# *Econometría 06216*
# *Examen Parcial #1*
# *Grupo 1*
# *Cali, Lunes 13 de Febrero de 2006*

**Profesor: Julio César Alonso**

Estudiante: ________________________
Código: ______________________

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **4** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

## 1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) El siguiente modelo $\frac{1}{y_t}=\gamma_1\left(\frac{1}{sen(\gamma_3)\ln(X_{1t})}\right)^{\gamma_2} X_{2t}^{\gamma_4}\varepsilon_t$ se puede estimar por MCO.

b) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente; entonces: $Cov(cX, X) = c^2 Var(X)$

c) El muestreo estratificado aleatorio es preferible al Muestreo por conglomerados cuando la población está organizada en pocos grupos heterogéneos.

d) Suponga que se desea medir el rating de televisión de un programa en el horario de la noche, en este caso la unidad muestreo natural debe ser la comuna.

## 2 Selección Múltiple (10 puntos en total, 2 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1. Si $\left(X^T X\right)^{-1}$ existe, entonces: :

a) $X_1, X_2, \ldots, X_k$ Son linealmente independientes.

b) $\left(X^T X\right)^{-1}\left(X^T X\right) = I_n$

c) La matriz X tiene rango completo.

d) Todas las anteriores.

2.2. Una de las siguientes afirmaciones NO es correcta:

a) El tamaño de una muestra para un MAS sin reposición no depende del tamaño de la población, si está es lo suficientemente grande.

b) La razón por la que se emplea el valor de la estándar normal, y no la distribución normal, al calcular el tamaño de una MAS con reposición es porque los grados de libertad son función del tamaño de la muestra

c) Entre más grupos homogeneos existan en una población, más conveniente será emplear un muestreo por conglomerados.

d) Ninguna de las anteriores..

2.3. Si el vector $\varepsilon$, en el modelo $y = X\beta + \varepsilon$ está compuesto por valores aleatorios, entonces:

a) El vector $\varepsilon$ sigue una distribución normal.

b) El vector $\hat{\beta}$ es insesgado.

c) El vector $y$ es estocástico.

d) Ninguna de las anteriores.

2.4. Un método de muestreo en el que se divide a la población en subgrupos y se seleccionan aleatoriamente individuos de esos grupos corresponde a:

a) Muestre por conglomerado

b) Muestreo estratificado

c) a) y b) pueden ser correctas

d) ninguna de la anteriores

2.5. La población objetivo no siempre es igual a la población muestreada, por lo tanto es posible afirmar que:

a) La población objetivo ha sido formulada de manera errónea.
b) La muestra no es representativa.
c) A partir de la muestra sólo se pueden realizar inferencias con respecto a la población muestreada.
d) (b) y (c) son correctas.

**3** (35 puntos)

Una empresa fabricante de automóviles desea estimar la demanda de estos ($D_t$, en unidades de carros), en función del precio de los mismos ($P_t$, en miles de pesos); para lo cual dispone de los datos de los últimos 120 meses. Para ello, les han pedido a diferentes economistas que planteen un modelo para finalmente contratar a aquel que corra el mejor. A continuación, se muestran los modelos planteados por los diferentes economistas:

$$D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$Log(D_t) = \beta_0 + \beta_1 Log(P_t) + \eta_t \quad (2)$$

$$Log(D_t) = \gamma_0 + \gamma_1 P_t + \nu_t \quad (3)$$

$$D_t = \varphi_0 + \varphi_1 Log(P_t) + \omega_t \quad (4)$$

Despues de recolectar la información relevante, se estiman los 4 modelos obteniendo los resultados que se reportan en la siguiente tabla.

**Tabla 1.Resultados de la estimación de los modelos (1) a (4)**

| | **VARIABLE DEPENDIENTE: $D_t$ y $Ln(D_t)$** Estadísticos t entre paréntesis/1 | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Ecuación 1 | Ecuación 2 | Ecuación 3 | Ecuación 4 |
| | Niveles MCO | Niveles MCO | Niveles MCO | Niveles MCO |
| **constante** | 20002.48041 | 9.9797 | 9.90367 | 21504.85 |
| | (859.37) *** | (1007.00) *** | (8414.89) *** | (109.78) *** |
| ***$P_t$*** | -0.05 | | 0.00 *** | |
| | (-10.00) *** | | (-11.05) *** | |
| ***$Ln(P_t)$*** | | -0.0083 | | -163.33114 |
| | | (-8.88) *** | | (-8.87) *** |
| $R^2$ | 0.50760 | 0.40030 | 0.50850 | 0.3999 |
| $R^2$ Ajustado | 0.39520 | 0.39520 | 0.50430 | 0.3948 |
| # de Obs. | 120 | 120 | 120 | 120 |

(*) nivel de significancia: 10%
(**) nivel de significancia: 5%
(***) nivel de significancia: 1%
MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

/1. Este t corresponde al que permite comprobar la hipótesis nula de que el coeficiente es estádisticamente diferente de cero.

A partir de esta información, responda las siguientes preguntas.

a) Interprete los coeficientes estimados del modelo (2).**(10 Puntos)**
b) Interprete los coeficientes estimados del modelo (4).**(10 Puntos)**
c) Compare los modelos (2) y (4). ¿Se puede decir que el modelo (2) es mejor? Explique claramente su respuesta **(5 Puntos)**
d) Para el modelo (1), ¿Será $\alpha_1$ mayor a -0.25? **(10 Puntos).**

**4** (35 puntos)

El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo de una cadena de almacenes espera que las ventas diarias en millones de pesos , $Y_t$, tengan un comportamiento descrito por el siguiente modelo estadístico: $y_t = \beta_1 + \beta_2\left(\frac{1}{X_{2t}}\right)^2 + \beta_3 X_{3t}$, donde $X_{1t}$ representa el número de reclamos en el día t, $X_{2t}$ representa el número de ofertas en el día t y $X_{3t}$ representa el porcentaje de descuento ofrecido en el día t. $\varepsilon_t$ representa una variable estocástica que esta normalmente e independientemente distribuida con media cero y varianza constante.

Los economistas de la división de planeación ya han recogido la siguiente información para 10 períodos:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 5 \\ 0 & 25 & 0 \\ 5 & 0 & 10 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros en el vector $\beta$, por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**
b) Explique ***brevemente*** las propiedades de un estimador MELI (BLUE) **(5 puntos)**
c) Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) **(5 puntos)**
d) Calcule los mejores estimadores lineales insesgados del vector $\beta = (\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3)^T$. **(10 puntos)**
e) Explique el significado de los coeficientes estimados **(10 puntos)**

## MAS sin reposición

$$\frac{n}{N} \qquad \frac{N!}{n!(N-n)!} \qquad \frac{n!(N-n)!}{N!}$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}\frac{S}{\sqrt{n}} \qquad n = \frac{\dfrac{z_{\alpha/2}^2 S^2}{\delta^2}}{1+\dfrac{1}{N}\left(\dfrac{z_{\alpha/2}^2 S^2}{\delta^2}\right)}$$

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad S_{\hat{P}}^2 = \frac{N-n}{N-1}\frac{\hat{P}\hat{Q}}{n} \qquad n_{(P)} = \frac{\dfrac{z_{\alpha/2}^2 \hat{P}\hat{Q}}{\delta^2}}{\dfrac{N-1}{N}+\dfrac{1}{N}\left(\dfrac{z_{\alpha/2}^2 \hat{P}\hat{Q}}{\delta^2}\right)}$$

## MAS con reposición

$$1-\left(\frac{N-1}{N}\right)^n \qquad N^n \qquad \frac{1}{N^n}$$

$$S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \qquad n_0 = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 S^2}{\delta^2}$$

$$S_{\hat{P}}^2 = \frac{\hat{P}\hat{Q}}{n} \qquad n_{(p)} = \frac{z_{\alpha/2}^2 \hat{P}\hat{Q}}{\delta^2}$$

## MEA

$$W_h = \frac{N_h}{N} \text{ para } \quad h = 1, 2, \ldots H \qquad n = \sum_{h=1}^{H} n_h$$

$$\bar{y} = \sum_{h=1}^{H} W_h \bar{y}_h \qquad \bar{y}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{h,i}}{n_h} \qquad Var\left[\bar{y}\right] = \sum_{h=1}^{H} W_h^2 Var\left[\bar{y}_h\right]$$

$$S_{\bar{y}_h} = \sqrt{\left(1-\frac{n_h}{N_h}\right)}\frac{S_h}{\sqrt{n_h}} \qquad n = \frac{\dfrac{z_{\alpha/2}^2\left(\sum_{h=1}^{H} W_h S_H\right)^2}{\delta^2}}{1+\dfrac{1}{N}\left(\dfrac{z_{\alpha/2}^2\left(\sum_{h=1}^{H} W_h S_H\right)^2}{\delta^2}\right)}$$

$$n_h = n\frac{W_h S_H}{\sum_{h=1}^{H} W_h S_H}$$

## Muestreo por Conglomerado

$$\bar{y}_{congl} = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\sum_{j=1}^{M} y_{i,j}}{n_C} \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\sum_{j=1}^{M} y_{i,j}}{n} = \frac{\bar{y}_{congl}}{M}$$

$$S_{congl}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\left(\left(\sum_{j=1}^{M} y_{i,j}\right)-\bar{y}_{congl}\right)^2}{n_C-1} \qquad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\sum_{j=1}^{M}\left(y_{i,j}-\bar{y}\right)^2}{n-1}$$

$$S_{\bar{y}_{congl}}^2 = \frac{N_C\left(N_C-n_C\right)}{n_C}S_{congl}^2 \qquad S_{\bar{y}}^2 = \frac{\left(N_C-n_C\right)}{N_C n_C}\frac{S_{congl}^2}{M^2}$$

$$n_c = \frac{\dfrac{z_{\alpha/2}^2 S_{congl}^2}{\delta^2 M^2}}{1 + \dfrac{1}{N_c}\left(\dfrac{z_{\alpha/2}^2 S_{congl}^2}{\delta^2 M^2}\right)} \quad n = n_c M$$

## Regresión

$$\hat{\beta}_1 = \bar{y} - \hat{\beta}_2 \bar{x} \qquad \hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - n\overline{yx}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2}$$

$$Var\left[\hat{\beta}\right] = \begin{bmatrix} Var\left[\hat{\beta}_1\right] & Cov\left[\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right] \\ Cov\left[\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right] & Var\left[\hat{\beta}_2\right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sigma^2 & \dfrac{-\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sigma^2 \\ \dfrac{-\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sigma^2 & \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$SSR = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad SST = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 \quad SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2, n-2}\, s\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2, n-2}\, s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} & \sum_{i=1}^{n} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{ki} \\ & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} X_{ki} \\ & & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 & \ddots & \sum_{i=1}^{n} X_{2i} X_{ki} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

**Econometría 06169** **Fórmulas** **Examen Parcial #1**

**Prof: Julio César Alonso C**

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{ki} \end{bmatrix}$$

$$y^T y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

| $n$ | $t_{0.01,n-2}$ |
|---|---|
| **120** | **2.357** |

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y$$

$$s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k} s_{\hat{\beta}_i}$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

**Cantidades Importantes**

$\sqrt{2} = 1.414$ $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{5} = 2.236$ $\sqrt{7} = 2.646$ $\sqrt{10} = 3.162$
$\sqrt{13} = 3.606$

**Valores críticos de la distribución normal y t**

| $\alpha$ | $z_{\frac{\alpha}{2}}$ | $z_{\alpha}$ |
|---|---|---|
| **0.01** | **2.58** | **2.33** |
| **0.05** | **1.96** | **1.64** |
| **0.1** | **1.64** | **1.28** |

# *Econometría 06216*
# *Examen Parcial #1*
# *Grupo 1*
# *Respuestas Sugeridas*
# *Cali, Lunes 13 de Febrero de 2006*

**Profesor: Julio César Alonso**

Estudiante: _______________________
Código: _____________________

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.





## 1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) El siguiente modelo $\frac{1}{y_t}=\gamma_1\left(\frac{1}{sen(\gamma_3)\ln(X_{1t})}\right)^{\gamma_2} X_{2t}^{\gamma_4}\varepsilon_t$ se puede estimar por MCO.

Verdadero, pues:

$$\frac{1}{y_t}=\gamma_1\left(\frac{1}{sen(\gamma_3)\ln(X_{1t})}\right)^{\gamma_2} X_{2t}^{\gamma_4}\varepsilon_t$$

$$\ln\left(\frac{1}{y_{t\,t}}\right)=\ln\left[\gamma_1\left(\frac{1}{sen(\gamma_3)\ln(X_{1t})}\right)^{\gamma_2} X_{2t}^{\gamma_4}\varepsilon_t\right]$$

$$-\ln(y_t)=\ln(\gamma_1)+\ln\left(\left(\frac{1}{sen(\gamma_3)\ln(X_{1t})}\right)^{\gamma_2}\right)+\ln\left(X_{2t}^{\gamma_4}\right)+\ln(\varepsilon_t)$$

$$-\ln(y)=\ln(\gamma_1)-\gamma_2\ln\left(sen(\gamma_3)\ln(X_{1t})\right)+\gamma_4\ln(X_{2t})+\ln(\varepsilon_t)$$

$$\ln(y)=-\ln(\gamma_1)+\gamma_2\ln\left(\ln(X_{1t})\right)+\gamma_2\ln\left(sen(\gamma_3)\right)-\gamma_4\ln(X_{2t})-\ln(\varepsilon_t)$$

$$\ln(y)=\beta_1+\beta_2W_{1t}+\beta_3W_{2t}+\mu_t$$

Donde $W_{1t}=\ln\left(\ln(X_{1t})\right)$, $W_{2t}=\ln(X_{2t})$, $\mu_t=-\ln(\varepsilon_t)$, $\beta_2=\gamma_2$, $\beta_3=-\gamma_4$ y $\beta_1=\gamma_2\ln\left(sen(\gamma_3)\right)-\ln(\gamma_1)$.

b) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente; entonces: $Cov(cX,X)=c^2Var(X)$

Falso, pues por definición tenemos que:

$$Cov(cX,X)=E\left[cX^2\right]-E[cX]E[X]=c\left(E\left[X^2\right]-\left(E[X]\right)^2\right)=cVar[X]$$

c) El muestreo estratificado aleatorio es preferible al Muestreo por conglomerados cuando la población está organizada en pocos grupos heterogéneos.

Falso, Si bien el muestreo estratificado tiene sentido cuando existen pocos grupos en la población, será necesario tener grupos homogéneos (al interior de estos son homogéneos) para que esta técnica de muestreo tenga sentido, pues recuerden que en el muestreo por conglomerados se escoge por medio de MAS sin reposición de cada grupo (estrato) y si estos estratos no son homogéneos, no tendrá mucho sentido hacer este tipo de muestreo en cada estrato.

d) Suponga que se desea medir el rating de televisión de un programa en el horario de la noche, en este caso la unidad muestreo natural debe ser la comuna.

Falso, la unidad de muestreo más adecuada es el el hogar.

## 2 Selección Múltiple (10 puntos en total, 2 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1.Si $\left(X^T X\right)^{-1}$ existe, entonces: :

a) $X_1, X_2, \ldots, X_k$ Son linealmente independientes.

b) $\left(X^T X\right)^{-1}\left(X^T X\right) = I_n$

c) La matriz X tiene rango completo.

d) Todas las anteriores.

Answer d).

2.2.Una de las siguientes afirmaciones NO es correcta:

a) El tamaño de una muestra para un MAS sin reposición no depende del tamaño de la población, si está es lo suficientemente grande.

b) La razón por la que se emplea el valor de la estándar normal, y no la distribución normal, al calcular el tamaño de una MAS con reposición es porque los grados de libertad son función del tamaño de la muestra

c) Entre más grupos homogeneos existan en una población, más conveniente será emplear un muestreo por conglomerados.

d) Ninguna de las anteriores..

Respuesta: d)

2.3.Si el vector $\varepsilon$, en el modelo $y = X\beta + \varepsilon$ está compuesto por valores aleatorios, entonces:

a) El vector $\varepsilon$ sigue una distribución normal.

b) El vector $\hat{\beta}$ es insesgado.

c) El vector $y$ es estocástico.

d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: c)

2.4. Un método de muestreo en el que se divide a la población en subgrupos y se seleccionan aleatoriamente individuos de esos grupos corresponde a:

a) Muestre por conglomerado

b) Muestreo estratificado

c) a) y b) pueden ser correctas

d) ninguna de la anteriores

Respuesta: b)

2.5.La población objetivo no siempre es igual a la población muestreada, por lo tanto es posible afirmar que:

a) La población objetivo ha sido formulada de manera errónea.

b) La muestra no es representativa.





c) A partir de la muestra sólo se pueden realizar inferencias con respecto a la población muestreada.

d) (b) y (c) son correctas.

Respuesta (c)

## 3 (35 puntos)

Una empresa fabricante de automóviles desea estimar la demanda de estos ($D_t$, en unidades de carros), en función del precio de los mismos ($P_t$, en miles de pesos); para lo cual dispone de los datos de los últimos 120 meses. Para ello, les han pedido a diferentes economistas que planteen un modelo para finalmente contratar a aquel que corra el mejor. A continuación, se muestran los modelos planteados por los diferentes economistas:

$$D_t = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$Log(D_t) = \beta_0 + \beta_1 Log(P_t) + \eta_t \quad (2)$$

$$Log(D_t) = \gamma_0 + \gamma_1 P_t + \nu_t \quad (3)$$

$$D_t = \varphi_0 + \varphi_1 Log(P_t) + \omega_t \quad (4)$$

Despues de recolectar la información relevante, se estiman los 4 modelos obteniendo los resultados que se reportan en la siguiente tabla.

**Tabla 1.Resultados de la estimación de los modelos (1) a (4)**

**VARIABLE DEPENDIENTE: *$D_t$ y $Ln(D_t)$***

Estadísticos t entre paréntesis/1

| | Ecuación 1 | Ecuación 2 | Ecuación 3 | Ecuación 4 |
|---|---|---|---|---|
| | Niveles MCO | Niveles MCO | Niveles MCO | Niveles MCO |
| **constante** | 20002.48041 | 9.9797 | 9.90367 | 21504.85 |
| | (859.37) *** | (1007.00) *** | (8414.89) *** | (109.78) *** |
| ***$P_t$*** | -0.05 | | 0.00 *** | |
| | (-10.00) *** | | (-11.05) *** | |
| ***$Ln(P_t)$*** | | -0.0083 | | -163.33114 |
| | | (-8.88) *** | | (-8.87) *** |
| $R^2$ | 0.50760 | 0.40030 | 0.50850 | 0.3999 |
| $R^2$ Ajustado | 0.39520 | 0.39520 | 0.50430 | 0.3948 |
| # de Obs. | 120 | 120 | 120 | 120 |

(*) nivel de significancia: 10%
(**) nivel de significancia: 5%
(***) nivel de significancia: 1%
MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

/1. Este t corresponde al que permite comprobar la hipótesis nula de que el coeficiente es estádisticamente diferente de cero.

A partir de esta información, responda las siguientes preguntas.

a) Interprete los coeficientes estimados del modelo (2).**(10 Puntos)**

En este caso es necesario derivar con respecto a la variable independiente, para ello, la ecuación (2) se puede rescribir de la siguiente manera:

$$D_t = e^{\beta_0+\beta_1 Log(P_t)+\eta_t}$$

Al derivar con respecto a $P_t$, tenemos:

$$\frac{\partial D_t}{\partial P_t} = \frac{\beta_1}{P_t} e^{\beta_0+\beta_1 Log(P_t)+\eta_t}$$

$$\frac{\partial D_t}{\partial P_t} = \frac{\beta_1}{P_t} D_t$$

$$\beta_1 = \frac{\partial D_t \cdot P_t}{\partial P_t \cdot D_t} = \frac{\partial D_t / D_t}{\partial P_t / P_t}\frac{100}{100}$$

$$\beta_1 = \frac{\Delta\% D_t}{\Delta\% P_t}$$

De esta forma, el coeficiente $\beta_1$ implica que ante un aumento del 1% en el precio de los automóviles, habrá un cambio de $\beta_1$ por ciento en la cantidad de carros demandados; se esperaría que el signo que acompaña este coeficiente sea negativo. Esta definición debe ser muy familiar a ustedes, pues se puede interpretar como la elasticidad precio de la demanda de los automóviles. Por otro lado, noten que no tiene sentido interpretar el intercepto, pues eso implicaría que el $Log(P_t)=0$, lo cual solo es posible si el precio es igual a 1, arrojando como resultado que $Log(D_t) = \beta_0$. Noten que esto se interpretaría como el logaritmo de la demanda de carros cuando el precio de los mismos es mil pesos, lo cual no tiene mucho sentido.
(¡El análisis anterior no era requerido!)

Así, $\hat{\beta}_1 = -.0083$ implica que ante un aumento del 1% en el precio de los automóviles, habrá una dismininución del .0083 por ciento en la cantidad de carros demandados. Y el intercepto no tiene interpretación económica.

b) Interprete los coeficientes estimados del modelo (4).**(10 Puntos)**

En este caso no es necesario rescribir la ecuación para interpretar el coeficiente $\psi_1$, pues al derivar con respecto a $P_t$:

$$\frac{\partial D_t}{\partial P_t} = \psi_1 \frac{\partial Log(P_t)}{P_t}$$

$$\frac{\partial D_t}{\partial P_t} = \frac{\psi_1}{P_t}$$

$$\psi_1 = \frac{\partial D_t}{\partial P_t / P_t}\frac{100}{100}$$

$$\frac{\psi_1}{100} = \frac{\partial D_t}{\Delta\% P_t}$$

Lo cual significa que cuando hay un cambio del 1% en el precio de los automóviles, hay un cambio $\psi_1$/100 carros. De igual manera, para interpretar el intercepto tendríamos que





este es igual a la demanda de carros cuando el Log ($P_t$) = 0, es decir, cuando el precio es igual a mil pesos.
(¡El análisis anterior no era requerido!)

Así, $\hat{\beta}_1 = -163.33$ implica que cuando hay un cambio del 1% en el precio de los automóviles, hay una disminución de 1.63 carros. El intercepto no tiene interpretación.

c) Compare los modelos (2) y (4). ¿Se puede decir que el modelo (2) es mejor? Explique claramente su respuesta **(5 Puntos)**

Hasta el momento, la única herramienta que nos ayudaría a tomar esta decisión es el $R^2$, recordemos que este se define como: $R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$. Pero noten que es estos dos modelos no se emplea la misma variable dependiente. Así, por medio de este criterio no podemos comparar el modelo (4) y el (2).
Por tanto no es correcto afirmar que el modelo (2) es mejor que el (4).

d) Para el modelo (1), ¿Será $\alpha_1$ mayor a -0.25? **(10 Puntos).**

Dado que el t calculado reportado en la tabla corresponde a $t = \frac{\hat{\alpha}_1}{s_{\hat{\alpha}_1}}$, entonces tenemos que:

$$-10 = \frac{-0.05}{s_{\hat{\beta}_1}}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{-0.05}{-10} = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$$

Así, dado que se desea comprobar si $\alpha_1$ es estadísticamente mayor a -0.25 , tendremos que que la $H_0 : \alpha_1 \leq -0.25$ versus la alterna $H_A : \alpha_1 > -0.25$. Hipótesis que se puede contrastar por medio del estadístico $t = \frac{\hat{\alpha}_1 - c}{s_{\hat{\alpha}_1}}$. En este caso:

$$t = \frac{\hat{\alpha}_1 - c}{s_{\hat{\alpha}_1}} = \frac{-0.05+0.25}{1/200} = \frac{.2}{1/200}$$

$$t = \frac{\hat{\alpha}_1 - c}{s_{\hat{\alpha}_1}} = \frac{.2}{1/200} = \frac{2}{10}\frac{1}{\frac{1}{200}} = \frac{2}{\frac{1}{20}} = 40$$

Este estadístico es muy grande. Así, sin necesidad de mirar el valor crítico de la distribución (y dado que la región de rechazo será a la derecha), podemos asegurar que con un 99% de confianza podemos rechazar la hipótesis nula. Es decir, $\alpha_1$ es estadísticamente mayor a -0.25.

**4** (35 puntos)
El jefe de la división de planeación del departamento de mercadeo de una cadena de almacenes espera que las ventas diarias en millones de pesos , $Y_t$, tengan un comportamiento descrito por el siguiente modelo estadístico: $y_t = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1}{X_{2t}} \right)^2 + \beta_3 X_{3t}$, donde $X_{1t}$ representa el número de reclamos en el día t, $X_{2t}$ representa el número de ofertas en el día t y $X_{3t}$ representa el porcentaje de descuento ofrecido en el día t. $\varepsilon_t$ representa una variable estocástica que esta normalmente e independientemente distribuida con media cero y varianza constante.

Los economistas de la división de planeación ya han recogido la siguiente información para 10 períodos:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 5 \\ 0 & 25 & 0 \\ 5 & 0 & 10 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros en el vector $\beta$, por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**

Los errores deben:

- Tener media cero
- Varianza constante
- Y no estar autocorrelacionados

b) Explique ***brevemente*** las propiedades de un estimador MELI (BLUE) **(5 puntos)**

Las propiedades son:

- Insesgadez, es decir que en promedio el estimador es igual valor poblacional
- Mínima varianza posible, en otras palabras que este estimador tiene la mínima variabilidad alrededor del valor real.

c) Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) **(5 puntos)**

En este caso tenemos que:

$$n = 10\,,\ \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{X_{2t}^2} = 0\,,\ \sum_{t=1}^{n} X_{3t} = 5\,,\,,\ \sum_{t=1}^{n} \left( X_{3t} \right)^2 = 10\,,\ \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{X_{3t}^4} = 25 \text{ y } \sum_{t=1}^{n} \frac{X_{3t}}{X_{2t}^2} = 0\,.$$





d) Calcule los mejores estimadores lineales insesgados del vector $\beta = \left( \beta_1 \ \ \beta_2 \ \ \beta_3 \right)^T$. **(10 puntos)**

Sabemos que $\hat{\beta} = \left( X^T X \right)^{-1} X^T y$ son MELI si los supuestos del Teorema de Gauss-Markov se cumplen. Entonces:

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{15} & 0 & -\frac{1}{15} \\ 0 & \frac{1}{25} & 0 \\ -\frac{1}{15} & 0 & \frac{2}{15} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{16}{15} \\ \frac{32}{25} \\ -\frac{2}{15} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta\text{hat}_1 \\ \beta\text{hat}_2 \\ \beta\text{hat}_3 \end{pmatrix}$$

e) Explique el significado de los coeficientes estimados **(10 puntos)**

$\hat{\beta}_1$ No tiene interpretación económica.

$\hat{\beta}_2 = 32/25$, un aumento del uno por ciento en las ofertas en el día t implicará una disminución de $-\frac{32/25}{50} \frac{1}{\left( X_{2t}^2 \right)}$ pesos en las ventas. Es decir, el efecto en las ventas (medido en millones de pesos) no es constante para cualquier número de ofertas.

$$\frac{dy_t}{dX_{2t}} = -2\beta_2 \frac{1}{\left( X_{2t} \right)^3}$$

$$\frac{dy_t}{dX_{2t}/X_{2t}} = -2\beta_2 \frac{1}{\left( X_{2t}^2 \right)}$$

$$\frac{dy_t}{\Delta\% X_{2t}} = -\frac{\beta_2}{50} \frac{1}{\left( X_{2t}^2 \right)}$$

$\hat{\beta}_3 = -2/15 = -.133$ un aumento de un punto porcentual en el descuento en el día t dimsinuirá las ventas en 133.3 miles de pesos. (0.133 millones de pesos)