

Econometría 06216
Examen Parcial #2
Cali, Sábado 01 de Octubre de 2011

Profesores: Julio César Alonso - Carlos Giovanni González

Estudiante: _____
 Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 8 páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas. No se dará crédito por respuestas consignadas en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido.
8. No se aceptarán reclamos de exámenes no escritos a lapicero (escritos a lápiz).
9. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
10. ¡Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- a) Un estudiante, preparándose para escribir su trabajo de grado, encuentra una nueva teoría para explicar el comportamiento de la demanda de energía de los hogares. El modelo corresponde a: $y = X\beta + \varepsilon$. En éste caso $X_{n \times 5}$ y la primera columna corresponde a “unos”, además la segunda y tercera columnas corresponde a los valores de las variables W_i y Z_i . La cuarta columna corresponde a los valores de $\ln(W_i) + \mu_i$. Finalmente, la quinta columna corresponde Z_i^2 . Además se sabe que el vector de errores ε cumple los supuestos del teorema de Gauss-Markow, $E[\mu_i] = 0$ y $E[\mu_i \varepsilon_i] = 0$.
 Dada esta situación, el estudiante afirma: “*el modelo no se debe estimar pues con seguridad tendremos problemas*”. ¿Es la afirmación entre comillas verdadera o falsa?
- b) En presencia de heteroscedasticidad y con una muestra grande, la corrección de White corrige el sesgo que se presenta en el estimador del vector, gracias a que este estimador es consistente. ¿Es esta afirmación correcta?
- c) La multicolinealidad es un problema de grado. Entre mayor sea el nivel de colinealidad entre las variables independientes, mayor es la probabilidad de obtener estimadores MCO de la matriz de varianzas y covarianzas más grandes.
- d) Sobre los problemas de auto-correlación y de heteroscedasticidad se puede afirmar: “Estos dos problemas son en últimas el mismo problema: la matriz de varianzas del error no es igual a una constante cualquiera multiplicada por la matriz identidad de orden k ”. ¿Es la afirmación entre comillas verdadera o falsa?
- e) Cuando la muestra es lo suficientemente grande, el teorema del límite central garantiza que los estimadores MCO sigan una distribución normal, y por tanto siempre se podrá realizar inferencia sin ningún problema.

2. Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

2.1. Un joven investigador de la Facultad estimó un modelo para determinar la relación existente entre (Y_i) que es la cantidad demandada de un bien X y sus determinantes que son (X_{1i}) que representa los precios del bien X y (X_{2i}) que representa los precios de los bienes sustitutos del bien X. El modelo estimado fue: $Y_i = \beta + \gamma X_{1i} + \delta X_{2i} + \mu_i$. Antes de estimar el modelo el investigador conocía que $X_{1i} = 0.9X_{2i} + \varepsilon_i$. Por lo tanto, el investigador sabía de antemano que el modelo presentaba un problema. ¿Cuál es el problema econométrico?

- Multilinealidad perfecta.
- Heteroscedasticidad.
- Autocorrelación.
- Existe un error de medición en una variable explicativa.
- Ninguna de las anteriores.

2.2. Un alumno de la Maestría en economía estimó el siguiente modelo $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 Z_t + \mu_t$, empleando datos anuales para el periodo 1900-2010, para tomar una decisión frente a un problema económico que está estudiando. Sin embargo, no está seguro de los resultados y decide contrastar el modelo para saber si sus coeficientes son o no concluyentes. El alumno recuerda que EasyReg le reporta la prueba de Breusch-Pagan y detecta con dicha prueba heteroscedasticidad. Decide resolver el problema empleando la corrección de White. Teniendo en cuenta esta información usted debería esperar que los estimadores MCO para los β 's sean:

- Sesgados y eficientes.
- Insesgados e ineficientes.
- Insesgados y eficientes.
- Sesgados e ineficientes.
- Ninguna de las anteriores.

2.3. Un estudiante del programa de Economía estima un modelo econométrico para su proyecto de grado, pero no sabe si su regresión presenta un buen ajuste o no. Por lo que decide consultarle a su director de PDG. Éste, después de escuchar al estudiante, le aconseja:

“Deberías tener en cuenta que algunos problemas econométricos afectan el R^2 ”

Por lo que el estudiante le pregunta a su director ¿Cuáles son algunos de los problemas econométricos que siempre afectan el R^2 en una regresión por MCO? El director debería responder:

- Problemas de heteroscedasticidad.
- Problemas de autocorrelación.
- Problemas de multicolinealidad perfecta.
- Error de medición en la variable dependiente.
- Ninguna de las anteriores.

3. (30 puntos)

La división de estudios económicos del Banco más importante del país desea estimar la demanda de dinero promedio para la economía nacional. Para realizar las estimaciones se tuvieron en cuenta un modelo teórico y algunas transformaciones de las siguientes variables: M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local circulante en el departamento i , $X_{1,i}$ representa el PIB del departamento i medido en millones de dólares, y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) vigente en el departamento i . Usted ha sido contratado como consultor para que ayude a los investigadores de la división de estudios económico del Banco hacer bien su análisis econométrico.

- Escriba el modelo estimado por la división de estudios económicos y reportado en la tabla 1 (**5 Puntos**)
- Teniendo en cuenta el enunciado y suponiendo que el modelo estimado en la Tabla 1 corresponde a un modelo teórico. ¿Existe algún problema econométrico en el modelo estimado y reportado en la Tabla 1? En caso de que exista uno o varios problemas menciónelo y realice las pruebas necesarias. (Sea lo más preciso y emplee únicamente la información disponible). (**5 puntos**)
- Teniendo en cuenta toda la información disponible. ¿Cómo corregiría el problema anterior, si es que existía uno? Si existe un problema resuélvalo con el menor número de regresiones o cálculos posibles. Si no existe ningún problema explique las bondades del modelo. Sea lo más claro posible y en caso de poder hacer pruebas efectúelas. (**5 puntos**)
- Teniendo en cuenta los resultados de los apartados anteriores, interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia. (**6 Puntos, 2 puntos cada uno**).

- e) Durante el último año, se ha venido incremento un debate entre los banqueros que poseen inversiones en esta nación debido al futuro escenario financiero de los Departamentos. En especial se cree que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés, es cuatro veces más grande en los departamentos “ricos” del norte cuando se compara con las otras zonas del país. Muestre como se puede comprobar esta hipótesis. (Sea lo más específico, escriba su modelo, demuestre que el modelo sirve para comprobar la hipótesis relevante y muestre como se debería comprobar la hipótesis requerida (de ser necesario escriba las fórmulas a evaluar y cómo se tomaría la decisión)) **(9 puntos)**

4. (30 puntos)

El departamento de mercadeo de una firma productora de cuadernos ha encontrado que la mejor manera de explicar el comportamiento del las unidades vendidas (Q_t) de los cuadernos cuya caratula corresponde a equipos del fútbol profesional :

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2,t} + \beta_3 X_{1,t} + \beta_4 X_{2,t} X_{1,t} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, 100$$

donde $X_{2,t}$ representa el logaritmo del precio de esa referencia de cuadernos en el periodo t (medido en miles de pesos) y $X_{1,t}$ denota el precio de los cuadernos con personajes de Disney en la caratula que se venden en el periodo t. Además se sabe que:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \quad \text{Var}[\varepsilon_t] = \ln((X_{1,t} + X_{2,t})^c) \quad E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = 0 \quad \forall i \neq j$$

- a) Enumere claramente los supuestos que no se cumplen para poder obtener conclusiones válidas sobre los estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)? **(2 puntos)**
- b) El departamento de mercadeo recogió la información necesaria para estimar el modelo y obtener estimadores MELI. La información recolectada se sintetiza en la siguiente matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & -20 & 0 \\ 0 & -20 & 40 & 40 \\ 0 & 0 & 40 & 60 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde los elementos (1,1) , (2,1) , (3,1) y (4,4) de la matriz $X^T X$. Exprese su respuesta únicamente en términos de $X_{1,t}$ y $X_{2,t}$. **(8 puntos – 2 puntos cada uno)**

- c) Encuentre los estimadores MELI de los β 's del modelo. Muestre claramente cuál es el valor estimado de cada uno de los parámetros del modelo. **(6 Puntos)**

- d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(8 Puntos)**
- e) **(Esta pregunta es independiente de la pregunta anterior. Es decir, parta del modelo inicial).** Un nuevo pasante en el departamento de mercadeo sugiere estimar los siguientes dos modelos:

Modelo A: $Q_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2,t} + \beta_3 X_{1,t} + \beta_4 X_{3,t} + \varepsilon_t$

Modelo B $Q_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2,t} + \beta_3 X_{1,t} + \beta_4 X_{2,t} X_{1,t} + \beta_5 X_{4,t} + \varepsilon_t$

Donde $X_{3,t} = X_{2,t} + (1/X_{1,t})$. Por otro lado, $X_{4,t} = X_{2,t} + X_{1,t}$.

El director de estudios afirma: “la sugerencia del pasante no tiene mucho sentido. En ambos casos los estimadores MCO de los β s no serán MELI, aún si se soluciona cualquier problema de autocorrelación o heteroscedasticidad que se presenten y aún si se tiene sustento teórico para estimar esos modelos”.

¿Está usted de acuerdo con la afirmación del director? Sea lo más claro posible y argumente por qué el método MCO produce o no estimadores MELI de los β s en cada modelo (el A y el B). **(6 Puntos)**

Tabla 1. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
 $Y = \ln[M]$
 Characteristics:
 $\ln[M]$
 First observation = 1
 Last observation = 100
 Number of usable observations: 100
 X variables:
 $X(1) = \ln[X1]$
 $X(2) = 1/X2$
 $X(3) = 1$
 Model:
 $Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,
 where U is the error term, satisfying
 $E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0$.
 OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	45.42551	1.324	1.393
		[0.08561]	[0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256
		[0.01109]	[0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
 [The two-sided p-values are based on the normal approximation]
 Effective sample size (n) = 100
 R-square = 0.999999
 Adjusted R-square = 0.599999

Breusch-Pagan test = 13.934181
 Null hypothesis: The errors are homoskedastic
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.00094
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99

Tabla 2. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
 $Y = M$
 Characteristics:
 M
 First observation = 1
 Last observation = 100
 Number of usable observations: 100
 X variables:
 $X(1) = \ln[X1]$
 $X(2) = 1/X2$
 $X(3) = 1$
 Model:
 $Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,
 where U is the error term, satisfying
 $E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0$.
 OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	1.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	4.42551	1.994	2.393
		[0.00451]	[0.00370]
b(3)	-59.37377	-2.540	-2.256
		[0.00109]	[0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
 [The two-sided p-values are based on the normal approximation]
 Effective sample size (n) = 100
 R-square = 0.899999
 Adjusted R-square = 0.899999

Breusch-Pagan test = 13.934181
 Null hypothesis: The errors are homoskedastic
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.094
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 14.61 15.99

Econometría 06216
Examen Parcial #2
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 01 de Octubre de 2011

Profesores: Julio César Alonso - Carlos Giovanni González

Estudiante: _____
 Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **6 páginas**; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas. No se dará crédito por respuestas consignadas en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido.
8. No se aceptarán reclamos de exámenes no escritos a lapicero (escritos a lápiz).
9. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
10. ¡Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- a) Un estudiante, preparándose para escribir su trabajo de grado, encuentra una nueva teoría para explicar el comportamiento de la demanda de energía de los hogares. El modelo corresponde a: $y = X\beta + \varepsilon$. En éste caso $X_{n \times 5}$ y la primera columna corresponde a “unos”, además la segunda y tercera columnas corresponde a los valores de las variables W_i y Z_i . La cuarta columna corresponde a los valores de $\ln(W_i) + \mu_i$. Finalmente, la quinta columna corresponde Z_i^2 . Además se sabe que el vector de errores ε cumple los supuestos del teorema de Gauss-Markow, $E[\mu_i] = 0$ y $E[\mu_i \varepsilon_i] = 0$.
 Dada esta situación, el estudiante afirma: “*el modelo no se debe estimar pues con seguridad tendremos problemas*”. ¿Es la afirmación entre comillas verdadera o falsa?

La afirmación es falsa. Noten que no hay multicolinealidad perfecta, pues no existe relación lineal entre las variables. Por otro lado, en este caso tenemos que la variable de la cuarta fila es aleatoria, pero no está relacionada con el término de error. Por eso no existe razón para pensar que tendremos un problema econométrico.

- b) En presencia de heteroscedasticidad y con una muestra grande, la corrección de White corrige el sesgo que se presenta en el estimador del vector de los betas, gracias a que este estimador es consistente. ¿Es esta afirmación correcta?

Falso, la corrección de White provee estimadores consistentes para la varianza de los betas no para los betas. De hecho, estos éste último es insesgado.

- c) La multicolinealidad es un problema de grado. Entre mayor sea el nivel de colinealidad entre las variables independientes, mayor es la probabilidad de obtener estimadores MCO de la matriz de varianzas y covarianzas más grandes.

Verdadero. En efecto es un problema de grado. Entre más grande sea el problema de multicolinealidad más pequeño será el determinante de la matriz $X^T X$ y por tanto $(X^T X)^{-1}$ será más grande. Esto hace que el estimador MCO de la matriz de varianzas y covarianzas será más grande.

- d) Sobre los problemas de auto-correlación y de heteroscedasticidad se puede afirmar: “Estos dos problemas son en últimas el mismo problema: la matriz de varianzas del

error no es igual a una constante cualquiera multiplicada por la matriz identidad de orden k ?. ¿Es la afirmación entre comillas verdadera o falsa?

Falso. En este caso el error está en que la matriz de varianzas y covarianzas del error no es de orden k sino de orden n

- e) Cuando la muestra es lo suficientemente grande, el teorema del límite central garantiza que los estimadores MCO sigan una distribución normal, y por tanto siempre se podrá realizar inferencia sin ningún problema.

Falso. Con el teorema del límite central se garantiza que los estimadores sigan una distribución normal, pero para hacer inferencia necesitamos además que se cumplan todos los supuestos del Teorema de Gauss Markov.

2. Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- 2.1. Un joven investigador de la Facultad estimó un modelo para determinar la relación existente entre (Y_i) que es la cantidad demandada de un bien X y sus determinantes que son (X_{1i}) que representa los precios del bien X y (X_{2i}) que representa los precios de los bienes sustitutos del bien X. El modelo estimado fue: $Y_i = \beta + \gamma X_{1i} + \delta X_{2i} + \mu_i$. Antes de estimar el modelo el investigador conocía que $X_{1i} = 0.9X_{2i} + \varepsilon_i$. Por lo tanto, el investigador sabía de antemano que el modelo presentaba un problema. ¿Cuál es el problema econométrico?

- Multicolinealidad perfecta.
- Heteroscedasticidad.
- Autocorrelación.
- Existe un error de medición en una variable explicativa.
- Ninguna de las anteriores.

Respuesta sugerida e.

El problema es de multicolinealidad no perfecta. Y además una variable explicativa es aleatoria y no sabemos si ella se encuentra o no relacionada con el error. Noten que no necesariamente la primera variable es medida con error.

- 2.2. Un alumno de la Maestría en economía estimó el siguiente modelo $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 Z_t + \mu_t$, empleando datos anuales para el periodo 1900-2010, para tomar

una decisión frente a un problema económico que está estudiando. Sin embargo, no está seguro de los resultados y decide contrastar el modelo para saber si sus coeficientes son o no concluyentes. El alumno recuerda que EasyReg le reporta la prueba de Breusch-Pagan y detecta con dicha prueba heteroscedasticidad. Decide resolver el problema empleando la corrección de White. Teniendo en cuenta esta información usted debería esperar que los estimadores MCO para los β 's sean:

- Sesgados y eficientes.
- Insesgados e ineficientes.
- Insesgados y eficientes.
- Sesgados e ineficientes.
- Ninguna de las anteriores.

Respuesta sugerida b.

Note que el modelo tiene datos de series de tiempo y esto es un indicio para sospechar la presencia de un problema de autocorrelación. Independientemente de la corrección de la heteroscedasticidad los estimadores MCO siguen siendo insesgados e ineficientes.

- 2.3. Un estudiante del programa de Economía estima un modelo econométrico para su proyecto de grado, pero no sabe si su regresión presenta un buen ajuste o no. Por lo que decide consultarle a su director de PDG. Éste, después de escuchar al estudiante, le aconseja:

“Deberías tener en cuenta que algunos problemas econométricos afectan el R^2 ”

Por lo que el estudiante le pregunta a su director ¿Cuáles son algunos de los problemas econométricos que siempre afectan el R^2 en una regresión por MCO? El director debería responder:

- Problemas de heteroscedasticidad.
- Problemas de autocorrelación.
- Problemas de multicolinealidad perfecta.
- Error de medición en la variable dependiente.
- Ninguna de las anteriores.

Respuesta sugerida d.

Noten que los problemas de Multi, Hetero y Auto no afectan el R^2 . Mientras que errores de medición en y si afectan el R^2 , al aumentar el error.

3. (30 puntos)

La división de estudios económicos del Banco más importante del país desea estimar la demanda de dinero promedio para la economía nacional. Para realizar las estimaciones se tuvieron en cuenta un modelo teórico y algunas transformaciones de las siguientes variables: M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local circulante en el departamento i , $X_{1,i}$ representa el PIB del departamento i medido en millones de dólares, y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) vigente en el departamento i . Usted ha sido contratado como consultor para que ayude a los investigadores de la división de estudios económico del Banco hacer bien su análisis econométrico.

- a) Escriba el modelo estimado por la división de estudios económicos y reportado en la tabla 1 **(5 Puntos)**

El modelo estimado es el siguiente:

$$\ln(M_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,i}) + \beta_2 \left(\frac{1}{X_{2,i}}\right) + \varepsilon_i$$

- b) Teniendo en cuenta el enunciado y suponiendo que el modelo estimado en la Tabla 1 corresponde a un modelo teórico. ¿Existe algún problema econométrico en el modelo estimado y reportado en la Tabla 1? En caso de que exista uno o varios problemas menciónelo y realice las pruebas necesarias. (Sea lo más preciso y emplee únicamente la información disponible). **(5 puntos)**

Debido a la estructura de los datos de corte transversal se puede presentar un problema de heteroscedasticidad. Para contrastar la existencia del problema se debe utilizar la prueba de Breusch-Pagan que reporta el EasyReg. En esta prueba se consideran la hipótesis de una relación entre la varianza del error y un grupo de variables como medida de heteroscedasticidad, versus la hipótesis nula de la no existencia de esta relación como medida de la homoscedasticidad. Es decir:

$$H_0: \sigma^2 = \sigma^2 \quad (1 \text{ punto})$$

$$H_a: f(\gamma + \delta_1 \ln(X_{1,i}) + \delta_2 (1/X_{2,i})) \quad (1 \text{ punto})$$

Se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad cuando $BP > X_{\alpha}^2$. (1 punto).

Según los resultados del EasyReg, con un nivel de significancia del 5% el valor crítico es 5.99, (13.93 > 5.99) por lo que se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad, es decir,

se acepta la existencia de heteroscedasticidad. El resultado se mantiene al 1% y al 10%. (2 puntos).

- c) Teniendo en cuenta toda la información disponible. ¿Cómo corregiría el problema anterior, si es que existía uno? Si existe un problema resuélvalo con el menor número de regresiones o cálculos posibles. Si no existe ningún problema explique las bondades del modelo. Sea lo más claro posible y en caso de poder hacer pruebas efectúelas. **(5 puntos)**

Dado que el problema detectado fue el de heteroscedasticidad y no se presentan más cálculos con el mismo modelo teórico, se desprende que la corrección empleada fue el estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de White (3 puntos). Así mismo, al ser la muestra relativamente grande podemos estar seguros de usar correctamente el estimador de White (2 puntos). La tabla 2 presenta un modelo con una variable dependiente diferente y los modelos no son comparables.

- d) Teniendo en cuenta los resultados de los apartados anteriores, interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia. **(6 Puntos, 2 puntos cada uno).**

$\hat{\beta}_0 = -239.37$. Este coeficiente es significativo con nivel de confianza del 95%. No tiene interpretación económica

$\hat{\beta}_1 = 0.9$. Este coeficiente es significativo con nivel de confianza del 99%. Así, un aumento del PIB departamental del 1% provocará un aumento del 0.9% en la cantidad de dinero demandada.

$\hat{\beta}_2 = 45.42$. Este coeficiente no es significativo. Así, la tasa de interés no tiene efecto sobre la demanda de dinero.

- e) Durante el último año, se ha venido incremento un debate entre los banqueros que poseen inversiones en esta nación debido al futuro escenario financiero de los Departamentos. En especial se cree que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés, es cuatro veces más grande en los departamentos “ricos” del norte cuando se compara con las otras zonas del país. Muestre como se puede comprobar esta hipótesis. (Sea lo más específico, escriba su modelo, demuestre que el modelo sirve para comprobar la hipótesis relevante y muestre como se debería comprobar la hipótesis requerida (de ser necesario escriba las fórmulas a evaluar y cómo se tomaría la decisión)) **(9 puntos)**

Esta situación se puede comprobar empleando una variable dummy. Sea D_i una variable dummy que toma el valor de uno para los departamentos “ricos” del norte y cero en caso contrario. Así, el modelo será:

$$\ln(M_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,i}) + \beta_2 (1/X_{2,i}) + \gamma_1 D_i (1/X_{2,i}) + \mu_i$$

En este caso tenemos que:

$$E[\ln(M_i)] = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,i}) + (\beta_2 + \gamma_1)(1/X_{2,i}) & \text{si } i \in \text{departamento rico del norte} \\ \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,i}) + (\beta_2)(1/X_{2,i}) & \text{o.w.} \end{cases}$$

Además, hay que reconocer que:

$$\begin{aligned} \ln(M_i) &= \beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,i}) + \beta_2 (1/X_{2,i}) + \gamma_1 D_i (1/X_{2,i}) + \mu_i \\ \frac{\partial M_i}{\partial X_{2,i}} &= \frac{\partial}{\partial X_{2,i}} \left[e^{\beta_0 + \beta_1 \ln(X_{1,i}) + \beta_2 (1/X_{2,i}) + \gamma_1 D_i (1/X_{2,i}) + \mu_i} \right] = -M_i \frac{(\beta_2 + \gamma_1 D_i)}{X_{2,i}^2} \\ \frac{\partial M_i / M_i}{\partial X_{2,i} / X_{2,i}} &= - \frac{(\beta_2 + \gamma_1 D_i)}{X_{2,i}} \\ \frac{\Delta \% M_i}{\Delta \% X_{2,i}} &= - \frac{(\beta_2 + \gamma_1 D_i)}{X_{2,i}} \end{aligned}$$

Por tanto, tendremos que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto a la tasa de interés será:

$$\frac{\Delta \% M_i}{\Delta \% X_{2,i}} = \begin{cases} - \frac{(\beta_2 + \gamma_1)}{\bar{X}_{2,i}} & \text{para los departamentos ricos del norte} \\ - \frac{(\beta_2)}{\bar{X}_{2,i}} & \text{o.w.} \end{cases}$$

suponiendo que los promedios son diferentes para los dos grupos, tenemos que la hipótesis a probar corresponde a:

$$\begin{aligned} H_0 : - \frac{(\beta_2 + \gamma_1)}{\bar{X}_2} &= -4 \frac{(\beta_2)}{\bar{X}_2} \\ H_0 : (\beta_2 + \gamma_1) &= 4\beta_2 \\ H_0 : -3\beta_2 + \gamma_1 &= 0 \end{aligned}$$

Esta hipótesis se puede escribir de la forma $R\beta = c$ y comprobar por medio de una prueba

F. Es decir, el estadístico de prueba sería:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE/n - k}$$

El cual debe ser comparado con ($r=1$) con el F de la tabla con un grados de libertad en el numerador y 96 grados de libertad en el denominador. Si el F calculado es superior al de la tabla, entonces se puede rechazar la hipótesis nula.

4. (30 puntos)

El departamento de mercadeo de una firma productora de cuadernos ha encontrado que la mejor manera de explicar el comportamiento del las unidades vendidas (Q_t) de los cuadernos cuya caratula corresponde a equipos del fútbol profesional :

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2,t} + \beta_3 X_{1,t} + \beta_4 X_{2,t} X_{1,t} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, 100$$

donde $X_{2,t}$ representa el logaritmo del precio de esa referencia de cuadernos en el periodo t (medido en miles de pesos) y $X_{1,t}$ denota el precio de los cuadernos con personajes de Disney en la caratula que se venden en el periodo t . Además se sabe que:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \quad \text{Var}[\varepsilon_t] = \ln((X_{1,t} + X_{2,t})^c) \quad E[\varepsilon_j \varepsilon_t] = 0 \quad \forall i \neq j$$

- a) Enumere claramente los supuestos que no se cumplen para poder obtener conclusiones válidas sobre los estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)? (2 puntos)

Es importante anotar que para obtener conclusiones se necesita que los estimadores MCO sean MELI y que estos sigan una distribución normal para poder hacer inferencia sobre ellos (1 punto por normalidad). En ese orden de ideas, dado que la muestra es lo suficientemente grande, únicamente no se cumple el supuesto de homoscedasticidad. (1 punto)

Se restará un punto si se mencionan otros problemas que no existen.

- b) El departamento de mercadeo recogió la información necesaria para estimar el modelo y obtener estimadores MELI. La información recolectada se sintetiza en la siguiente matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & -20 & 0 \\ 0 & -20 & 40 & 40 \\ 0 & 0 & 40 & 60 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde los elementos (1,1), (2,1), (3,1) y (4,4) de la matriz $X^T X$. Expresé su respuesta únicamente en términos de $X_{1,t}$ y $X_{2,t}$. (8 puntos – 2 puntos cada uno)

En este caso se viola el supuesto de homoscedasticidad. Es decir el término de error no tiene varianza constante. Noten que en este caso:

$$\text{Var}[\varepsilon_t] = \ln((X_{1,t} + X_{2,t})^c) = c \ln(X_{1,t} + X_{2,t})$$

El problema se puede solucionar fácilmente empleando los mínimos cuadrados ponderados. Es decir, dividiendo todo el modelo por $\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}$.

$$\frac{Q_j}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \beta_2 \frac{X_{2j}}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \beta_3 \frac{X_{1j}}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \beta_4 \frac{X_{2j}X_{1j}}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \frac{\varepsilon_j}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}}$$

Así tendremos que

$$\text{Var} \left[\frac{\varepsilon_j}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} \right] = \frac{1}{\ln(X_{1j} + X_{2j})} \text{Var}[\varepsilon_j] = \frac{c \ln(X_{1j} + X_{2j})}{\ln(X_{1j} + X_{2j})} = c$$

Y por tanto el problema de heteroscedasticidad ha sido solucionado. El modelo entonces será:

$$\frac{Q_j}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \beta_2 \frac{X_{2j}}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \beta_3 \frac{X_{1j}}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \beta_4 \frac{X_{2j}X_{1j}}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}} + \frac{\varepsilon_j}{\sqrt{\ln(X_{1j} + X_{2j})}}$$

En este caso tenemos:

- Elemento (1,1): $\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{\ln(X_{1j} + X_{2j})}$
- Elemento (2,1): $\sum_{i=1}^{100} \frac{X_{2j}}{\ln(X_{1j} + X_{2j})}$
- Elemento (3,1): $\sum_{i=1}^{100} \frac{X_{1j}}{\ln(X_{1j} + X_{2j})}$
- Elemento (4,4): $\sum_{i=1}^{100} \frac{(X_{1j}X_{2j})^2}{\ln(X_{1j} + X_{2j})}$

Nota: No se dará crédito si se incluye c en las sumatorias. Noten que c no se puede conocer y por eso no sería posible dividir por c.

- c) Encuentre los estimadores MELI de los β 's del modelo. Muestre claramente cuál es el valor estimado de cada uno de los parámetros del modelo. (6 Puntos)

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$$

$$\begin{bmatrix} 1/100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/10 & -3/20 & 1/10 \\ 0 & -3/20 & -3/20 & 1/10 \\ 0 & 1/10 & 1/10 & -1/20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ -2 \\ -11/4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \hat{\beta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ -2 \\ -11/4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (8 Puntos)

Noten que:

$$\frac{\partial Q_j}{\Delta \% p_j} = \frac{\beta_2 + \beta_4 X_{2j}}{100}$$

$$\frac{\partial Q_j}{\partial X_{2j}} = \beta_3 + \beta_4 \ln(p_j)$$

$\hat{\beta}_1 = 3/5$. No tiene interpretación económica (2 puntos)

$\hat{\beta}_2 = -2$. -0.2 unidades corresponde a la parte constante del efecto de un aumento del 1 por ciento en el precio de los cuadernos cuya carátula corresponde a equipos de fútbol sobre las cantidades demandadas de cuadernos cuya carátula corresponde a equipos de fútbol. (2 puntos) (2 puntos)

$\hat{\beta}_3 = -11/4$. -11/4 unidades corresponde a la parte constante del efecto marginal de mil pesos más en el precio de los cuadernos de personajes de Disney sobre las cantidades demandadas de cuadernos cuya carátula corresponde a equipos de fútbol. (2 puntos)

$\hat{\beta}_4 = 2$. Un aumento de mil pesos en el precio de los cuadernos de personajes de Disney provoca un aumento de 0.02 unidades en el efecto que tiene un aumento del uno por ciento en el precio de los cuadernos cuya carátula corresponde a equipos de fútbol sobre las cantidades demandadas de cuadernos cuya carátula corresponde a equipos de fútbol. (2 puntos)

- e) (Esta pregunta es independiente de la pregunta anterior. Es decir, parta del modelo inicial). Un nuevo pasante en el departamento de mercadeo sugiere estimar los siguientes dos modelos:

Modelo A: $Q_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2j} + \beta_3 X_{1j} + \beta_4 X_{3j} + \varepsilon_i$

Modelo B: $Q_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2j} + \beta_3 X_{1j} + \beta_4 X_{2j} X_{1j} + \beta_5 X_{4j} + \varepsilon_i$

Donde $X_{3j} = X_{2j} + (1/X_{1j})$. Por otro lado, $X_{4j} = X_{2j} + X_{1j}$.

El director de estudios afirma: “la sugerencia del pasante no tiene mucho sentido. En ambos casos los estimadores MCO de los β s no serán MELI, aún si se soluciona cualquier problema de autocorrelación o heteroscedasticidad que se presenten y aún si se tiene sustento teórico para estimar esos modelos”.

¿Está usted de acuerdo con la afirmación del director? Sea lo más claro posible y argumente por qué el método MCO produce o no estimadores MELI de los β s en cada modelo (el A y el B). **(6 Puntos)**

Noten que el modelo A no presenta problemas de multicolinealidad. Así, no existe ninguna razón por la cual se pueda pensar que los estimadores MCO de los β s no serán MELI, **(2.5 Puntos)**

Por otro lado, el modelo B implica un problema de multicolinealidad perfecta, entonces los estimadores MCO no existirán. **(2.5 Puntos)**

Por lo tanto la afirmación del director no es correcta. **(1 Punto)**

Tabla 1. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:				
Y = ln[M]				
Characteristics:				
ln[M]				
First observation = 1				
Last observation = 100				
Number of usable observations: 100				
X variables:				
X(1) = ln[X1]				
X(2) = 1/X2				
X(3) = 1				
Model:				
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,				
where U is the error term, satisfying				
E[U X(1),X(2),X(3)] = 0.				
OLS estimation results				
Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)	
		[p-value]	[H.C. p-value]	
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346	
		[0.00000]	[0.00000]	
b(2)	45.42551	1.324	1.393	
		[0.08561]	[0.16370]	
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256	
		[0.01109]	[0.02406]	
(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.				
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]				
Effective sample size (n) = 100				
R-square = 0.999999				
Adjusted R-square = 0.599999				
Breusch-Pagan test = 13.934181				
Null hypothesis: The errors are homoskedastic				
Null distribution: Chi-square(2)				
p-value = 0.00094				
Significance levels: 10% 5%				
Critical values: 4.61 5.99				

Tabla 2. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:				
Y = M				
Characteristics:				
M				
First observation = 1				
Last observation = 100				
Number of usable observations: 100				
X variables:				
X(1) = ln[X1]				
X(2) = 1/X2				
X(3) = 1				
Model:				
$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,				
where U is the error term, satisfying				
$E[U X(1),X(2),X(3)] = 0$.				
OLS estimation results				
Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)	
		[p-value]	[H.C. p-value]	
b(1)	1.90009	7408.136	9339.346	
		[0.00000]	[0.00000]	
b(2)	4.42551	1.994	2.393	
		[0.00451]	[0.00370]	
b(3)	-59.37377	-2.540	-2.256	
		[0.00109]	[0.02406]	
(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.				
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]				
Effective sample size (n) = 100				
R-square = 0.899999				
Adjusted R-square = 0.89999				
Breusch-Pagan test = 13.934181				
Null hypothesis: The errors are homoskedastic				
Null distribution: Chi-square(2)				
p-value = 0.094				
Significance levels: 10% 5%				
Critical values: 14.61 15.99				