

**Taller #5**  
**Econometría 06169**  
**Grupo 5**

**Profesor: Julio César Alonso**

**Nota:** Este taller debe ser entregado en papel y escrito en computador.

1. Colciencias está interesado en encontrar los determinantes de los gastos en Investigación y Desarrollo de las empresas privadas en Colombia. Usted ha sido contratado como consultor para identificar los determinantes de este gasto en Colombia. Después de una larga revisión bibliográfica, usted ha encontrado que un modelo bastante empleado es:

$$G_i = V_i^{b_1} e^{(b_0 + b_2 U_i + e_i)} \quad (1)$$

Donde  $G_i$  representa los gastos en Investigación y Desarrollo (en miles de millones de pesos) de la empresa  $i$ ,  $V_i$  corresponde a las ventas (en miles de millones de pesos) de la empresa  $i$ , y  $U_i$  son las ganancias (en miles de millones de pesos) de la empresa  $i$ . Usted cuenta con una base de datos que contiene información para 80 empresas (pequeñas, grandes y medianas) colombianas en el 2001. Responda las siguientes preguntas:

- a) Transforme el modelo (1) a uno estimable por el método de mínimos cuadrados ordinarios.
- b) Estime el modelo transformado y reporte sus resultados. (la información está en el archivo D\_T5\_G5.xls)
- c) Interprete los coeficientes estimados.
2. Continuando con la pregunta 1 responda las siguientes preguntas:
  - a) Emplee el análisis gráfico para determinar si existe algún problema econométrico, Explique lo que observa en los gráficos que emplee. ¿Qué puede intuir a partir de estos gráficos?
  - b) Efectúe el test de Goldfeld y Quandt haciendo las consideraciones que crea pertinentes. Explique claramente la hipótesis nula y alterna de su prueba, el estadístico que emplea y como llega a él. Finalmente explique como toma la decisión y a qué conclusión llega.
3. Continuando con la pregunta 2, efectúe los siguientes tests<sup>1</sup>:
  - a) Efectúe el test de Breush-Pagan pertinente.
  - b) Efectúe el test de White (1980).
  - c) Considerando los resultados obtenido en las partes b) de la pregunta anterior y las partes a) y b) de esta pregunta, ¿a qué conclusión llega usted?
4. Ahora, solucionemos el problema que usted encontró en la anterior pregunta.
  - a) Explique el método que usted emplearía para solucionar el problema encontrado. En caso de ser posible, muestre porque el método de corrección funcionará.
  - b) Aplique el método de corrección que usted crea indicado para estimar el modelo indicado en la parte a) de la pregunta 1. Reporte sus resultados.
  - c) Pruebe la significancia individual y conjunta de los parámetros estimados. Explique.

<sup>1</sup> Para cada una de las pruebas usted debe explicar claramente la hipótesis nula y alterna relevante, el estadístico que emplea y como llega a él. Finalmente explique como toma la decisión y a qué conclusión llega.

**Taller #5**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Econometría 06169**  
**Grupo 5**

**Profesor: Julio César Alonso**  
**Monitor: Sebastián Solanilla**

**Nota:** Este taller debe ser entregado en papel y escrito en computador.

1. Colciencias está interesado en encontrar los determinantes de los gastos en Investigación y Desarrollo de las empresas privadas en Colombia. Usted ha sido contratado como consultor para identificar los determinantes de este gasto en Colombia. Después de una larga revisión bibliográfica, usted ha encontrado que un modelo bastante empleado es:

$$G_i = V_i^{\beta_1} e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)} \quad (1)$$

Donde  $G_i$  representa los gastos en Investigación y Desarrollo (en miles de millones de pesos) de la empresa  $i$ ,  $V_i$  corresponde a las ventas (en miles de millones de pesos) de la empresa  $i$ , y  $U_i$  son las ganancias (en miles de millones de pesos) de la empresa  $i$ . Usted cuenta con una base de datos que contiene información para 80 empresas (pequeñas, grandes y medianas) colombianas en el 2001. Responda las siguientes preguntas:

a) Transforme el modelo (1) a uno estimable por el método de mínimos cuadrados ordinarios.

El modelo (1) puede ser linealizado de la siguiente forma:

$$G_i = V_i^{\beta_1} e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)}$$

$$\ln(G_i) = \ln(V_i^{\beta_1} e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)})$$

$$\ln(G_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(V_i) + \beta_2 U_i + \epsilon_i \quad (2)$$

Así, es posible estimar el modelo (2) por medio de Mínimos Cuadrados Ordinarios.

b) Estime el modelo transformado y reporte sus resultados. (la información está en el archivo D\_T5\_G5.xls)

La estimación del modelo (2) se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1

	VARIABLE DEPENDIENTE: $D_i$ Estadísticos t entre paréntesis	
	MCO	MCP
constante	-4.1191 (-5.04) ***	-4.0401 (-39.16) ***
$\ln(V_i)$	0.6525 (4.81) ***	0.6274 (38.22) ***
$U_i$	0.0194 (69.46) ***	0.0199 (107.61) ***
$R^2$	0.98540	0.96050
F	NA	NA
GQ	13.363 ***	
BP	30.537 **	
W	17.768	
# de Obs.	80	80

(\*) nivel de significancia: 10%

(\*\*) nivel de significancia: 5%

(\*\*\*) nivel de significancia: 1%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

MCP: Mínimos Cuadrados Ponderados

GQ: Estadístico de Golfeld y Quandt

BP: Estadístico de Breush-Pagan

W: Estadístico de White

NA: No Aplica

c) Interprete los coeficientes estimados.

Consideremos inicialmente el intercepto,  $\hat{\beta}_0 = -4,1191$ ; claramente este parámetro no tiene interpretación económica pues corresponde al valor que toma el  $\ln(G_i)$  cuando  $V_i = 1$  y  $U_i = 0$ .

Ahora consideremos los otros coeficientes. Para esto consideremos el modelo inicial y derivémoslo inicialmente con respecto a  $X_{ii}$ ; es decir,

$$\frac{\partial G_i}{\partial V_i} = \frac{\partial}{\partial V_i} \left[ V_i^{\beta_1} e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)} \right] = \beta_1 V_i^{\beta_1 - 1} \left[ e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)} \right]$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial V_i} = \beta_1 V_i^{-1} \left[ V_i^{\beta_1} e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)} \right] = \beta_1 \frac{G_i}{V_i}$$

Por tanto,

$$\beta_1 = \frac{\partial G_i / V_i}{\partial V_i G_i} = \frac{\Delta \% G_i}{\Delta \% V_i}$$

Así,  $\hat{\beta}_1 = 0.6525$  corresponde a la elasticidad del gasto en investigación con respecto a las ventas. Es decir, un aumento del 1% en las ventas provocará un aumento del 0.6525% en el gasto de investigación.

Similarmente, derivemos el modelo original con respecto a  $U_i$ . En este caso tendremos que:

$$\frac{\partial G_i}{\partial X_{2i}} = \frac{\partial}{\partial U_i} \left[ V_i \beta_1 e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)} \right] = \beta_2 \left[ V_i \beta_1 e^{(\beta_0 + \beta_2 U_i + \epsilon_i)} \right]$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial X_{2i}} = \beta_2 G_i$$

Despejando el parámetro de interés,

$$\beta_2 = \frac{\partial G_i / 1}{\partial U_i Y_i} = \frac{\partial G_i / G_i}{\partial U_i}$$

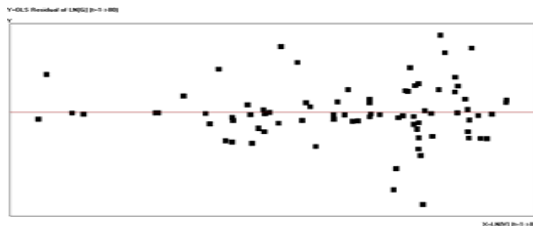
$$\beta_2 \cdot 100 = \frac{\partial G_i / G_i \cdot 100}{\partial U_i} = \frac{\Delta \% G_i}{\Delta \% U_i}$$

Entonces,  $\hat{\beta}_2 \cdot 100 = 0.0194 \cdot 100 = 1.940$  se interpreta como el cambio porcentual en el gasto en investigación provocado por un cambio de mil millones de pesos en las ganancias.

2. Continuando con la pregunta 1 responda las siguientes preguntas:

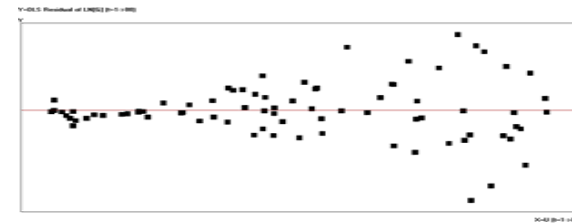
- a) Emplee el análisis gráfico para determinar si existe algún problema econométrico, Explique lo que observa en los gráficos que emplee. ¿Qué puede intuir a partir de estos gráficos?

Gráfico 1: LN (V) Vs Residuos.



En este gráfico podemos ver que a medida que aumenta la variable dependiente hay más dispersión en los errores, así que posiblemente esta variable tiene problemas de heteroscedasticidad.

Gráfico 2 : Ganancias Vs Residuos:



Aquí esta pasando lo mismo que en el gráfico 1 sólo que la dispersión es mucho más evidente, por lo tanto vamos a considerar que esta es la variable que intuitivamente presenta problemas de heteroscedasticidad.

- b) Efectúe el test de Goldfeld y Quandt haciendo las consideraciones que crea pertinentes. Explique claramente la hipótesis nula y alterna de su prueba, el estadístico que emplea y como llega a él. Finalmente explique como toma la decisión y a qué conclusión llega.

De acuerdo a nuestros gráficos, un posible test de Goldfeld y Quandt implicará una  $H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2$  versus  $H_A : \sigma_i^2 = \sigma^2 U_i^2$ . Para probar esta hipótesis nula, los datos son ordenados de mayor a menor según la variable  $V$  y los  $d=14$  datos de la mitad son eliminados. Posteriormente se estiman dos regresiones obteniendo  $SSE_1=1,6208$  y  $SSE_2=21,6584$ . Así, el estadístico de Goldfeld y Quandt corresponderá

$$a) F_{GQ} = \frac{SSE_2}{SSE_1} = 13,3628. \quad \text{Este } F_{GQ} \text{ se debe comparar con}$$

$$F_{(n-d-2k, n-d-2k)} = F_{(60,60)\alpha=0.01} = 1.8363.$$

Como el  $F_{GQ} > F_{(60,60)\alpha=0.01}$  podemos rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis de heteroscedasticidad.

3. Continuando con la pregunta 2, efectúe los siguientes tests<sup>1</sup>:
  - a) Efectúe el test de Breush-Pagan pertinente.

De acuerdo a nuestros gráficos, un posible test de Breush-Pagan implicará una  $H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2$  versus  $H_A : \sigma_i^2 = f(\gamma + \delta U_i)$ . Para probar esta hipótesis nula, se estima el siguiente modelo auxiliar:

<sup>1</sup> Para cada una de las pruebas usted debe explicar claramente la hipótesis nula y alterna relevante, el estadístico que emplea y como llega a él. Finalmente explique como toma la decisión y a qué conclusión llega.

$$\frac{\hat{\varepsilon}_i}{\hat{\sigma}^2} = \gamma + \delta U_i + \mu_i$$

donde  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon}}{n}$ . Por tanto el estadístico de Breush-Pagan corresponderá a

$$BP = \frac{SSR}{2} = 30.5370. \text{ Este BP estadístico lo comparamos con } \chi_{1,\alpha=0.05}^2 = 3.84$$

Como el  $BP > \chi_{1,\alpha=0.05}^2$  podemos rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis de heteroscedasticidad.

b) Efectúe el test de White (1980).

Para comprobar la  $H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2$  versus  $H_A : \text{no } H_0$ . Estimamos la siguiente regresión

auxiliar  $\hat{\varepsilon}_i = \gamma + \delta_1 \ln(V_i) + \delta_2 U_i + \delta_3 (\ln(V_i))^2 + \delta_4 U_i^2 + \delta_5 \ln(V_i) U_i + \mu_i$ . Para esta regresión auxiliar encontramos que el  $R^2$  será 0.2221. Así,  $W_a = nR^2 = 80 * 0.2221 = 17.768$ . Este estadístico lo comparamos con  $\chi_{5,\alpha=0.05}^2 = 11.07$ .

Como el  $W_a > \chi_{5,\alpha=0.05}^2$  podemos rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis de heteroscedasticidad.

Considerando los resultados obtenido en las partes b) de la pregunta anterior y las partes a) y b) de esta pregunta, ¿a qué conclusión llega usted?

Podemos llegar a la conclusión de que la variable que esta representando las ganancias ( $U_i$ ) tiene problemas de heteroscedasticidad ya que todas las pruebas nos han confirmado esto.

4. Ahora, solucionemos el problema que usted encontró en la anterior pregunta.

a) Explique el método que usted emplearía para solucionar el problema encontrado. En caso de ser posible, muestre porque el método de corrección funcionará.

$$\ln(G_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(V_i) + \beta_2 U_i + \varepsilon_i$$

$$\frac{\ln(G_i)}{U_i} = \frac{\beta_0}{U_i} + \frac{\beta_1 \ln(V_i)}{U_i} + \frac{\beta_2 U_i}{U_i} + \frac{\varepsilon_i}{U_i}$$

$$Y_i^* = \beta_0 Z_i^* + \beta_1 W_i^* + \beta_2 + \varepsilon_i^*$$

Donde:  $Y_i^* = \frac{\ln(G_i)}{U_i}$ ,  $Z_i^* = \frac{1}{U_i}$ ,  $W_i^* = \frac{\ln(V_i)}{U_i}$ ,  $\varepsilon_i^* = \frac{\varepsilon_i}{U_i}$

Y como  $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 U_i^2$

$$Var(\varepsilon_i^*) = Var\left(\frac{\varepsilon_i}{U_i}\right) = \frac{1}{U_i^2} Var(\varepsilon_i) = \frac{\sigma^2 U_i^2}{U_i^2} = \sigma^2$$

$$Var(\varepsilon_i^*) = \sigma^2$$

Aquí podemos ver que el problema de heteroscedasticidad ha sido resuelto

b) Aplique el método de corrección que usted crea indicado para estimar el modelo indicado en la parte a) de la pregunta 1. Reporte sus resultados.

Las estimaciones se presentan en la Tabla 1.

c) Pruebe la significancia individual y conjunta de los parámetros estimados. Explique.

Noten que todos los coeficientes son individualmente significativos a un nivel de significancia del 1%. Para establecer si los coeficientes son conjuntamente significativos, tenían que tener mucho cuidado cuando interpretan el F global, porque la hipótesis que se prueba con éste no tiene mucho sentido, así es mucho mejor emplear un test de Wald que pruebe la siguiente hipótesis nula:  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ . En este caso ese valor del test de Wald es 13322.91 y se puede rechazar la hipótesis nula con un nivel de significancia del 1%, indicando que los coeficientes son significativos.