

Universidad Icesi

Cali, Miercoles 19 de Noviembre del 2003

Examen Final Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 4 páginas; además, deben tener dos páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas está expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre.
5. El examen está diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
- 6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica.**
7. Usted NO puede emplear calculadora, ni ningún material escrito diferente al examen.
8. Al finalizar su examen entregue sus respuestas con las preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) $E(\ln(X)) = \ln(E(X))$
- b) Siempre que el supuesto de normalidad del término aleatorio de error es violado en un modelo de regresión múltiple, los estimadores MCO son MELI.
- c) Un investigador emplea un modelo Probit para explicar la probabilidad de que un país entre en crisis financiera y obtiene para ese modelo un LRI de 0.95. Un segundo investigador emplea un modelo Logit para explicar la misma variable con la misma muestra y obtiene un LRI de 0.86. El segundo investigador afirma: "El modelo Logit es mejor que el modelo Probit pues el LRI es más alto." ¿Es ésta afirmación verdadera?
- d) El modelo $Y_i = e^{(X_{1i})^{\beta_1}} \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] \cdot \varepsilon_i$ es linealizabile.

2. (30 puntos)

El econometrista del Departamento de Planeación Nacional (DNP) de la República caribeña de Banana Republic se ha enfermado y usted ha sido contratado como remplazo de él. El DNP de la Banana Republic desea estimar el siguiente modelo macroeconómico.

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 r_{t-1} + \alpha_4 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 Y_{t-1} + u_t \quad (2)$$

$$r_t = \gamma_1 + \gamma_2 I_t + \gamma_3 M_t + \gamma_4 M_{t-1} + v_t \quad (3)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (4)$$

Donde C_t , Y_t , I_t , M_t , G_t denotan el consumo de los hogares, el producto, la inversión de los privados, la cantidad de dinero y el gasto público, respectivamente. Estas variables están medidas en billones de pesos. Por otro lado, r_t corresponde a la tasa de interés medida en puntos porcentuales. ε_t , u_t y v_t corresponden a términos aleatorios de error. Responda brevemente las siguientes preguntas:

- a) Identifique las variables endógenas y exógenas del sistema de ecuaciones. **(5 puntos)**
- b) Explique brevemente en que consiste el problema de simultaneidad. **(5 puntos)**
- c) Determine cuáles de las ecuaciones del (1) al (4) están subidentificadas y probablemente sobre o perfectamente identificadas. **(5 puntos)**
- d) Escriba la ecuación estimada por el econometrista. (Los resultados se encuentran al final) ¿Corresponde esta ecuación a una ecuación de la forma estructural o de la forma reducida? **(5 puntos)**

e) Interprete y explique brevemente el significado y la significancia de los coeficientes estimados **(5 puntos)**

f) Describa brevemente como probaría usted la siguiente hipótesis: "El gasto público tiene un efecto negativo sobre el consumo de esta economía" **(5 puntos)**

3. (50 puntos)

Un investigador interesado en las finanzas públicas de los 9 municipios más grandes de un departamento de una República Andina, emplea un modelo de probabilidad lineal para explicar la probabilidad de que el municipio pague su deuda. Como variables esplicativas se emplean X_{2i} y X_{3i} que representan el logaritmo del déficit del municipio i medido en miles de millones de moneda local y el logaritmo del número de empleados que se espera incorporar a la nomina en el municipio i , respectivamente. El modelo que se quiere emplear es...

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots$$

a) ¿Cuáles propiedades deben cumplir el término de error aleatorio para obtener estimadores MELI? **(5 puntos)**

b) ¿Que otros supuestos deben cumplirse para obtener estimadores MELI? **(5 puntos)**

c) ¿Qué supuesto es violado en este caso? Explique intuitivamente, ¿Cómo solucionaría el problema? **(5 puntos)**

Para los 9 municipios del departamento en estudio se recogio la siguiente información:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d) Forme la matriz $X^T X$ y encuentre su inversa **(5 puntos)**

e) Encuentre los estimadores de mínimos cuadrados de los coeficientes del modelo. **(10 Puntos) (sin solucionar el problema)**

f) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.(olvidandose del problema econométrico que se pueda presentar) **(10 Puntos)**

g) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de los β 's. (5 Puntos) (sin solucionar el problema)

h) Compruebe si las variables empleadas en el modelo son relevantes para explicar la probabilidad de que un municipio no cumpla con sus compromisos financieros. (5 Puntos)

Estimaciones de EasyReg para la pregunta 2

```

Two-stage least squares:
Dependent variable:
Y = I
Characteristics:
I
First observation = 1(=1.1)
Last observation = 100(=25.4)
Number of usable observations: 100
Minimum value: -1.4614000E+001
Maximum value: 3.8290000E+001
Sample mean: 1.0564620E+001

X variables, including instrumental variables:
X(1) = r
X(2) =LAG1[Y]
X(3) = M
X(4) = G
X(5) = LAG1[M]
X(6) = 1

Endogenous X variable:
Y*(1)= r
Y*(2)= LAG1[Y]

Exogenous X variables:
X*(1)=1

2SLS estimation results for Y = I
Variables          2SLS estimate  t-value
                  [p-value]
r                  2.3735809   10.579
                  [0.00000]
LAG1[Y]           2.400203   -7.827
                  [0.00000]
1                  6.678923    1.538
                  [0.12393]
[The p-values are two-sided and based on the normal approximation]
Standard error of the residuals = 11.036741E-001
Residual sum of squares (RSS) = 11.815536E+001
Total sum of squares (TSS) = 20.476477E+003
R-square = 0.994230
Adjusted R-square = 0.994111
Effective sample size (n) = 100

```

Universidad Icesi

Cali, Miercoles 19 de Noviembre del 2003

Examen Final Respuestas Sugeridas Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

1. (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Falso o Verdadero

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) $E(\ln(X)) = \ln(E(X))$

Falso. Recuerden que en general $E(f(X)) \neq f(E(X))$; a menos que $f(\cdot)$ sea una función lineal, lo cual no ocurre en este caso.

b) Siempre que el supuesto de normalidad del término aleatorio de error es violado en un modelo de regresión múltiple, los estimadores MCO son MELI.

Falso. El supuesto de normalidad no afecta para nada que los estimadores MCO sean MELI. Recuerden que el supuesto de normalidad no es necesario para que se cumpla el Teorema de Gauss-Markov y por tanto no existe ninguna relación entre el supuesto de normalidad y el hecho que los estimadores MCO sean MELI.

c) Un investigador emplea un modelo Probit para explicar la probabilidad de que un país entre en crisis financiera y obtiene para ese modelo un LRI de 0.95. Un segundo investigador emplea un modelo Logit para explicar la misma variable con la misma muestra y obtiene un LRI de 0.86. El segundo investigador afirma: "El modelo Logit es mejor que el modelo Probit pues el LRI es mas alto." ¿Es ésta afirmación verdadera?

Falso. Recuerden que los modelos Probit y Logit no son comparables y por tanto la afirmación es falsa.

d) El modelo $Y_i = e^{(X_{1i})^{\beta_1}} \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] \cdot \varepsilon_i$ es linealizable.

Falso. Noten que aún sacando logaritmo a ambos lados se obtendrá un modelo que no es lineal

$$\ln(Y_i) = (X_{1i})^{\beta_1} + \ln[(X_{2i})^{\beta_2}] + \varepsilon_i$$

2. (30 puntos)

El economista del Departamento de Planeación Nacional (DNP) de la Republica caribeña de Banana Republic se ha enfermado y usted ha sido contratado como remplazo de él. El DNP de la Banana Republic desea estimar el siguiente modelo macroeconomico.

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + \alpha_3 r_{t-1} + \alpha_4 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 Y_{t-1} + u_t \quad (2)$$

$$r_t = \gamma_1 + \gamma_2 I_t + \gamma_3 M_t + \gamma_4 M_{t-1} + v_t \quad (3)$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t \quad (4)$$

Donde C_t , Y_t , I_t , M_t , G_t denotan el consumo de los hogares, el producto, la inversión de los privados, la cantidad de dinero y el gasto público, respectivamente. Estas variables están medidas en billones de pesos. Por otro lado, r_t corresponde a la tasa de interés medida en puntos porcentuales. ε_t , u_t y v_t corresponden a términos aleatorios de error. Responda brevemente las siguientes preguntas:

- a) Identifique las variables endógenas y exógenas del sistema de ecuaciones. **(5 puntos)**

Variables Endógenas:

C_t Y_t r_t I_t

Variables Exógenas:

M_t G_t r_{t-1} Y_{t-1} M_{t-1}

- b) Explique brevemente en que consiste el problema de simultaneidad. **(5 puntos)**

El problema de simultaneidad consiste en que una de las variables explicativas de la forma estructural está correlacionada con el término aleatorio de error de esa ecuación. Esto provoca un problema de sesgo.

- c) Determine cuáles de las ecuaciones del (1) al (4) están subidentificadas y probablemente sobre o perfectamente identificadas. **(5 puntos)**

$g_1 = 2$ $g_1 - 1 = 1$ $k_1 = 3$ Entonces esta ecuación estará prob. **Sobre Identificada**

$g_2 = 2$ $g_2 - 1 = 1$ $k_2 = 4$ Entonces esta ecuación estará prob. **Sobre Identificada**

$g_3 = 2$ $g_3 - 1 = 1$ $k_3 = 3$ Entonces esta ecuación estará prob. **Sobre Identificada**

Noten que la ecuación (4) es una identidad y por tanto no es relevante el problema de identificación para esta identidad.

- d) Escriba la ecuación estimada por el econométrico. (Los resultados se encuentran al final) ¿Corresponde esta ecuación a una ecuación de la forma estructural o de la forma reducida? **(5 puntos)**

El modelo que fue estimado es

$$I_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + \beta_3 Y_{t-1} + u_t$$

La ecuación estimada es

$$\hat{I}_t = 6.6789 + 2.373 \cdot r_t + 2.4 \cdot Y_{t-1}$$

Esta ecuación estimada corresponde a la forma estructural. Pero noten que el econométrico cometió un error, pues no incluyó la variable r_{t-1} en la estimación.

- e) Interprete y explique brevemente el significado y la significancia de los coeficientes estimados **(5 puntos)**

Noten que esta ecuación corresponde a una función de demanda de recursos prestables, es decir la función de inversión. Por tanto

$\hat{\beta}_1 = 6.6789$ Es la inversión en billones de pesos que no depende de las demás variables. Este Coeficiente no es significativo al 10%.

$\hat{\beta}_2 = 2.373$ Un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés implicará un aumento de 2.373 billones en la demanda de inversión. (noten que este no es el signo esperado!!!) Este coeficiente es significativo al 1%.

$\hat{\beta}_3 = 2.400$ Un aumento de un billon de pesos en el PIB del período anterior implicará un aumento de 2.4 billones en la demanda de inversión. Este coeficiente es significativo al 1%.

f) Describa brevemente como probaría usted la siguiente hipótesis: "El gasto público tiene un efecto negativo sobre el consumo de esta economía" **(5 puntos)**

Empleando la ecuación de la forma reducida para el consumo, obtenemos:

$$C_t = \pi_1 + \pi_2 M_t + \pi_3 \cdot G_t + \pi_4 \cdot r_{t-1} + \pi_5 \cdot Y_{t-1} + \pi_6 \cdot M_{t-1} + \mu_t$$

Por tanto para comprobar si "El gasto público tiene un efecto negativo sobre el consumo de esta economía" es necesario probar la siguiente hipótesis:

$$H_0: \pi_3 \geq 0, \text{ versus } H_A: \pi_3 < 0,$$

para esto empleamos el siguiente estadístico t:

$$t_{\text{cal}} = \frac{\hat{\pi}_3}{s(\hat{\pi}_3)}$$

Se rechazará la hipótesis nula si t_{cal} es menor que el t crítico con $100-5=95$ grados de libertad.

3. (50 puntos)

Un investigador interesado en las finanzas públicas de los 9 municipios más grandes de un departamento de una República Andina, emplea un modelo de probabilidad lineal para explicar la probabilidad de que el municipio pague su deuda. Como variables esplicativas se emplean X_{2i} y X_{3i} que represtan el logaritmo del déficit del municipio i medido en miles de millones de moneda local y el logaritmo del número de empleados que se espera incorporar a la nomina en el municipio i , respectivamente. El modelo que e quiere emplear es...

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots$$

a) ¿Cuáles propiedades deben cumplir el término de error aleatorio para obtener estimadores MELI? **(5 puntos)**

De acuerdo al teorema de Gauss-Markov para obtener estimadores MELI para los parámetros β , el término de error debe cumplir las siguientes condiciones:

- Media cero, es decir $E(\varepsilon_t) = 0$
- Varianza constante (Homocedasticidad) ($\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$), y
- Linealmente independientes entre si (No - Autocorrelación) ($E(\varepsilon_i \cdot \varepsilon_j) = 0$ para todo $i \neq j$)

b) ¿Que otros supuestos deben cumplirse para obtener estimadores MELI? (5 puntos)

De acuerdo al teorema de Gauss-Markov para obtener estimadores MELI para los parámetros β , además se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Exista una relacion lineal entre y y las X 's
2. Las X 's son no estocasticas y linealmente independientes entre si.

c) ¿Qué supuesto es violado en este caso? Explique intuitivamente, ¿Cómo solucionaría el problema? (5 puntos)

Sabemos que para un modelo de probabilidad lineal, la varianza del error no es constante. Específicamente, sabemos que:

$$\text{Var}(\varepsilon_i) = (E(y_i)) \cdot (1 - E(y_i))$$

Por tanto el problema se puede resolver por medio de MC ponderados, dividiendo cada observación por la raíz cuadrada de $w_i = (\hat{y}_{at_i}) \cdot (1 - \hat{y}_{at_i})$. Es decir,

$$\frac{y_i}{\sqrt{w_i}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{w_i}} + \beta_2 \frac{X_{2i}}{\sqrt{w_i}} + \beta_3 \frac{X_{3i}}{\sqrt{w_i}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{w_i}} \quad i = 1, 2, \dots, 9$$

Para los 9 municipios del departamento en estudio se recogio la siguiente información:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d) Forme la matriz $X^T X$ y encuentre su inversa (5 puntos)

Es facil mostrar que:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad (X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$$

e) Encuentre los estimadores de mínimos cuadrados de los coeficientes del modelo. (10 Puntos) (sin solucionar el problema)

Primero debemos armar la matriz $X^T y$. En este caso tenemos que:

$$X^T y = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Así tenemos que:

$$\beta_{\text{hat}} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$(X^T X)^{-1} \cdot X^T y = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

Noten que

$$\beta_{\text{hat}} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

f) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.(olvidandose del problema econométrico que se pueda presentar) (10 Puntos)

Hemos encontrado que

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} \\ \frac{1}{16} \\ -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

La interpretación de estos resultados es la siguiente:

$\hat{\beta}_2 = \frac{1}{16}$, un aumento del 1% en el déficit del municipio aumentará la probabilidad de

pago en $\frac{\frac{1}{16}}{100} = 0.001$ puntos porcentuales.

$\hat{\beta}_3 = -\frac{1}{5}$, un aumento del 1% en el número de empleados que se espera incorporar a

la nomina en el municipio siminuirá la probabilidad de pago en $\frac{-\frac{1}{5}}{100} = -0.002$ puntos porcentuales.

$\hat{\beta}_1 = \frac{5}{9}$, carece de interpretación económica.

g) Estime σ^2 y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores de los β 's. (5 Puntos) (sin solucionar el problema)

Recuerden que:

$$s^2 = \frac{y^T \cdot y - \hat{\beta}^T \cdot X^T \cdot y}{n - k} = \frac{SSE}{n - k}$$

En este caso $y^T y = (5)$, $n := 9$ y $k := 3$, entonces

$$s^2 = \frac{5 - \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & \frac{1}{16} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}}{9 - 3} = \frac{5 - \frac{2333}{720}}{6} = \frac{1267}{4320} = 0.293$$

Y la matriz de varianzas y covarianzas de los estimadores MCO es

$$s^2 \cdot (X^T X)^{-1} = 0.293 \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix}$$

- h)** Compruebe si las variables empleadas en el modelo son relevantes para explicar la probabilidad de que un municipio no cumpla con sus compromisos financieros. **(5 Puntos)**

Esto es equivalente a probar la hipótesis nula que $\beta_2 = \beta_3 = 0$, versus la alterna no H_0 . Esto se puede comprobar de diferentes formas. Esto se puede reescribir de la forma $R\beta = c$, donde

$$R := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad r := 3$$

El correspondiente estadístico F está dado por:

$$F = \frac{((c - R \cdot \hat{\beta}))^T \cdot [R \cdot (X^T X)^{-1} \cdot (R)^T]^{-1} \cdot (c - R \cdot \hat{\beta})}{\frac{SSE}{n-k}}$$

$$F_{cal} = \frac{0.154}{0.293}$$

$$F_{cal} = 0.526$$

Este F calculado es muy pequeño, así que con seguridad no podemos rechazar la Hipótesis nula, es decir los coeficientes asociados a las pendientes son conjuntamente iguales a cero.

Estimaciones de EasyReg para la pregunta 2

Two-stage least squares:

Dependent variable:

$Y = I$

Characteristics:

I

First observation = 1(=1.1)

Last observation = 100(=25.4)

Number of usable observations: 100

Minimum value: -1.4614000E+001

Maximum value: 3.8290000E+001

Sample mean: 1.0564620E+001

X variables, including instrumental variables:

X(1) = r

X(2) = LAG1[Y]

X(3) = M

X(4) = G

X(5) = LAG1[M]

X(6) = 1

Endogenous X variable:

$Y^*(1) = r$

$Y^*(2) = \text{LAG1}[Y]$

Exogenous X variables:

$X^*(1) = 1$

2SLS estimation results for $Y = I$

Variables	2SLS estimate	t-value	[p-value]
r	2.3735809	10.579	[0.00000]
LAG1[Y]	2.400203	-7.827	[0.00000]
1	6.678923	1.538	[0.12393]

[The p-values are two-sided and based on the normal approximation]

Standard error of the residuals = 11.036741E-001

Residual sum of squares (RSS) = 11.815536E+001

Total sum of squares (TSS) = 20.476477E+003

R-square = 0.994230

Adjusted R-square = 0.994111

Effective sample size (n) = 100