

**Econometría 06216**  
**Examen Parcial #1**  
**Cali, Sábado 5 de Septiembre de 2009**

**Profesores: Julio César Alonso**  
**Carlos Giovanni González**

Estudiante: \_\_\_\_\_  
Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido.
8. No se aceptarán reclamos de respuestas escritas en lápiz.
9. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
10. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

**1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) Aún si no se cumple el supuesto de que los errores tiene una media igual a cero, los estimadores de Mínimos Cuadrados serán SIEMPRE MELI (Mejor estimador lineal insesgado).
- b) Si bien el siguiente modelo  $\frac{W_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_1) + \cos^2(\beta_4))^{\beta_5} \cdot X_i^{3\beta_6} \cdot Y_i^{\beta_7} \cdot Z_i^{\beta_8} \cdot \varepsilon_i^{\beta_9}$ , no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede emplear los estimadores MCO para encontrar estimadores para todos los  $\beta$ 's poblacionales del modelo.
- c) Al estimar el siguiente modelo  $y_i = \beta_1 X_i + \alpha W_i + \varepsilon_i$ , donde  $X_i = 1$  si  $i$  corresponde a un hombre y cero en caso contrario y  $W_i$  representa el salario medido en miles de pesos, se reportó la siguiente Tabla Anova. Pero lastimosamente, la Tabla no quedó bien impresa y se omitió unos números que fueron remplazado por XXX. Un estudiante de econometría después de analizar la tabla realiza la siguiente afirmación: "El  $R^2$  del modelo de 0.8 es relativamente alto". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	SS	G de L	MS
<i>Regresión</i>	XXX	XXX	XXX
<i>Error</i>	200	100	XXX
<b>TOTAL</b>	<b>1000</b>	<b>101</b>	

- d) Sea  $A$  una matriz de cualquier dimensión ( $n \times n$ ). Un estudiante encuentra que existen  $n$  valores propios de la matriz  $A$ . Entonces, él afirma que "La matriz  $A$  tiene que tener inversa". ¿Es esta última afirmación verdadera?
- e) Sean  $X$  y  $c$  una variable aleatoria y una constante, respectivamente; entonces:  $Cov(cX, X) = cVar(X)$

**2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- 2.1** Indique cuál de las afirmaciones no es correcta cuando se estima un modelo de regresión lineal sin término constante:
- a. La media de los residuos puede tener media distinta de cero.
  - b. La suma de los cuadrados de los residuos es menor o igual que la suma de cuadrados de las observaciones de la variable dependiente.
  - c. La estimación MCO de las pendientes del modelo es la misma al estimar el modelo con los datos originales que al estimarlos con los datos en desviaciones con respecto a la media.

- d. La suma de los cuadrados de las observaciones de la variable endógena es mayor o igual que la suma de los cuadrados de los valores ajustados.

2.2 Bajo todas las hipótesis clásicas que conforman el Modelo de Regresión Lineal Múltiple (MRLM),  $Y = X\beta + \varepsilon$ ; la propiedad de eficiencia del estimador MCO de  $\beta$  implica que dicho estimador:

- Proporciona estimaciones puntuales que coinciden con el verdadero valor de  $\beta$  en todos los casos prácticos.
- Es muy preciso y proporciona el verdadero valor de  $\beta$  incluso si las  $X$ 's son no estocásticas y linealmente dependientes entre sí.
- Tiene asociada una probabilidad de proporcionar estimaciones próximas al verdadero valor de  $\beta$  que es mayor que la asociada con cualquier otro estimador insesgado de  $\beta$ .
- Proporciona intervalos de confianza del 95% que contienen al verdadero valor de cada componente de  $\beta$  en todos los casos.

2.3 Un econométra destacado escribe en un documento de trabajo "Sabemos que los supuestos del modelo de regresión múltiple son: 1). La relación entre  $Y$  y  $X$  es lineal.

2). Las  $X$ 's son no estocásticas y linealmente independientes entre sí. 3).i.  $E[\varepsilon] = 0_{n \times 1}$

ii.  $\text{var}[\varepsilon_i] = \sigma_i^2$  iii.  $E[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0$   $i \neq j$ . De ii y iii, tenemos:

$$E[\varepsilon^T, \varepsilon] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix},$$

El econométra cometió un error. Identifique en cuál de los supuestos cometió el error:

- Supuestos 1 y 2
- Supuesto 3 (i)
- Supuesto 3 (ii)
- Supuesto 3 (iii)

3 (25 Puntos)

Un econométra desea determinar el comportamiento del nivel de ahorro de su país. Para tal fin emplea el siguiente modelo:

$$\ln(S_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(PIB_t) + \gamma_2 PIB_t^2 + \gamma_3 DTFr_t + \gamma_4 \left(\frac{1}{IPC_t}\right) + \mu_t$$

Donde  $S_t$  representa el nivel de ahorro medido en millones de dólares constantes de 2000;  $PIB_t$  es una medida del ingreso del país, en millones de dólares constante de 2000;  $DTFr_t$  representa la tasa de interés real de los depósitos a término fijo (medido en puntos porcentuales); y  $IPC_t$  representa el índice de precios del consumidor.

Empleando información de los años 1990-2006, el econométra obtuvo los resultados que se encuentra al final del examen.

- Encuentre los valores que fueron reemplazados por "XXX". No es necesario efectuar el cálculo pero sí mostrar de qué cantidades se puede encontrar dicho número (6 puntos en total, 2 puntos cada uno).
- Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia. (5 puntos en total, 1 punto cada uno).
- ¿Qué tan bueno es el modelo estimado? Sea lo más claro posible. (4 Puntos).
- Un compañero de trabajo al observar el modelo afirma: "Aunque no he corrido el modelo, por mi experiencia se que la reforma tributaria de 1995, modificó el comportamiento del ahorro de los residentes del país. Además, grandes investigadores consideran que la elasticidad del ahorro con respecto al PIB es ahora 3 veces menor que la elasticidad del ahorro con respecto a la tasa de interés real". Explique claramente como determinaría si el econométra tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre qué fórmulas emplearía, qué valores debe reemplazar en las fórmulas (en caso en que las cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en qué tomaría la decisión. (10 puntos en total)

4 (35 puntos)

El economista jefe de un banco comercial quiere determinar si la condición de paridad de la tasa de interés se cumple para el país de Suramen. Es decir, quiere probar si:

$$i_t = i_t^* + \frac{E_{t+1}^e - E_t}{E_t} \cdot 100 \tag{1}$$

donde  $i_t$  e  $i_t^*$  representan la tasa de interés doméstica y la tasa de interés externa, respectivamente. Ambas tasas de interés están medidas en puntos porcentuales y corresponden a la tasa de interés para depósitos a 90 días. Por otro lado,  $E_t$  representa la tasa de cambio nominal (el precio de un dólar americano en términos de la moneda local) para el periodo  $t$ . Y  $E_{t+1}^e$  es el valor que se espera tome la tasa de cambio nominal en el siguiente período.

Para efectuar el estudio, se cuenta con una muestra de datos mensuales para las siguientes variables:

- tasa de interés doméstica de los depósitos a 90 días (medida en puntos porcentuales),
- tasa de interés externa de los depósitos a 90 días (medida en puntos porcentuales),
- una tasa que representa la razón entre la tasa de cambio esperada para el siguiente mes y la tasa de cambio de este mes (medida en puntos porcentuales).

- a) Antes de realizar cualquier estimación, escriba un modelo que, a partir de la información disponible, le permita al economista jefe probar si la condición de paridad de la tasa de interés se cumple para el país de Suramen. Escriba únicamente el modelo. **(5 puntos)**
- b) ¿Qué supuestos deben cumplirse para que el estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) para las pendientes y el intercepto sea insesgados? **(5 puntos)**

Tras recoger la información relevante, el asistente del economista construyó las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz  $X^T X$  y  $X^T y$ . El asistente de investigación conservó el orden de las variables tal como se presentan en la expresión (1). Nota: el modelo contiene un intercepto y corresponde al primer coeficiente.

$$X^T X = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} -3000 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}$$

- c) A partir de esta información, encuentre (si es posible) las siguientes cantidades. De no ser posible encontrar la cantidad solicitada, expréselo claramente y explique por qué. **(4 puntos en total)**:
- El tamaño de la muestra **(1 punto)**
  - El promedio del monto de los depósitos a 90 días realizados en la economía doméstica **(1 punto)**
  - El promedio de la tasa de interés externa para depósitos a 90 días **(1 punto)**
  - La tasa de cambio promedio **(1 punto)**
- d) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. **(6 Puntos)**.
- e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**
- f) Muestre claramente cómo probar si la condición de paridad de la tasa de interés se cumple para el país de Suramen. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe reemplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. **NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS**, pero si debe indicar claramente cómo le daría o no la razón al economista jefe. **(9 Puntos)**

Tabla 1 Resultados de Modelo 1 estimado en EasyReg para la segunda pregunta.

Dependent variable:  
Y = ln(Y)

Characteristics:  
First observation = 1(=1990)  
Last observation = 17(=2006)  
Number of usable observations: 17

X variables:  
X(1) = ln(PIB)  
X(2) = PIB^2  
X(3) = DTFr  
X(4) = IPC ^-1  
X(5) = 1

Model:  
Y = b(1)X(1) + .....+ b(5)X(5) + U,  
where U is the error term, satisfying  
E[U|X(1),...,X(5)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	-0.0002803	-0.847 XXX [0.39706]	-1.024 (0.00027) [0.30604]
b(2)	0.0317078	3.516 (0.00902) [0.00044]	4.029 (0.00787) [0.00006]
b(3)	-0.0392479	-3.208 (0.01224) [0.00134]	-4.676 (0.00839) [0.00000]
b(4)	0.0298524	1.025 (0.91592) [0.15248]	1.310 (0.59656) [0.12567]
b(5)	4.9576124	5.413 (0.91592) [0.00000]	8.310 (0.59656) [0.00000]

Notes:  
1: S.E. = Standard error  
Effective sample size (n): 17  
Variance of the residuals: XXX  
Standard error of the residuals (SER): 0.18675684  
Residual sum of squares (RSS): XXX  
Total sum of squares (TSS): 4.42150588  
R-square: 0.8975  
Adjusted R-square: 0.8738  
Overall F test: F(3,13) = 37.92  
p-value = 0.00000  
Significance levels: 10% 5%  
Critical values: 2.56 3.41  
Conclusions: reject reject

**Econometría 06216**  
**Examen Parcial #1**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Cali, Sábado 5 de Septiembre de 2009**

**Profesores: Julio César Alonso**  
**Carlos Giovanni González**

Estudiante: \_\_\_\_\_  
 Código: \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 5 páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido.
8. No se aceptarán reclamos de respuestas escritas en lápiz.
9. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
10. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

**1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

**NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará solo un punto.**

- a) Aún si no se cumple el supuesto de que los errores tiene una media igual a cero, los estimadores de Mínimos Cuadrados serán SIEMPRE MELI (Mejor estimador lineal insesgado).

Falso, En clase se discutió la necesidad de este supuesto para que los estimadores MCO sean insesgados. En especial, en el caso de que los errores no tengan media cero tendremos que  $E[\hat{\beta}] = (X^T X)^{-1} X^T X \beta + (X^T X)^{-1} X^T E[\epsilon]$ . Por tanto no podrán ser MELI al no ser insesgados

- b) Si bien el siguiente modelo  $\frac{w_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_4))^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_2} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$ , no es

lineal desde el punto de vista matemático, si se puede emplear los estimadores MCO para encontrar estimadores para todos los  $\beta$ 's poblacionales del modelo.

Falso, noten que en este caso el modelo es linealizable, pero no se pueden estimar los cuatro parámetros del modelo:

$$\frac{w_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_4))^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_2} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$$

$$\frac{w_i}{X_i} = 1^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_2} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$$

$$\frac{w_i}{X_i} = X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_2} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$$

$$\ln(w_i) - \ln(X_i) = 3\beta_1 \ln(X_i) + \beta_2 \ln(Y_i) + \beta_2 \ln(Z_i) + \beta_4 \ln(\epsilon_i)$$

$$G_i = \beta_1(3 \ln(X_i)) + \beta_2 \ln(Y_i) + \beta_2 \ln(Z_i) + \mu_i$$

- c) Al estimar el siguiente modelo  $y_i = \beta_1 X_i + \alpha W_i + \epsilon_i$ , donde  $X_i = 1$  si  $i$  corresponde a un hombre y cero en caso contrario y  $W_i$  representa el salario medido en miles de pesos, se reportó la siguiente Tabla Anova. Pero lastimosamente, la Tabla no quedó bien impresa y se omitió unos números que fueron reemplazado por XXX. Un estudiante de econometría después de analizar la tabla realiza la siguiente afirmación: "El  $R^2$  del modelo de 0.8 es relativamente alto". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	SS	G de L	MS
Regresión	XXX	XXX	XXX
Error	200	100	XXX
TOTAL	1000	101	

Falso, dado que el modelo no cuenta con intercepto, no podemos determinar el SSR y por tanto no podríamos calcular el R<sup>2</sup>. Además, de poder calcularlo no se podrá interpretar.

d) Sea A una matriz de cualquier dimensión (n x n). Un estudiante encuentra que existen n valores propios de la matriz A **que son diferentes de cero**. Entonces, él afirma que “La matriz A tiene que tener inversa”. ¿Es esta última afirmación verdadera?

Verdadero, pues sabemos que el número de valores propios diferentes de cero corresponde al rango de la matriz. Por tanto  $Rango(A) = n$  y así la inversa existirá.

e) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente; entonces:  
 $Cov(cX, X) = cVar(X)$

Verdadero, pues por definición tenemos que:

$$Cov(cX, X) = E[cX^2] - E[cX]E[X] = c(E[X^2] - (E[X])^2) = cVar[X]$$

**2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)**

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

2.1 Indique cuál de las afirmaciones **no** es correcta cuando se estima un modelo de regresión lineal sin término constante:

- a. La media de los residuos puede tener media distinta de cero.
- b. La suma de los cuadrados de los residuos es **mayor** o igual que la suma de cuadrados de las observaciones de la variable dependiente.
- c. La estimación MCO de las pendientes del modelo es la misma al estimar el modelo con los datos originales que al estimarlos con los datos en desviaciones con respecto a la media.
- d. La suma de los cuadrados de las observaciones de la variable endógena es mayor o igual que la suma de los cuadrados de los valores ajustados.

Respuesta sugerida: b

2.2 Bajo todas las hipótesis clásicas que conforman el Modelo de Regresión Lineal Múltiple (MRLM),  $Y = X\beta + \epsilon$ ; la propiedad de eficiencia del estimador MCO de  $\beta$  implica que dicho estimador:

- a. Proporciona estimaciones puntuales que coinciden con el verdadero valor de  $\beta$  en todos los casos prácticos.
- b. Es muy preciso y proporciona el verdadero valor de  $\beta$  incluso si las X's son no estocásticas y linealmente dependientes entre sí.
- c. Tiene asociada una probabilidad de proporcionar estimaciones próximas al verdadero valor de  $\beta$  que es mayor que la asociada con cualquier otro estimador insesgado de  $\beta$ .
- d. Proporciona intervalos de confianza del 95% que contienen al verdadero valor de cada componente de  $\beta$  en todos los casos.

Respuesta sugerida: c

2.3 Un econométra destacado escribe en un documento de trabajo “Sabemos que los supuestos del modelo de regresión múltiple son: 1). La relación entre Y y X es lineal.

2). Las X's son no estocásticas y linealmente independientes entre sí. 3).i.  $E[\epsilon] = 0_{n \times 1}$

ii.  $var[\epsilon_i] = \sigma_i^2$  iii.  $E[\epsilon_i \epsilon_j] = 0$   $i \neq j$ . De ii y iii, tenemos:

$$E[\epsilon^T \epsilon] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

El econométra cometió un error. Identifique en cuál de los supuestos cometió el error:

- a. Supuestos 1 y 2
- b. Supuesto 3 (i)
- c. Supuesto 3 (ii)
- d. Supuesto 3 (iii)

Respuesta sugerida: c

3 (25 Puntos)

Un econométrista desea determinar el comportamiento del nivel de ahorro de su país. Para tal fin emplea el siguiente modelo:

$$\ln(S_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(PIB_t) + \gamma_2 PIB_t^2 + \gamma_3 DTFr_t + \gamma_4 \left(\frac{1}{IPC_t}\right) + \mu_t$$

Donde  $S_t$  representa el nivel de ahorro medido en millones de dólares constantes de 2000;  $PIB_t$  es una medida del ingreso del país, en millones de dólares constante de 2000;  $DTFr_t$

representa la tasa de interés real de los depósitos a término fijo (medido en puntos porcentuales); y  $IPC_t$  representa el índice de precios del consumidor. Empleando información de los años 1990-2006, el econométrista obtuvo los resultados que se encuentran al final del examen.

- a. Encuentre los valores que fueron reemplazados por “XXX”. No es necesario efectuar el cálculo pero sí mostrar de que cantidades se puede encontrar dicho número (6 puntos en total, 2 puntos cada uno).

Error estandar b(1):

$$s_{b(1)} = \frac{\hat{b}(1)}{tc_{b(1)}} = \frac{-0,0002803}{-0,847}$$

Varianza de los residuos:

$$S^2 = (\text{error estandar de los errores})^2 = 0,18675684^2 = 0,03487811729$$

Suma de los cuadrados de los errores:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \rightarrow \frac{SSE}{SST} = 1 - R^2 \rightarrow SSE = SST(1 - R^2)$$

$$SSE = 4.42150588(1 - 0.8975) = 0,453204$$

- b. Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia. (5 puntos en total, 1 punto cada uno).

$$\hat{\gamma}_0 = 4.9576124:$$

Significativo al 99% de confianza. No tiene interpretación económica.

$$\frac{\partial \ln(S_t)}{\partial S_t} \cdot \frac{\partial S_t}{\partial PIB_t} = \gamma_1 \cdot \frac{1}{PIB_t} + \gamma_2 2PIB_t$$

$$\frac{\partial S_t}{S_t \cdot \partial PIB_t} = \frac{1}{PIB_t} (\gamma_1 + 2\gamma_2 PIB_t^2)$$

$$\frac{\frac{\partial S_t}{S_t}}{\frac{\partial PIB_t}{PIB_t}} \cdot \frac{100}{100} = \gamma_1 + 2\gamma_2 PIB_t^2$$

$$\frac{\Delta\%S_t}{\Delta\%PIB_t} = \gamma_1 + 2\gamma_2 PIB_t^2$$

Noten que  $\hat{\gamma}_1 = -0.0002803$  no es significativo y  $\hat{\gamma}_2 = 0.0317078$  es significativo al 99% de confianza. Por tanto no existe parte constante en la elasticidad del ahorro con respecto al PIB.

Así, un aumento de 1% en el PIB provoca un aumento en el ahorro de  $(0.0317078 * 2 * PIB^2)\%$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(S_t)}{\partial S_t} \cdot \frac{\partial S_t}{\partial DTFr_t} &= \gamma_3 \\ \frac{1}{S_t} \cdot \frac{\partial S_t}{\partial DTFr_t} &= \gamma_3 \\ \frac{\frac{\partial S_t}{S_t}}{\frac{\partial DTFr_t}{DTFr_t}} \cdot 100 &= \frac{\Delta\%S_t}{\Delta DTFr_t} = \gamma_3 \cdot 100 \end{aligned}$$

$$\hat{\gamma}_3 = -0.0392479.$$

Significativo al 99% de confianza. Indica que por un aumento de 1 punto porcentual de la de  $DTFr$ , el nivel de ahorro del país disminuye en 3,92479%.

$$\hat{\gamma}_4 = 0.0298524.$$

No es significativo, por lo que el IPC no influye en el comportamiento del ahorro del país.

- c. ¿Qué tan bueno es el modelo estimado? Sea lo más claro posible. (4 Puntos).

Para entender que tan bueno es el modelo, es necesario en primer lugar revisar la significancia conjunta del modelo. Para esto se plantean las siguientes hipótesis a contrastar:  $H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4$  vs.  $H_a: \text{No } H_0$ . Esto se puede comprobar mediante una prueba F, donde el valor-p=0.0000, dado que éste es menor a un nivel de significancia de 1%, entonces se rechaza la hipótesis, por lo que el modelo es significativo en su conjunto. Ahora bien, el  $R^2 = 0.8975$ , indica que el 89,75% de la variabilidad en el ahorro es explicada por el modelo. Por tanto se puede concluir que el modelo presenta un buen ajuste.

- d. Un compañero de trabajo al observar el modelo afirma: “Aunque no he corrido el modelo, por mi experiencia se que la reforma tributaria de 1995, modificó el comportamiento del ahorro de los residentes del país. Además, grandes investigadores consideran que la elasticidad del ahorro con respecto al PIB es ahora 3 veces menor que la elasticidad del ahorro con respecto a la tasa de interés real”. *Partiendo del modelo planteado originalmente*, explique claramente cómo determinaría si el econométrista tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre qué fórmulas emplearía, qué valores debe reemplazar en las fórmulas (en caso en que las cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. (10 puntos en total)

Primero que todo, será necesario construir una variable ficticia (dummy) como la siguiente:

$$D_t = \begin{cases} 1 & t = 1995, \dots, 2006 \\ 0 & t = 1990, \dots, 1994 \end{cases}$$

Y el correspondiente modelos sería:

$$\ln(S_t) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(PIB_t) + \gamma_2 PIB_t^2 + \gamma_3 DTFr_t + \gamma_4 \left(\frac{1}{IPC_t}\right) + \alpha_0 D_t + \alpha_1 D_t \ln(PIB_t) + \alpha_2 D_t PIB_t^2 + \alpha_3 D_t DTFr_t + \alpha_4 D_t \left(\frac{1}{IPC_t}\right) + \varepsilon_t$$

Noten que éste modelo implica:

$$E[\ln(S_t)] = \begin{cases} (\gamma_0 + \alpha_0) + (\gamma_1 + \alpha_1) \ln(PIB_t) + (\gamma_2 + \alpha_2) PIB_t^2 + (\gamma_3 + \alpha_3) DTFr_t + (\gamma_4 + \alpha_4) \left(\frac{1}{IPC_t}\right), & t = 1995, \dots, 2006 \\ \gamma_0 + \gamma_1 \ln(PIB_t) + \gamma_2 PIB_t^2 + \gamma_3 DTFr_t + \gamma_4 \left(\frac{1}{IPC_t}\right), & t = 1990, \dots, 1994 \end{cases}$$

Por tanto el modelo permite comprobar las dos afirmaciones al mismo tiempo:

- la reforma tributaria de 1995, modificó el comportamiento del ahorro de los residentes del país
- la elasticidad del ahorro con respecto al PIB es ahora 3 veces menor que la elasticidad del ahorro con respecto a la tasa de interés real

Es importante darse cuenta que ambas afirmaciones pueden ser comprobadas al mismo tiempo por medio de una prueba F.

Las afirmaciones implican las siguientes restricciones:

- Afirmación 1:

$$H_0: \alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$$

- Afirmación 2:

$$H_0: E_{S, PIB_{t \geq 1995}} = \frac{1}{3} E_{S, DTFr_{t \geq 1995}}$$

Donde,  $E_{S, PIB_{t \geq 1995}}$  corresponde a:

$$E_{S, PIB_{t \geq 1995}} = \frac{\Delta\% S_t}{\Delta\% PIB_t}$$

Recuerden que:

$$\frac{\Delta\% S_t}{\partial DTFr_t} = \gamma_3 \cdot 100$$

Por lo tanto

$$E_{S, PIB_{t \geq 1995}} = (\gamma_1 + \alpha_1) \cdot \frac{1}{PIB_{t \geq 1995}} + 2PIB_{t \geq 1995}(\gamma_2 + \alpha_2)$$

$$E_{S, PIB_{t \geq 1995}} = \frac{1}{PIB_{t \geq 1995}} (\gamma_1 + \alpha_1 + 2PIB_{t \geq 1995}(\gamma_2 + \alpha_2))$$

$$E_{S, PIB_{t \geq 1995}} = \frac{\Delta\% S_{t \geq 1995}}{\Delta\% PIB_{t \geq 1995}} = (\gamma_1 + \alpha_1) + 2\overline{PIB}_{t \geq 1995}(\gamma_2 + \alpha_2)$$

Y además

$E_{S, DTFr_{t \geq 1995}}$ :

$$E_{S, DTFr_{t \geq 1995}} = \frac{\partial \ln(S_t)}{\partial S_t} \cdot \frac{\partial S_t}{\partial DTFr_t} = \alpha_3 + \gamma_3$$

$$E_{S, DTFr_{t \geq 1995}} = \frac{\frac{\partial S_t}{S_t}}{\frac{\partial DTFr_t}{DTFr_t}} \cdot \frac{100}{100} = \frac{\Delta\% S_t}{\Delta\% DTFr_t} = (\alpha_3 + \gamma_3) \cdot \overline{DTFr}_{t \geq 1995}$$

Por tanto:

$$H_0: E_{S, PIB_{t \geq 1995}} = \frac{1}{3} E_{S, DTFr_{t \geq 1995}}$$

$$H_0: (\gamma_1 + \alpha_1) + 2\gamma_2 \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 (\gamma_2 + \alpha_2) = \frac{1}{3} \cdot (\alpha_3 + \gamma_3) \cdot \overline{DTFr}_{t \geq 1995}$$

$$H_0: \gamma_1 + \alpha_1 + 2\gamma_2 \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 (\gamma_2 + \alpha_2) + 2\alpha_2 \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 - \frac{1}{3} \cdot \alpha_3 \cdot \overline{DTFr}_{t \geq 1995} - \frac{1}{3} \cdot \gamma_3 \cdot \overline{DTFr}_{t \geq 1995} = 0$$

Resumiendo, la hipótesis nula y alterna serán:

$$H_0: \alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$$

$$H_a: \gamma_1 + \alpha_1 + 2\gamma_2 \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 (\gamma_2 + \alpha_2) + 2\alpha_2 \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 - \frac{1}{3} \cdot \gamma_3 \cdot \overline{DTFr}_{t \geq 1995} = 0$$

$H_a: \text{No } H_0$

Está hipótesis se puede escribir de la forma  $R\beta = C$  donde:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \cdot \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 & -\frac{1}{3} \overline{DTFR}_{t \geq 1995} & 0 & 0 & 1 & 2 \cdot \overline{PIB}_{t \geq 1995}^2 & -\frac{1}{3} \overline{DTFR}_{t \geq 1995} & 0 \end{bmatrix} y$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} y \beta = \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \\ \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix}$$

Esto implica el siguiente F calculado:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta})}{SSE/n - k}$$

En este caso  $r = 6$  y  $n - k = 17 - 10 = 7$ . Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 6 grados de libertad en el numerado y 7 grados de libertad en el denominador y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el  $F_{calculado}$  es mayor que el de la tabla. (1 punto).

Nota:

Los puntos se asignarán de la siguiente manera:

- 2 puntos escribir el modelo
- 1 punto el valor esperado
- 5 puntos la hipótesis conjunta escrita de la forma  $R \cdot \beta = c$
- 1 la fórmula
- 1 la decisión
- Se quitan 4 puntos si no se hace la prueba de significancia de la dummy
- se quita 1 punto si no hacen las pruebas de manera conjunta pero si las presentan de forma individual
- se quita 4 puntos si una prueba no está bien

4 (35 puntos)

El economista jefe de un banco comercial quiere determinar si la condición de paridad de la tasa de interés se cumple para el país de Suramen. Es decir, quiere probar si:

$$i_t = i_t^* + \frac{E_{t+1}^e - E_t}{E_t} \cdot 100 \quad (1)$$

donde  $i_t$  e  $i_t^*$  representan la tasa de interés doméstica y la tasa de interés externa, respectivamente. Ambas tasas de interés están medidas en puntos porcentuales y corresponden a la tasa de interés para depósitos a 90 días. Por otro lado,  $E_t$  representa la tasa de cambio nominal (el precio de un dólar americano en términos de la moneda local) para el periodo t. Y  $E_{t+1}^e$  es el valor que se espera tome la tasa de cambio nominal en el siguiente período.

Para efectuar el estudio, se cuenta con una muestra de datos mensuales para las siguientes variables:

- tasa de interés doméstica de los depósitos a 90 días (medida en puntos porcentuales),
- tasa de interés externa de los depósitos a 90 días (medida en puntos porcentuales),
- una tasa que representa la razón entre la tasa de cambio esperada para el siguiente mes y la tasa de cambio de este mes (medida en puntos porcentuales).

- a) Antes de realizar cualquier estimación, escriba un modelo que, a partir de la información disponible, le permita al economista jefe probar si la condición de paridad de la tasa de interés se cumple para el país de Suramen. Escriba únicamente el modelo. (5 puntos)

Noten que no se cuenta con la información de la apreciación esperada, por tanto tendremos que transformar (1) para ser estimado con los datos disponibles. En este caso tendremos:

$$i_t = i_t^* + \frac{E_{t+1}^e - E_t}{E_t} \cdot 100$$

$$i_t = i_t^* + \frac{E_{t+1}^e}{E_t} \cdot 100 - 100$$

$$i_t = -100 + i_t^* + \frac{E_{t+1}^e}{E_t} \cdot 100$$

Para obtener un modelo estimable será necesario incluir un término de error. Y por tanto el modelo a estimar sería:

$$i_t = -100 + i_t^* + \frac{E_{t+1}^e}{E_t} \cdot 100 + \varepsilon_t$$

$$i_t = \beta_1 + \beta_2 i_t^* + \beta_3 \frac{E_{t+1}^e}{E_t} \cdot 100 + \varepsilon_t$$

(si no se escribía el modelo únicamente se asignarán 2 puntos)

- b) ¿Qué supuestos deben cumplirse para que el estimador de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) para las pendientes y el intercepto sea insesgado? (5 puntos)

Para que los estimadores MCO sean insesgados se necesita:



- Relación lineal entre las X's y la variable dependiente (2 puntos)
- Las X's son no aleatorias e independientes entre sí (2 puntos)
- El término de error tienen media cero (1 punto)  
(recuerden que los supuestos de varianzas constante y no están autocorrelacionados no son necesarios para ser insesgado). (se quitarán 2 puntos si se incluyeron estos supuestos)

Tras recoger la información relevante, el asistente del economista construyó las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz  $X^T X$  y  $X^T y$ . El asistente de investigación conservó el orden de las variables tal como se presentan en la expresión (1). Nota: el modelo contiene un intercepto y corresponde al primer coeficiente.

$$X^T X = \begin{bmatrix} 60 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} -3000 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix}$$

- c) A partir de esta información, encuentre (si es posible) las siguientes cantidades. De no ser posible encontrar la cantidad solicitada, expréselo claramente y explique por qué. (4 puntos en total):
- El tamaño de la muestra (1 punto)
  - El promedio del monto de los depósitos a 90 días realizados en la economía doméstica (1 punto)
  - El promedio de la tasa de interés externa para depósitos a 90 días (1 punto)
  - La tasa de cambio promedio (1 punto)

En este caso tenemos que:

- El tamaño de la muestra es 60 pues corresponde al primer elemento de la matriz  $X^T X$  (1 punto)
- El promedio del monto de los depósitos a 90 días realizados en la economía doméstica no se puede determinar, pues la información disponible es sobre la tasa de interés, no sobre el monto de depósitos.
- El promedio de la tasa de interés externa para depósitos a 90 días para toda la muestra: el segundo elemento de la primera fila de  $X^T X$  corresponde a  $\sum_{t=1}^{60} i_t^* = 0$ .  
Así, en este caso tenemos que dicha media es cero.
- La tasa de cambio promedio: no se puede determinar, pues esta no es una variable del modelo.

- d) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. (6 Puntos).

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 1/60 & 0 & 0 \\ 0 & -1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & -1/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3000 \\ 20 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -50 \\ 1 \\ 3/2 \end{bmatrix}$$

- e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (6 Puntos – 2 puntos cada uno)

$\hat{\beta}_1 = -50$ . La parte de la tasa de interés doméstica que no depende de la tasa de interés externa ni de la razón entre la tasa de cambio esperada para el siguiente mes y la tasa de cambio de este mes.

$\hat{\beta}_2 = 1$ . Un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés externa genera un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés doméstica.

$\hat{\beta}_3 = 3/2$ . Un aumento de un punto porcentual en la razón entre la tasa de cambio esperada para el siguiente mes y la tasa de cambio de este mes provoca un aumento de 1.5 puntos porcentuales en la tasa de interés doméstica.

- f) Muestre claramente cómo probar si la condición de paridad de la tasa de interés se cumple para el país de Suramen. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe reemplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS, pero si debe indicar claramente cómo le daría o no la razón al economista jefe. (9 Puntos)

Noten que en este caso la paridad implica:

$$i_t = \beta_1 + \beta_2 i_t^* + \beta_3 \frac{E_t^e}{E_t} \cdot 100 + \varepsilon_t$$

$$i_t = -100 + i_t^* + \frac{E_{t+1}^e}{E_t} \cdot 100 + \varepsilon_t$$

Es decir, para que se cumpla la paridad se necesita que  $\beta_1 = -100$ ,  $\beta_2 = 1$  y  $\beta_3 = 1$ . Así, será necesario comprobar la siguiente hipótesis nula y alterna:

$$H_0 : \beta_1 = -100, \beta_2 = \beta_3 = 1$$

$$H_A : \text{No } H_0$$

(4 puntos)

Esta hipótesis se puede escribir de la forma  $R\beta = C$  donde:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} -100 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esto implica el siguiente F calculado:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})' (R(X'X)^{-1}R')^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE/n - k} =$$

$$\frac{\left( \begin{bmatrix} -100 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -50 \\ 1 \\ 3/2 \end{bmatrix} \right)' \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/60 & 0 & 0 \\ 0 & -1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & -1/10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \left( \begin{bmatrix} -100 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -50 \\ 1 \\ 3/2 \end{bmatrix} \right)}{3} = \frac{3}{SSE/(60-3)}$$

(4 puntos)

Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 3 grados de libertad en el numerador y 57 grados de libertad en el denominador y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el  $F_{calculado}$  es mayor que el de la tabla. (1 punto).

Tabla 1 Resultados de Modelo 1 estimado en EasyReg para la segunda pregunta.

Dependent variable:  
Y = ln(S)  
Characteristics:  
First observation = 1(=1990)  
Last observation = 17(=2006)  
Number of usable observations: 17  
X variables:  
X(1) = ln(PIB)  
X(2) = PIB^2  
X(3) = DTFr  
X(4) = IPC^-1  
X(5) = 1

Model:  
 $Y = b(1)X(1) + \dots + b(5)X(5) + U$ ,  
where U is the error term, satisfying  
 $E[U|X(1), \dots, X(5)] = 0$ .

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	-0.0002803	-0.847 XXX [0.39706]	-1.024 (0.00027) [0.30604]
b(2)	0.0317078	3.516 (0.00902) [0.00044]	4.029 (0.00787) [0.00006]
b(3)	-0.0392479	-3.208 (0.01224) [0.00134]	-4.676 (0.00839) [0.00000]
b(4)	0.0298524	1.025 (0.91592) [0.15248]	1.310 (0.59656) [0.12567]
b(5)	4.9576124	5.413 (0.91592) [0.00000]	8.310 (0.59656) [0.00000]

Notes:  
1: S.E. = Standard error  
Effective sample size (n): 17  
Variance of the residuals: XXX  
Standard error of the residuals (SER): 0.18675684  
Residual sum of squares (RSS): XXX  
Total sum of squares (TSS): 4.42150588  
R-square: 0.8975  
Adjusted R-square: 0.8738  
Overall F test: F(3,13) = 37.92  
p-value = 0.00000  
Significance levels: 10% 5%  
Critical values: 2.56 3.41  
Conclusions: reject reject