

Taller #5
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso
Monitor: Manuel Serna Cortés

Notas:

- Recuerde que sólo tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

Esight, una firma que realiza consultorías a las empresas de la región de Termopolis, fue contratada por un grupo de pequeñas empresas con el fin de explicar su producción de acuerdo con factores productivos como la mano de obra, el stock de capital y materias primas. Expertos designados de las empresas sugieren que para la estimación del modelo se tenga en cuenta que estudios previos han probado que las productividades marginales de cada factor no decrecen, ni tampoco crecen. Como consultor de Esight, usted cuenta con información de 455 empresas. Los datos se encuentran en el archivo T7-02-08.csv.

1. De acuerdo a la información anterior, responda las siguientes preguntas:
 - a) Determine un modelo que cumple con los requisitos citados. Estímelo y reporte los resultados en una tabla.
 - b) ¿Qué tan adecuado es para este caso el supuesto de que los regresores son no colineales?
2. Independiente de su respuesta en la pregunta anterior, y teniendo en cuenta la estructura de los datos empleados en este estudio, ¿Es prudente hacer inferencia sobre los coeficientes? Si su respuesta es negativa indique y muestre que síntomas en su modelo lo llevan a pensar así.
3. De acuerdo con lo que encontró en el punto anterior, ¿puede concluir que existe un problema econométrico?. Justifique su respuesta con las pruebas que considere más adecuadas y pertinentes, mostrando las hipótesis de investigación y los resultados con los que toma su decisión.
4. El director de la firma consultora le solicita que concluya si los regresores empleados explican o no la producción de las empresas. Justifique qué transformaciones o correcciones le debe hacer a su modelo y a las pruebas de hipótesis que emplea, para cumplir con los requerimientos de su jefe. Muestre los resultados con los que toma su decisión.

5. Interprete los coeficientes estimados y comente su significancia.
6. Uno de los expertos de las empresas considera que las productividades marginales de los factores materia prima y mano de obra son unitarias. Expresé estas restricciones de forma matricial en una prueba de significancia conjunta y realice las pruebas de hipótesis pertinentes teniendo en cuenta el problema econométrico presente.

Taller #5
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso
Monitor: Manuel Serna Cortés

Notas:

- Recuerde que sólo tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

Esight, una firma que realiza consultorías a las empresas de la región de Termopolis, fue contratada por un grupo de pequeñas empresas con el fin de explicar su producción de acuerdo con factores productivos como la mano de obra, el stock de capital y materias primas. Expertos designados de las empresas sugieren que para la estimación del modelo se tenga en cuenta que estudios previos han probado que las productividades marginales de cada factor no decrecen, ni tampoco crecen. Como consultor de Esight, usted cuenta con información de 455 empresas. Los datos se encuentran en el archivo T5-02-08.csv.

1. De acuerdo a la información anterior, responda las siguientes preguntas:
 - a) Determine un modelo que cumple con los requisitos citados. Estímelo y reporte los resultados en una tabla.
 - b) ¿Qué tan adecuado es para este caso el supuesto de que los regresores son no colineales?

El modelo estimado sería el siguiente:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 M_i + \beta_2 K_i + \beta_3 L_i + \varepsilon_i$$

Donde L_i es la mano de obra, K_i es el stock de capital y M_i es materias primas.

La justificación es que si las segundas derivadas son nulas, eso implica que las productividades marginales de cada factor son constantes, no decrecientes como en las funciones de producción tipo Cobb-Douglas. Por tanto la función es lineal.

La estimación de este modelo se encuentra reportada en la tabla 1 bajo el nombre de ecuación 1.

Tabla 1. Estimación de modelos

| VARIABLE DEPENDIENTE: Yi | | | |
|---------------------------------|--------------------------|---------------------------|--|
| Estadísticos t entre paréntesis | | | |
| | Ecuación 1 | Ecuación 2 | |
| | MCO | MCO | |
| constante | 942922,064 (6,70) *** | 942922,064 (-4,07) *** | |
| M | 1,0883 (54,72) *** | 1,0883 (12,60) *** | |
| K | 5,675 (16,25) *** | 5,675 (5,36) *** | |
| L | 0,92596 (10,71) *** | 0,92596 (3,12) *** | |
| R ² | 0,96670 | 0,9667 | |
| R ^c Ajustado | 0,96640 | 0,9664 | |
| F | 4.358,090 *** | 4.358,090 *** | |
| # de Obs. | 455 | 455 | |

(*) nivel de significancia: 10%

(**) nivel de significancia: 5%

(***) nivel de significancia: 1%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

Tabla 2. Correlación de los coeficientes estimados

Se escoge la matriz de estimada de la varianza bajo el supuesto de homoscedasticidad.

$$\begin{matrix}
 \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_3 & \hat{\beta}_0 \\
 \begin{bmatrix}
 1 & -0,67 & -0,17 & -0,05 \\
 -0,67 & 1 & -0,29 & -0,09 \\
 -0,17 & -0,29 & 1 & -0,26 \\
 -0,05 & -0,09 & -0,26 & 1
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

Ninguna de las correlaciones entre los coeficientes estimados supera 0.8, por tanto no se concluye multicolinealidad.

Aunque, si existe el problema de heteroscedasticidad como en este caso, la matriz correspondiente es:

$$\begin{matrix}
 \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_2 & \hat{\beta}_3 & \hat{\beta}_0 \\
 \begin{bmatrix}
 1 & -0,380 & -0,296 & -0,561 \\
 -0,380 & 1 & -0,264 & -0,063 \\
 -0,296 & -0,264 & 1 & -0,310 \\
 -0,561 & -0,063 & -0,310 & 1
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

Ninguna de las correlaciones entre los coeficientes estimados supera 0.8, por tanto no se concluye multicolinealidad.

Tabla 3. Correlación de las X's

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,75999527 & 0,513176128 \\ 0,75999527 & 1 & 0,554034764 \\ 0,513176128 & 0,554034764 & 1 \end{bmatrix}$$

Se calcula el determinante de la matriz de correlación $|R|$ empleando los valores propios obtenidos:

$$|R| = 2,225020293 \times 0,537126176 \times 0,2378535309 = 0,284262713$$

El valor que toma el determinante es no es lo suficiente cercano a cero lo que implica la no existencia del problema de multicolinealidad en el modelo.

Medida de Besley, Kuck y Welsch (1980).

Los valores propios (eigenvalues) de la matriz son: $\lambda_1 = 2,2250$, $\lambda_2 = 0,5371$ y $\lambda_3 = 0,2379$. Se calcula el número de condición:

$$\kappa(X) = \frac{\sqrt{\lambda_{MAX}}}{\sqrt{\lambda_{MIN}}} = \sqrt{\frac{2,2250}{0,2379}} = 3,05853$$

Como el valor de $\kappa(X)$ no supera a 10, por tanto no se puede considerar la multicolinealidad como un problema de gravedad, pues el valor nos indica que esta es mínima.

2. Independiente de su respuesta en la pregunta anterior, y teniendo en cuenta las estructura de los datos empleados en este estudio, ¿Es prudente hacer inferencia sobre los coeficientes? Si su respuesta es negativa indique y muestre que síntomas en su modelo lo llevan a pensar así.

Al manejar datos de corte transversal, es frecuente encontrarse con el problema de heteroscedasticidad, el cual, como sabemos, imposibilita la inferencia estadística correcta sobre los coeficientes. Por lo tanto no es prudente hacer inferencias. Otro síntoma es el comportamiento de los residuos frente a los regresores del modelo.

GRÁFICO 1: Observaciones Vs. Errores estimados

Y=OLS Residual of PRODUCCIÓN (t=1->455)

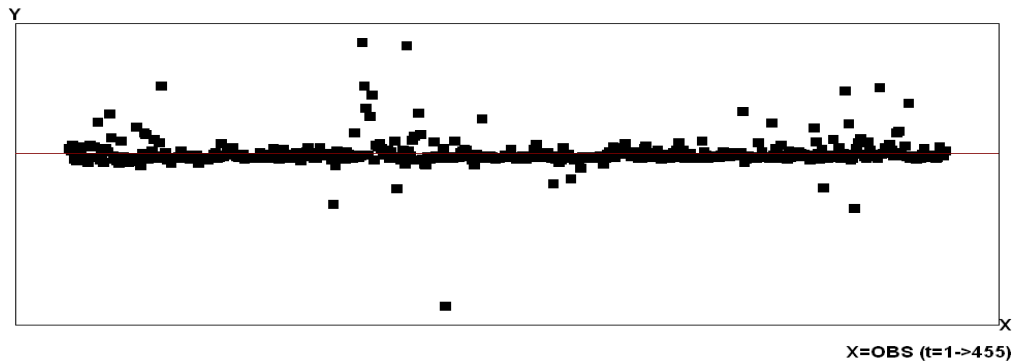


GRAFICO 2: Errores estimados Vs. Materiales

Y=OLS Residual of PRODUCCIÓN (t=1->455)

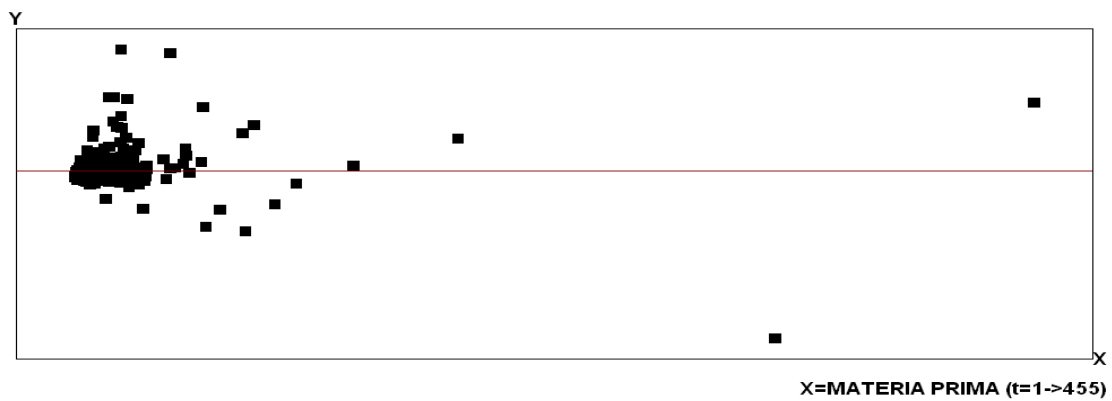


GRAFICO 3: Errores estimados Vs. Inversión

Y=OLS Residual of PRODUCCIÓN (t=1->455)

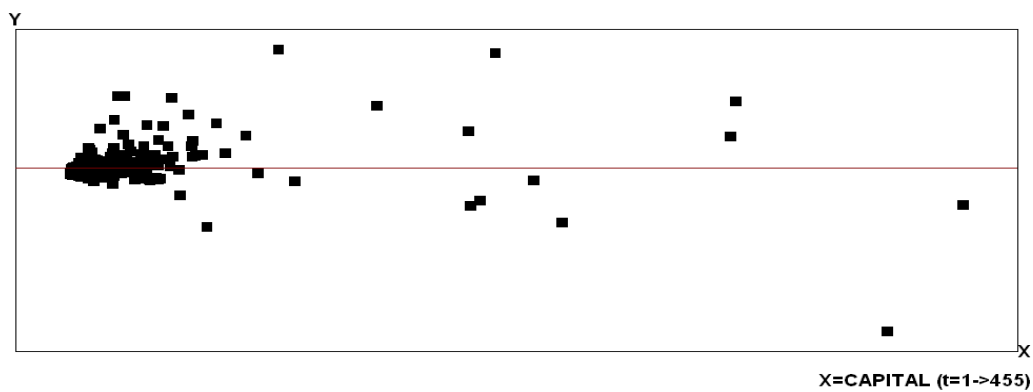
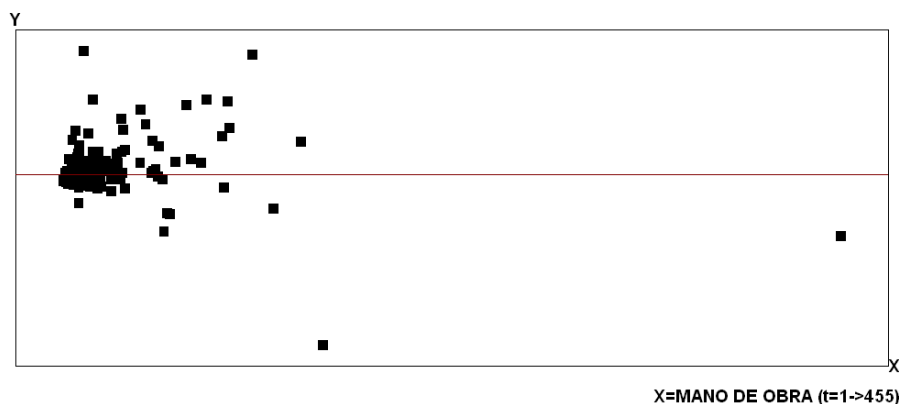


GRAFICO 4: Errores estimados Vs. Inventarios

Y=OLS Residual of PRODUCCIÓN (t=1->455)



Pareciera que a medida que aumenta el capital, la mano de obra y las materias primas, la variación del error tiende a ser mayor.

3. De acuerdo con lo que encontré en el punto anterior, ¿puede concluir que existe un problema econométrico?. Justifique su respuesta con las pruebas que considere más adecuadas y pertinentes, mostrando las hipótesis de investigación y los resultados con los que toma su decisión.

a. Test de Goldfeld y Quandt: La hipótesis nula es la presencia de homoscedasticidad frente a la hipótesis alterna de heteroscedasticidad

$$H_o : \sigma_i^2 = \sigma^2$$

$$H_A : \sigma_i^2 = \sigma X_i^2$$

Para realizar esta prueba se debe hacer lo siguiente:

- Elegir la variable, o una combinación de variables, para la ordenación de las observaciones (materiales, inversión e inventarios).
- Determinar el número de datos que se van eliminar, de acuerdo a la fórmula $d < \frac{1}{5} n < 91$, es decir, que el numero de observaciones adecuado para retirar es 89. Por lo tanto dividimos los datos restantes es dos grupos de 183 datos cada uno y se corre una regresión para cada grupo.
- Calcular el estadístico GQ, teniendo en cuenta los errores obtenidos en cada una de las regresiones del punto anterior, así: $GQ = \frac{SSE_2}{SSE_1}$
- Toma de la decisión: Se rechaza la hipótesis nula si $F_{(n-d-2k, n-d-2k)\alpha=0.01} < GQ$, es decir, $F_{(358, 358)\alpha=0.01} = 3.906 < GQ$.

Todos los paso deben ser realizados para cada una de las variables a partir de la cual ordenó los datos.

| Materias primas | | Capital | | Mano de obra | |
|-----------------|-------------|-----------------|-------------|-----------------|-------------|
| SSE1 | 2,05408E+13 | SSE1 | 4,69605E+13 | SSE1 | 1,93665E+13 |
| SSE2 | 2,85246E+15 | SSE2 | 2,75994E+15 | SSE2 | 2,85966E+15 |
| F _{GQ} | 138,8682712 | F _{GQ} | 58,7714779 | F _{GQ} | 147,6601445 |

SSE₁: Es la regresión con menor varianza y SSE₂: Es la regresión con mayor varianza

A partir de esta prueba se puede concluir que las tres variables están presentando problemas de heteroscedasticidad del tipo de Goldfeld-Quandt.

- b. Test de Breush-Pagan: En esta prueba se consideran la hipótesis de una relación entre la varianza del error y un grupo de variables como medida de heteroscedasticidad, versus la hipótesis nula de la no existencia de esta relación como medida de homoscedasticidad. Es decir,

$$H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2$$

$$H_A : \sigma_i^2 = f(\gamma + \delta Z_i)$$

En este caso, los pasos por seguir son.

- Correr el modelo original y encontrar la serie de los residuos.
- Hallar $\hat{\sigma}^2$, para ello tomamos: $SSE = \hat{\epsilon}^T \hat{\epsilon}$ y así,
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\epsilon}^T \hat{\epsilon}}{n} = \frac{3,15711E+15}{455} = 6,9387E+12.$$
- Hallar la regresión auxiliar. En este caso tenemos que:
$$\frac{\hat{\epsilon}_i^2}{\hat{\sigma}^2} = \gamma + \delta_1 M_i + \delta_2 L_i + \delta_3 K_i + \mu_i.$$
- A partir de la regresión auxiliar se obtiene:
$$SSR = SST - SSE = 16796,25 - 10601.7667 = 6196,1338$$

- A partir de lo cual se calcula el estadístico:

$$BP = \frac{6196,1339}{2} = 3098.066956$$

Se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad cuando $BP > \chi_g^2$, donde g es igual a tres. Con un nivel de significancia del 1% el valor crítico es 11,35, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad, es decir, se acepta la existencia de heteroscedasticidad. Como observarán, el resultado que hemos obtenido en este numeral, es exactamente igual al que habíamos obtenido por medio de EasyReg.

- c. Test de White: Este se puede considerar como el modelo más general de todos. De manera similar, tenemos que en esta prueba se busca contrastar la hipótesis nula de homoscedasticidad versus la hipótesis alterna de heteroscedasticidad. Por tanto, sus planteamientos son:

$$H_0 : \sigma_i^2 = \sigma^2$$

$$H_A : \text{No } H_0$$

Los pasos para efectuar esta prueba son:

- 1) Correr una regresión auxiliar, teniendo en cuenta la serie de los residuos al cuadrado hallada anteriormente como regresando y como regresores a las variables del modelo original, a sus cuadrados y a los productos cruzados, después de haber eliminado las posibles redundancias.

$$\hat{\varepsilon}_i^2 = \gamma + \delta_1 M_i + \delta_2 K_i + \delta_3 L_i + \delta_4 M_i^2 + \delta_5 K_i^2 + \delta_6 L_i^2 + \delta_7 (M_i K_i) + \delta_8 (M_i L_i) + \delta_9 (K_i L_i) + v_i$$

- 2) Se toma el valor obtenido de R^2 para calcular el estadístico:

$$W_a = nR^2$$

- 3) La toma de decisión se hace mediante una comparación del estadístico de White obtenido en el numeral anterior y una chi-cuadrado. De esta forma, se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad, si $W > \chi_{g(\alpha)}^2 = \chi_{2(\alpha)}^2$. En este caso, tenemos que el g para esta distribución corresponde a 8, pues son el número de regresores de la regresión auxiliar (9) menos (1). $\chi_{g(\alpha)}^2 = \chi_{2(\alpha)}^2$.

Como pudieron observar esta prueba no es posible realizarla debido a la calidad de los datos, los cuales presentan una alta correlación entre algunas variables generando esto que haya multicolinealidad perfecta y por lo tanto easyreg no pueda estimar la regresión auxiliar.

4. El director de la firma consultora le solicita que concluya si los regresores empleados explican o no la producción de las empresas. Justifique qué transformaciones o correcciones le debe hacer a su modelo y a las pruebas de hipótesis que emplea, para cumplir con los requerimientos de su jefe. Muestre los resultados con los que toma su decisión.

Al ponderar por MCP, nos encontramos que el problema de heteroscedasticidad no se soluciona pues teóricamente la heteroscedasticidad del tipo de Goldfeld y Quandt es válida para una sola variable, en este caso, simultáneamente tres variables están causando este problema, por tanto la forma funcional de la varianza corresponde más a una filosofía (en la aproximación del problema) más parecida a la de Breusch-Pagan.

También es importante mencionar que aunque teóricamente no se soluciona el problema con MCP, es válido intentarlo, pues este problema es bastante grave para los EMCO, es decir que se debe utilizar como último recurso la corrección de White.

En este caso se intentó la corrección de MCP, sin éxitos la prueba de BP realizada por Easyreg siempre rechazaba la hipótesis nula de homoscedasticidad. Por tanto se optó por la corrección de White de la varianza de los coeficientes.

Respecto a la solicitud del jefe, debe ser claro que hace referencia a una prueba conjunta pues es sobre todas las variables del modelo. En este caso guiarse por el F-Global es un error pues depende del estimador MCO de la varianza de los errores el cual es sesgado por el problema presente, en este caso era necesario emplear un test de Wald que incluye el problema de Heteroscedasticidad. En este caso el estadístico que arroja la prueba es 450.87, concluyendo que al menos alguna de las pendientes es estadísticamente diferente de cero al 1% de significancia. Adicionalmente, las pruebas individuales con los estadísticos t de White, arrojan que cada una es significativa al 1% de significancia.

5. Responda las siguientes preguntas:

a) Interprete los coeficientes estimados y comente su significancia.

$\hat{\beta}_0 = 942922,06$ Este coeficiente representa la parte de la producción que no es explicada por la cantidad de materia prima, por el stock de capital y por la mano de obra; es decir que la producción promedio en ausencia de estas variables de cada empresa es igual a 942.922 unidades.

$\hat{\beta}_1 = 1.0883$ Este coeficiente representa el efecto que tiene la cantidad de materia prima sobre la producción, es decir que cuando la cantidad de materia prima utilizado en producción aumenta en una unidad, la producción igualmente se incrementará en 1.0883 unidades.

$\hat{\beta}_2 = 5.675$ Este coeficiente representa el efecto que tiene el stock de capital de la empresa i sobre la producción, es decir que cuando el stock de capital aumenta en una unidad, la producción igualmente se incrementará en 5.675 unidades.

$\hat{\beta}_3 = 0.92596$ Este coeficiente representa el efecto que tiene la mano de obra de la empresa i sobre la producción, es decir que cuando la cantidad de mano de obra aumenta en una unidad, la producción igualmente se incrementará en 0.925 unidades.

6. Uno de los expertos de las empresas considera que las productividades marginales de los factores materia prima y mano de obra son unitarias. Exprese estas restricciones de forma matricial en una prueba de significancia conjunta y realice las pruebas de hipótesis pertinentes teniendo en cuenta el problema econométrico presente.

Hay que realizar una prueba F para dos hipótesis nulas:

Ho: $\beta_1 = \beta_3 = 1$ vs. Ha: No Ho

$$R\beta = c$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esta prueba de significancia conjunta al realizar un test de Wald con la corrección de White de la matriz de varianzas y covarianzas, arroja un estadístico de 1.05 que al compararse con un valor crítico de la distribución Chi-cuadrado de 4.61 con un 10% de significancia, permite concluir que no existe evidencia suficiente para considerar que los parámetros son estadísticamente diferentes de uno.