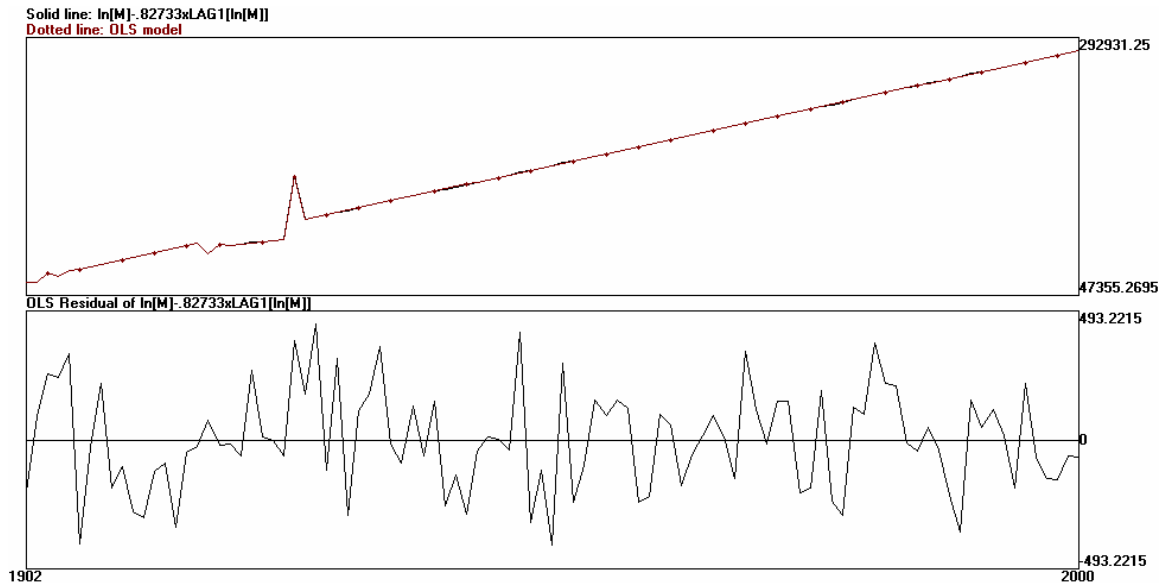
Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.48966

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept



Econometría 06169, Examen Parcial #2

Prof: Julio César Alonso C

Fórmulas

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{ki} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{b}} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$y^T y = \sum_{i=1}^n y_i^2$$

$$s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\mathbf{b}}^T X^T y}{n-k}$$

$$\text{Var}[\hat{\mathbf{b}}] = \mathbf{s}^2 (X^T X)^{-1}$$

$$SSR = \hat{\mathbf{b}}^T X^T y - n\bar{Y}^2 \qquad t = \frac{\hat{\mathbf{b}}_i - c}{s_{\hat{\mathbf{b}}_i}}$$

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\mathbf{b}})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\mathbf{b}})}{SSE/n-k}$$

$$F_c = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} = \frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c = \frac{(SSE_R - SSE_U)/r}{SSE_U/(n-k)} \qquad R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} s_{\hat{\mathbf{b}}_i} \qquad \bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p = x_p^T \hat{\mathbf{b}}, \quad x_p^T = (1 \quad x_{1p} \quad x_{2p} \quad \cdots \quad x_{kp})$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\mathbf{s}^2 x_p^T (X^T X)^{-1} x_p}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\mathbf{s}^2 \left[1 + x_p^T (X^T X)^{-1} x_p \right]}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_j^E = \hat{\mathbf{b}}_j \frac{s_{X_j}}{s_y}, \quad j = 2, 3, \dots, k \qquad E_j = \hat{\mathbf{b}}_j \frac{\bar{X}_j}{\bar{y}}$$

$$SST = y^T y - n\bar{Y}^2$$

Econometría 06169, Examen Parcial #2

Prof: Julio César Alonso C

Cantidades Importantes

Test de Heteroscedasticidad

Goldfeld y Quand: $F_{GQ} = \frac{SSE_2}{SSE_1} \sim F_{(n-d-2k, n-d-2k)}$

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$\sqrt{10} = 3.162$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\sqrt{13} = 3.606$$

Breusch-Pagan: $\frac{\hat{e}_i^2}{\hat{S}^2} = \mathbf{g} + \mathbf{d}Z_i + \mathbf{m}_i, BP = \frac{SSR}{2} \sim \mathbf{c}_g^2$

White: $\hat{e}_i^2 = \mathbf{g} + \sum_{m=1}^k \sum_{j=1}^k \mathbf{d}_s X_{mi} X_{ji} + \mathbf{m}_i, W_a = nR^2 \sim \mathbf{c}_g^2$

d_l y d_u para el test de DW al nivel de significancia del 5%

N	k-1=1		k-1=2		k-1=3	
	d _l	d _u	d _l	d _u	d _l	d _u
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74

Test de Autocorrelación

Durbin-Watson $DW \approx 2(1 - \hat{r})$

Ho	Sí	Decisión
$H_0 : r = 0$	$d_u < DW < 4 - d_u$	A
No auto +	$0 < DW < d_l$	R
No auto -	$4 - d_l < DW < 4$	R

Área de indecisión $d_l < DW < d_u$ y $4 - d_u < DW < 4 - d_l$