

***Econometría 06169***  
***Examen Parcial #2***  
***Cali, Sábado 4 de Octubre de 2008***

**Profesores: Julio César Alonso**  
**Daniel Mauricio Beltrán**

Estudiante: \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **8** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

### 1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- Un profesor de econometría afirma que “La prueba de Jarque-Bera, como otras pruebas similares, mas que una prueba de normalidad es una prueba de no normalidad”. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?
- Como es bien sabido, la correlación parcial entre 2 regresoras, evidencia el grado de asociación lineal que existe entre dichas variables, pero de ninguna forma permite comprobar la correlación de este par de regresoras y una tercera variable regresora adicional. Derivado de lo anterior, si un modelo sólo incluye 2 regresoras y un intercepto y el coeficiente de correlación entre las variables explicativas es inferior al 80% entonces, sin lugar a dudas, podremos asegurar que el modelo no tiene ningún grado de multicolinealidad.
- En presencia de heteroscedasticidad y para cualquier tamaño de muestra, la corrección de White proveerá un “buen” estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados.

### 2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1. La estadística  $d$  de Durbin Watson requiere, para su correcta aplicación, el siguiente supuesto:

- El intercepto esté presente en el Modelo
- La varianza del término de error sea Homoscedastica
- No se emplea la variable dependiente rezagada como una variable explicativa.
- Todas las anteriores
- Ninguna de las anteriores.

2.2. Suponga el modelo  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ , en donde  $\varepsilon_i$  es el término de error, el cual es heteroscedástico con  $\text{Var}(\varepsilon_i) = f(\alpha)z_i$ , donde  $z_i$  es una variable observable y  $\alpha$  es un término constante desconocido. ¿Cuál de los siguientes modelos debería ser utilizado para corregir el problema de heteroscedasticidad?

- $y_i z_i = \beta_1 z_i + \beta_2 x_i z_i + \varepsilon_i^*$
- $(y_i/z_i) = \beta_1 (1/z_i) + \beta_2 (x_i/z_i) + \varepsilon_i^*$
- $y_i z_i^{-1/2} = \beta_1 z_i^{-1/2} + \beta_2 x_i z_i^{-1/2} + \varepsilon_i^*$ .
- ninguno de los anteriores.

2.3. Suponga que sabemos que de acuerdo a la teoría económica el modelo correcto es:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \varepsilon_i, \text{ donde } \varepsilon_i \text{ cumple los supuestos del Teorema de Gauss-Markov. Sin embargo el econometrista estima el siguiente modelo: } y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \varepsilon_i,$$

entonces los residuales MCO de dicha estimación muy seguramente serán.

- Autocorrelacionados
- Multicolineales
- No tendrán media cero

- d) Todas las anteriores
- e) Ninguna de las anteriores.

### 3 (35 puntos)

Debido a las Deficiencias teóricas surgidas con los modelos que intentaron explicar la función consumo a partir de la formulación de Keynes, Brown (1954) propuso el siguiente modelo, con el fin de integrar la intertemporalidad a la tradicional función de consumo Keynesiana. Para contrastar dicha teoría, se emplearon series de tiempo de 1955 a 1979, expresadas en miles de pesos constantes de 1965.

Responda brevemente a cada una de las siguientes preguntas empleando la información suministrada al final del examen:

- a) Escriba el modelo inicialmente estimado por el econometrista **(2 Puntos)**.
- b) Escriba el segundo modelo estimado por el econometrista **(2 Puntos)**.
- c) Retornando al primer modelo estimado por el econometrista, que problema encuentra en él. Sea lo más claro posible y en caso de poder hacer pruebas efectúelas. **(8 Puntos)**.
- d) Cómo solucionaría usted el problema? Argumente claramente, a partir de la teoría econométrica, por qué su solución debería funcionar. **(8 puntos)**
- e) El econometrista que efectuó los cálculos solo cuenta con un software estadístico que solo le permite realizar un número limitado de regresiones. ¡El problema es que solo puede realizar una regresión más! Así muy seguramente la solución que usted planteó anteriormente no se puede aplicar. Sugiera la MEJOR opción disponible para solucionar el problema, empleando las estimaciones con que actualmente cuenta y teniendo en cuenta que solo puede estimar una regresión más. **(8 puntos)**.
- f) Retornando al primer modelo estimado por el econometrista y omitiendo cualquier problema encontrado, interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia. **(7 Puntos)**.

### 4 (35 puntos)

La división de estudios de una firma comisionista de bolsa desea determinar la demanda de acciones en una isla muy pequeña del caribe. Para tal fin, el economista jefe, después de realizar su revisión bibliográfica llega a la conclusión que el mejor modelo teórico para explicar el monto de millones de dólares corrientes destinados por los hogares de la isla para comprar acciones ( $DA_t$ ) sería:

$$DA_t = \beta_1 + \beta_2 PIB_t + \beta_3 NP_t + \beta_4 S_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde el  $PIB_t$  corresponde al Producto Interno Bruto en el año t (medido en millones de dólares corrientes).  $NP_t$  representa el nivel de precios del año t el *cuál se aproxima empleando índice de precios al consumidor (IPC) para el año t* (el índice de precios tiene como base el año 2000, es decir, el IPC para el año 2000 es igual a uno). Finalmente,  $S_t$  representa el total de salarios pagados en la economía caribeña en el año t (medido en dólares corrientes).

El econometrista encargado de este estudio sabe por estudios previos que  $S_i = \delta IPC_i$  y  $Var(\varepsilon_i) = S_i^2 \sigma^2$ .

A partir de la información anterior conteste las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es **el principal** problema que tendrá el econometrista al intentar estimar los coeficientes del modelo (1) por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? ¿SOLO enumere un problema, el principal! **(5 puntos)**
- El econometrista, ya muy experimentado, sugiere estimar un modelo que resuelve todos los problemas presentes en el modelo. Para tal fin escribe un modelo que permite estimar la mayor cantidad de parámetros del modelo (1) y que define las variables en el modelo en dólares constantes del 2000. Escriba ese modelo y demuestre que no tiene problemas econométricos. **(10 puntos)**
- Después de realizar las transformaciones del caso para garantizar que obtengamos estimadores MELI para los parámetros se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz  $X^T X$  y  $X^T y$ . NOTA: Para la construcción de estas matrices, el modelo se organizó lo más parecido al modelo (1). Es decir, la primera variable independiente en el modelo debe ser la asociada al Producto Interno Bruto):

$$X^T X = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 10 \\ 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz  $X^T X$ . (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz  $X^T X$ , y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **Expresé su respuesta en términos de las variables en el modelo original y no en términos de variables reparametrizadas** (por ejemplo  $PIB_i$ ). **(6 puntos)**

- Encuentre los estimadores MELI para los coeficientes que se puedan recuperar del **modelo** (1). **MUESTRE** claramente el valor estimado y su correspondiente parámetro poblacional. **(8 Puntos)**
- Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(6 Puntos)**

**Resultados de EasyReg.**

Dependent variable:

$$Y = C$$

Characteristics:

C

First observation = 1(=1955)

Last observation = 25(=1979)

Number of usable observations: 25

Minimum value: 5.5870000E+000

Maximum value: 1.9781000E+001

Sample mean: 1.3118156E+001

X variables:

$$X(1) = \text{LAG1}[C]$$

$$X(2) = YD$$

$$X(3) = 1$$

WARNING: The effective degrees of freedom is only 22.

Therefore, the estimation results may be unreliable!

Model:

$$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$$

where U is the error term, satisfying

$$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.$$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.3398413	33.984 (0.01000) [0.00000]	41.543 (0.01003) [0.00000]
b(2)	0.5560146	28.339 (0.01962) [0.00430]	-2.030 (0.02759) [0.04235]
b(3)	0.2134671	0.983 (0.21715) [0.32560]	0.929 (0.22985) [0.35304]

Notes:

- 1: S.E. = Standard error
- 2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
- 3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 25  
 Variance of the residuals: 0.12151531  
 Standard error of the residuals (SER): 0.34859046  
 Residual sum of squares (RSS): 3.40242872  
 (Also called SSR = Sum of Squared Residuals)  
 Total sum of squares (TSS): 788.65192071  
 R-square: 0.9957  
 Adjusted R-square: 0.9954

Overall F test:  $F(2,22) = 3231.07$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.5 3.34

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = 1.00000

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 0.094518

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2))

p-value = 0.95384

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 2.200154

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.33285

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Information criteria:

Akaike: -2.015949311

Hannan-Quinn: -1.970712788

Schwarz: -1.877176356

Dependent variable:

Y = OLS Residual of C

Characteristics:

OLS Residual of C

First observation = 2(=1956)

Last observation = 25(=1979)

Number of usable observations: 24

Minimum value: -7.7419215E-001

Maximum value: 7.9143281E-001

Sample mean: -6.1739144E-014

X variables:

X(1) = LAG1[OLS Residual of C]

Model:

$Y = b(1)X(1) + U$ ,

where U is the error term, satisfying

$E[U|X(1)] = 0$ .

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.2968185	1.502	1.360

(0.19765) (0.21817)  
 [0.13317] [0.17367]

Notes:

- 1: S.E. = Standard error
- 2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
- 3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 24  
 Variance of the residuals: 0.10845059  
 Standard error of the residuals (SER): 0.32931837  
 Residual sum of squares (RSS): 3.14506713  
 (Also called SSR = Sum of Squared Residuals)  
 Total sum of squares (TSS): 3.38921543  
 R-square: 0.0720  
 Adjusted R-square: 0.0720

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 0.743108  
 Null hypothesis: The errors are normally distributed  
 Null distribution: Chi-square(2)  
 p-value = 0.68966  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 4.61 5.99  
 Conclusions: accept accept

Information criteria:  
 Akaike: -2.188695479  
 Hannan-Quinn: -2.173753643  
 Schwarz: -2.141988900



**Econometría 06169**  
**Examen Parcial #2**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Cali, Sábado 4 de Octubre de 2008**

**Profesores: Julio César Alonso**  
**Daniel Mauricio Beltrán**

Estudiante: \_\_\_\_\_  
 Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 5 páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

**1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Un profesor de econometría afirma que “La prueba de Jarque-Bera, como otras pruebas similares, mas que una prueba de normalidad es una prueba de no normalidad”. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues esta prueba tiene como hipótesis nula la normalidad de los errores y como hipótesis alterna no  $H_0$ . Recuerden que cuando se rechaza la hipótesis nula estamos cometiendo el error tipo I, y así se diseña la prueba de tal manera que la probabilidad de que se cometa dicho error sea  $\alpha$ . Por esta razón lo que se desea probar se pone en la alterna y no en la nula. Así, las pruebas están diseñadas para que uno rechace la hipótesis nula, más que para aceptarla. Por tanto en este caso es correcto afirmar que la prueba de Jarque-Bera es una prueba de no normalidad.

- b) Como es bien sabido, la correlación parcial entre 2 regresoras, evidencia el grado de asociación lineal que existe entre dichas variables, pero de ninguna forma permite comprobar la correlación de este par de regresoras y una tercera variable regresora adicional. Derivado de lo anterior, si un modelo sólo incluye 2 regresoras y un intercepto y el coeficiente de correlación entre las variables explicativas es inferior al 80% entonces, sin lugar a dudas, podremos asegurar que el modelo no tiene ningún grado de multicolinealidad.

Falso, pues puede existir una combinación de las dos regresoras que sea igual al intercepto.

- c) En presencia de heteroscedasticidad y para cualquier tamaño de muestra, la corrección de White proveerá un “buen” estimador de la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados.

Falso, hay varias formas de argumentar en contra de esta afirmación. Tal vez la más fácil es la siguiente. Una de las características necesarias para un buen estimador es ser insesgado, la corrección de White provee estimadores consistentes de la matriz de varianzas y covarianzas, pero en muestras pequeñas dicho estimador será sesgado. Por tanto la afirmación es falsa.

**2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1. La estadística  $d$  de Durbin Watson requiere, para su correcta aplicación, el siguiente supuesto:

- a) El intercepto esté presente en el Modelo
- b) La varianza del término de error sea Homoscedastica
- c) No se emplea la variable dependiente rezagada como una variable explicativa.
- d) Todas las anteriores

e) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

2.2. Suponga el modelo  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ , en donde  $\varepsilon_i$  es el término de error, el cual es heteroscedástico con  $\text{Var}(\varepsilon_i) = f(\alpha)z_i$ , donde  $z_i$  es una variable observable y  $\alpha$  es un término constante desconocido. ¿Cuál de los siguientes modelos debería ser utilizado para corregir el problema de heteroscedasticidad?

- a)  $y_i z_i = \beta_1 z_i + \beta_2 x_i z_i + \varepsilon_i^*$
- b)  $(y_i/z_i) = \beta_1 (1/z_i) + \beta_2 (x_i/z_i) + \varepsilon_i^*$
- c)  $y_i z_i^{-1/2} = \beta_1 z_i^{-1/2} + \beta_2 x_i z_i^{-1/2} + \varepsilon_i^*$
- d) ninguno de los anteriores.

Respuesta: c)

2.3. Suponga que sabemos que de acuerdo a la teoría económica el modelo correcto es:  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \beta_2 x_{2,i} + \varepsilon_i$ , donde  $\varepsilon_i$  cumple los supuestos del Teorema de Gauss-Markov. Sin embargo el econometrista estima el siguiente modelo:  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \varepsilon_i$ , entonces **los residuales** MCO de dicha estimación muy seguramente serán.

- a) Autocorrelacionados
- b) Multicolineales
- c) No tendrán media cero
- d) Todas las anteriores
- e) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: e)

**3 (35 puntos)**

Debido a las Deficiencias teóricas surgidas con los modelos que intentaron explicar la función consumo a partir de la formulación de Keynes, Brown (1954) propuso el siguiente modelo, con el fin de integrar la intertemporalidad a la tradicional función de consumo Keynesiana. Para contrastar dicha teoría, se emplearon series de tiempo de 1955 a 1979, expresadas en miles de pesos constantes de 1965.

Responda brevemente a cada una de las siguientes preguntas empleando la información suministrada al final del examen:

- a) Escriba el modelo inicialmente estimado por el econometrista (2 Puntos).

El modelo inicialmente estimado fue:

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 C_{t-1} + \beta_2 Yd_t + u_t$$

- b) Escriba el segundo modelo estimado por el econometrista (2 Puntos).

El segundo modelo estimado fue:

$$\hat{u}_i = \rho \hat{u}_{i-1} + \mu_i$$

Nota si no colocaron los “gorros” se dará solo un punto.

- c) Retornando al primer modelo estimado por el econometrista, que problema encuentra en él. Sea lo más claro posible y en caso de poder hacer pruebas efectúelas. (8 Puntos).

- **Noten que en este caso, la prueba d (DW) de Durbin Watson NO es válida por contener el modelo como regresor la variable dependiente Rezagada un periodo.**

El estudiante debe estar en capacidad de calcular la estadística h de Durbin, para llegar a una conclusión acerca de la presencia o no, de la Autocorrelación en el modelo.

- En este caso h-Durbin  $\approx 2.5$  (4 puntos)
- Este estadístico sigue una distribución estándar normal, por tanto, se puede rechazar la hipótesis nula ( $\rho=0$ ), con un nivel de confianza de 95% (4 puntos).

Es decir, existe un problema de autocorrelación.

La h de Durbin se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n(\widehat{\text{Var}}(\hat{\alpha}))}}$$

Noten que en este caso el  $\hat{\rho}$  para esta prueba se deriva del estadístico DW ( $DW \approx 2(1 - \hat{\rho})$ ).

No se puede emplear el rho estimado de la segunda regresión para esta prueba, pues recuerden que la h de Durbin es una modificación del estadístico DW. De hecho:

$$h = \left(1 - \frac{DW}{2}\right) \sqrt{\frac{n}{1 - n(\widehat{\text{Var}}(\hat{\alpha}))}}$$

De cualquier manera se tiene que  $\hat{\rho} = 1 - \frac{DW}{2} = 0.5$ . Y por tanto:

$$h = 0.5 \sqrt{\frac{25}{1 - 25(0.01)^2}} = 2.5$$

Nota:

- si no se realizaron los cálculos y se dejó indicada la fórmula con los respectivos valores y como se tomaba la decisión, entonces se asigna 6 puntos.
- Si se realizan los cálculos o se dejó indicada la fórmula con los respectivos valores, pero no especificó la distribución del estadístico de prueba 4 puntos.

d) Cómo solucionaría usted el problema? Argumente claramente, a partir de la teoría econométrica, por qué su solución debería funcionar. **(8 puntos)**

En esta pregunta estábamos esperando que ustedes:

- describieran el método de diferencias generalizadas (4 puntos).
- Demostrarán por qué sirve el método para este caso (2 puntos).
- Y mostrar como se encontraría rho (2 puntos).

e) El econometrista que efectuó los cálculos sólo cuenta con un software estadístico que solo le permite realizar un número limitado de regresiones. ¡El problema es que solo puede realizar una regresión más! Así muy seguramente la solución que usted planteó anteriormente no se puede aplicar. Sugiera la MEJOR opción disponible para solucionar el problema, empleando las estimaciones con que actualmente cuenta y teniendo en cuenta que solo puede estimar una regresión más. **(8 puntos)**.

Nota: para la siguiente regresión estimada se necesita un estimador de rho que no puede ser encontrado por el método de Durbin (pues implicaría más de una regresión). Tampoco se puede emplear el estadístico de Durbin y Watson, pues con una muestra pequeña no es cierto que  $DW \approx 2(1 - \hat{\rho})$ .

Estábamos esperando:

1. Emplear la segunda regresión para encontrar  $\hat{\rho}$  es decir ( $\hat{\rho} = 0.30$  aprox.)
2. La regresión que se debería estimar sería:

$$C_t - 0.3C_{t-1} = \beta_0(1-0.3) + \beta_1(C_{t-2} - 0.3C_{t-1}) + \beta_2(Y_{dt} - 0.3Y_{dt-1}) + (\epsilon_t - 0.3\epsilon_{t-1})$$

f) Retornando al primer modelo estimado por el econometrista y omitiendo cualquier problema encontrado, interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia. **(7 Puntos)**.

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 C_{t-1} + \beta_2 Y_{dt} + u_t$$

$\hat{\beta}_0 = 0.21$ . Este coeficiente no es significativo, por tanto la parte del consumo que no depende del consumo del periodo anterior ni del ingreso disponible es cero. (2 punto)

$\hat{\beta}_1 = 0.3398$ . Este coeficiente es significativo con un 99% de confianza. Ante un aumento de mil pesos de 1965 en el consumo del periodo anterior, el consumo actual aumentará en 339.8 pesos. (2.5 puntos)

$\hat{\beta}_2 = 0.556$  Este coeficiente es significativo con un 99% de confianza. Ante un aumento de mil pesos de 1965 en el ingreso disponible, el consumo actual aumentará en 556 pesos. (2.5 puntos)

#### 4 (35 puntos)

La división de estudios de una firma comisionista de bolsa desea determinar la demanda de acciones en una isla muy pequeña del Caribe. Para tal fin, el economista jefe, después de realizar su revisión bibliográfica llega a la conclusión que el mejor modelo teórico para explicar el monto de millones de dólares corrientes destinados por los hogares de la isla para comprar acciones ( $DA_t$ ) sería:

$$DA_t = \beta_1 + \beta_2 PIB_t + \beta_3 NP_t + \beta_4 S_t + \epsilon_t \quad (1)$$

Donde el  $PIB_t$  corresponde al Producto Interno Bruto en el año t (medido en millones de dólares corrientes).  $NP_t$  representa el nivel de precios del año t el *cuál se aproxima empleando índice de precios al consumidor (IPC) para el año t* (el índice de precios tiene como base el año 2000, es decir, el IPC para el año 2000 es igual a uno). Finalmente,  $S_t$  representa el total de salarios pagados en la economía caribeña en el año t (medido en dólares corrientes).

El econometrista encargado de este estudio sabe por estudios previos que  $S_t = \delta IPC_t$ , y  $Var(\epsilon_t) = S_t^2 \sigma^2$ .

A partir de la información anterior conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es *el principal* problema que tendrá el econometrista al intentar estimar los coeficientes del modelo (1) por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? ¿SOLO enumere un problema, el principal! **(5 puntos)**

Dado que tenemos que  $S_t = \delta IPC_t$ , entonces tendremos que existe multicolinealidad perfecta, por tanto el principal problema es que los estimadores MCO no existirán. (5 puntos por determinar que los MCO no existen) ¡No se dará crédito si el problema que se identifica como el principal es la heteroscedasticidad!

b) El econometrista, ya muy experimentado, sugiere estimar un modelo que resuelve todos los problemas presentes en el modelo. Para tal fin escribe un modelo que permite estimar la mayor cantidad de parámetros del modelo (1) y que define las variables en el modelo en dólares constantes del 2000. Escriba ese modelo y demuestre que no tiene problemas econométricos. **(10 puntos)**

En este caso para resolver el problema de heteroscedasticidad y multicolinealidad perfecta al mismo tiempo, podemos dividir a ambos lados por el nivel de precios (es decir, el IPC):

$$DA_t = \beta_1 + \beta_2 PIB_t + \beta_3 NP_t + \beta_4 S_t + \varepsilon_t$$

$$DA_t = \beta_1 + \beta_2 PIB_t + \beta_3 IPC_t + \beta_4 S_t + \varepsilon_t$$

$$\frac{DA_t}{IPC_t} = \beta_1 \frac{1}{IPC_t} + \beta_2 \frac{PIB_t}{IPC_t} + \beta_3 + \beta_4 \frac{S_t}{IPC_t} + \frac{\varepsilon_t}{IPC_t}$$

Dado que  $S_t = \delta IPC_t$ , entonces:

$$\frac{DA_t}{IPC_t} = (\beta_3 + \beta_4 \delta) + \beta_1 \frac{1}{IPC_t} + \beta_2 \frac{PIB_t}{IPC_t} + \frac{\varepsilon_t}{IPC_t}$$

Noten que este modelo no tiene multicolinealidad perfecta y además será homoscedástico. Esto se puede demostrar de la siguiente manera:

$$Var\left(\frac{\varepsilon_t}{IPC_t}\right) = \frac{1}{(IPC_t)^2} Var(\varepsilon_t) = \frac{S_t^2 \sigma^2}{(IPC_t)^2} = \frac{(\delta IPC_t)^2 \sigma^2}{(IPC_t)^2} = \delta^2 \sigma^2$$

Noten además que la variable dependiente del nuevo modelo y una de las independientes quedaron deflactadas por el IPC y por tanto están a precios constantes del 2000. Esto no ocurrirá si el usted divide por la variable salarios.

Así, el modelo a estimar se puede reparametrizar de la siguiente manera:

$$\frac{DA_t}{IPC_t} = \alpha_1 + \beta_2 \frac{PIB_t}{IPC_t} + \beta_1 \frac{1}{IPC_t} + \mu_t$$

Donde  $\alpha = \beta_3 + \beta_4 \delta$  y  $\mu_t$  es el término de error homoscedástico.

NOTA: Dividir por  $S_t$  no responde al enunciado, pues el modelo no quedaría expresado a precios constantes del 2000. En ese caso se asignará únicamente 4 puntos.

- c) Después de realizar las transformaciones del caso para garantizar que obtengamos estimadores MELI para los parámetros se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz  $X^T X$  y  $X^T y$ . NOTA: Para la construcción de estas matrices, el modelo se organizó lo más parecido al modelo (1). Es decir, la primera variable independiente en el modelo debe ser la asociada al Producto Interno Bruto):

$$X^T X = \begin{bmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 10 \\ 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz  $X^T X$ . (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz  $X^T X$ , y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **Exprese su respuesta en términos de las variables en el modelo original y no en términos de variables reparametrizadas** (por ejemplo PIB). (6 puntos)

Esto lo hemos discutido en clase.

- d) Encuentre los estimadores MELI para los coeficientes que se puedan recuperar del **modelo** (1). **MUESTRE** claramente el valor estimado y su correspondiente parámetro poblacional. (8 Puntos)

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 1/30 & 0 & 0 \\ 0 & 1/10 & -1/10 \\ 0 & -1/10 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/5 \\ 2/5 \end{bmatrix}$$

Es decir,

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/5 \\ 2/5 \end{bmatrix}$$

Si no muestra a que corresponde cada coeficiente estimado se restarán 2 puntos

- e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (6 Puntos)

$\hat{\alpha} = 1/3$  No tiene interpretación económica. (2 punto)

$\hat{\beta}_2 = 1/5$ . Un aumento de un millón de dólares corrientes implicará un aumento de 0.2 millones en la demanda de acciones. (2 puntos)

$\hat{\beta}_1 = 2/5$ . La parte de la demanda de acciones que no depende del PIB, el nivel de precios y los salarios es de 0.4 millones de dólares. (2 puntos)

**Resultados de EasyReg.**

Dependent variable:

Y = C

Characteristics:

C

First observation = 1(=1955)

Last observation = 25(=1979)

Number of usable observations: 25

Minimum value: 5.587000E+000

Maximum value: 1.9781000E+001

Sample mean: 1.3118156E+001

X variables:

X(1) = LAG1[C]

X(2) = YD

X(3) = 1

WARNING: The effective degrees of freedom is only 22.

Therefore, the estimation results may be unreliable!

Model:

$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$ ,

where U is the error term, satisfying

$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0$ .

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.3398413	33.984 (0.01000)	41.543 (0.01003)
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	0.5560146	28.339 (0.01962)	-2.030 (0.02759)
		[0.00430]	[0.04235]
b(3)	0.2134671	0.983 (0.21715)	0.929 (0.22985)
		[0.32560]	[0.35304]

Notes:

1: S.E. = Standard error

2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n):	25
Variance of the residuals:	0.12151531
Standard error of the residuals (SER):	0.34859046
Residual sum of squares (RSS):	3.40242872
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)	
Total sum of squares (TSS):	788.65192071
R-square:	0.9957
Adjusted R-square:	0.9954

Overall F test:  $F(2,22) = 3231.07$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.5 3.34

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = 1.00000

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 0.094518

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.95384

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 2.200154

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

Null distribution: Chi-square(2)  
 p-value = 0.33285  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 4.61 5.99  
 Conclusions: accept accept

Information criteria:  
 Akaike: -2.015949311  
 Hannan-Quinn: -1.970712788  
 Schwarz: -1.877176356

Dependent variable:  
 Y = OLS Residual of C

Characteristics:  
 OLS Residual of C  
 First observation = 2(=1956)  
 Last observation = 25(=1979)  
 Number of usable observations: 24  
 Minimum value: -7.7419215E-001  
 Maximum value: 7.9143281E-001  
 Sample mean: -6.1739144E-014

X variables:  
 X(1) = LAG1[OLS Residual of C]

Model:  
 $Y = b(1)X(1) + U$ ,  
 where U is the error term, satisfying  
 $E[U|X(1)] = 0$ .

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.2968185	1.502	1.360

	(0.19765)	(0.21817)
	[0.13317]	[0.17367]

Notes:  
 1: S.E. = Standard error  
 2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.  
 3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 24  
 Variance of the residuals: 0.10845059  
 Standard error of the residuals (SER): 0.32931837  
 Residual sum of squares (RSS): 3.14506713  
 (Also called SSR = Sum of Squared Residuals)  
 Total sum of squares (TSS): 3.38921543  
 R-square: 0.0720  
 Adjusted R-square: 0.0720

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 0.743108  
 Null hypothesis: The errors are normally distributed  
 Null distribution: Chi-square(2)  
 p-value = 0.68966  
 Significance levels: 10% 5%  
 Critical values: 4.61 5.99  
 Conclusions: accept accept

Information criteria:  
 Akaike: -2.188695479  
 Hannan-Quinn: -2.173753643  
 Schwarz: -2.141988900