TUTORIAL PARA REALIZAR LA PRUEBA DE COINTEGRACIÓN DE JOHANSEN EMPLEANDO EASYREG

Julio César Alonso C.

No. 28

Septiembre de 2011

APUNTES DE ECONOMÍA

ISSN 1794-029X

No. 28, Septiembre de 2011

Editor

Julio César Alonso C.

jcalonso@icesi.edu.co

Luis Eduardo Jaramillo

Vanessa Ospina López

Asistentes de Edición

Gestión Editorial

Departamento de Economía - Universidad Icesi

Apuntes de Economía es una publicación del Departamento de Economía de la Universidad Icesi, cuya finalidad es divulgar las notas de clase de los docentes y brindar material didáctico para la instrucción en el área económica a diferentes niveles. El contenido de esta publicación es responsabilidad absoluta del autor.

www.icesi.edu.co

Tel: 5552334 ext: 8398. Fax: 5551441

Calle 18 # 122-135 Cali, Valle del Cauca, Colombia

TUTORIAL PARA REALIZAR LA PRUEBA DE COINTEGRACIÓN DE JOHANSENEMPLEANDO EASYREG

Julio Cesar Alonso C[1].

Junio de 2011

Resumen

Este documento, de carácter pedagógico, presenta la prueba de cointegración de Johansen y muestra paso a paso como efectuar dicha prueba empleando el paquete estadístico EasyReg International. Este documento está diseñado para estudiantes de un curso introductorio al análisis de series de tiempo. Por su simplicidad, puede ser útil para economistas que estén trabajando con series de tiempo y quieran empezar el estudio del concepto de cointegración. Se supone un conocimiento previo de los conceptos básicos de series de tiempo.

Palabras Clave: EasyReg, Pruebas de cointegración, Prueba de Johansen

Abstract

This tutorial presents a brief introduction to the Johansen cointegration test and shows step by step how to conduct it using the statistical package EasyReg International. This document is designed for students in an introductory course on time series analysis. Thanks to its simplicity, the tutorial can be useful for economists who are working with time series and want to begin the study of the cointegration concept. This tutorial assumes a prior knowledge of the basic concepts of time series.

Keywords: EasyReg, Johansen cointegration test, Cointegration

[1] Profesor del Departamento de Economía y Director del Centro de Investigación en Economía y Finanzas (CIENFI) de la Universidad Icesi, jcalonso@icesi.edu.co.

Al terminar este tutorial usted estará en capacidad de:

- Efectuar la prueba de Johansen
- Probar restricciones del vector de cointegración
- Estimar una función de impulso respuesta.

Para este tutorial emplearemos datos trimestrales para la tasa de interés pagada en los Estados Unidos para los bonos del tesoro con vencimiento de 3 meses $\left(TBILL_t\right)$, 3 años $\left(r3_t\right)$ y 10 años $\left(r10_t\right)$, para el período 1960:I-1991:IV. Estos datos corresponden al ejercicio 4 del Capítulo 6 de Enders (1995). Lea los datos en EasyReg y compruebe que ambas series son $I\left(1\right)$. Nuestro Objetivo será determinar si existe una relación de largo plazo entre las tres tasas de interés. Es decir, determinar si las series se encuentran cointegradas o no.

1 Introducción.

Sea $\mathbf{y}_t = \left[TBILL_t \quad r3_t \quad r10_t\right]^T$, donde $\mathbf{y}_t$ es $I\left(1\right)$. De acuerdo al Teorema de Representación de Granger, bajo algunas condiciones de regularidad, si las variables contenidas en el vector $\mathbf{y}_t$ están cointegradas (poseen una relación de largo plazo), entonces el proceso $\mathbf{y}_t$ puede ser expresado como Modelo de Corrección de Errores Vectorial (Vector Error Correction Model (VECM)). Es decir si las series en $\mathbf{y}_t$ están cointegradas, entonces $\mathbf{y}_t$ se puede expresar como:

$$\Delta\mathbf{y}_{\mathbf{t}} = \Pi_0 + \Pi_1 t + a\mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1}\Gamma_i \Delta\mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t \ . \quad (1)$$

Donde $\Delta\mathbf{y}_{\mathbf{t}(M\times 1)} = \mathbf{y}_{\mathbf{t}(M\times 1)} - \mathbf{y}_{\mathbf{t}-1(M\times 1)}$, $\Pi_{0(M\times 1)}$ y $\Pi_{1(M\times 1)}$ son vectores columna de constantes, t representa la tendencia (escalar), $\upsilon_{t(M\times 1)}$ es un vector de variables aleatorias idénticamente independiente distribuidas con media cero y matriz de varianzas y covarianzas Σ, $\mathbf{z}_{t-1(r\times 1)} = \beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ corresponde a un vector columna de desequilibrios de largo plazo (β corresponde al vector de cointegración), $\alpha_{(M\times r)}$

corresponde a la matriz de ajustes a desequilibrios de largo plazo y $\Gamma_{i(M \times M)}$ corresponden a matrices de coeficientes que recogen la dinámica de corto plazo del sistema.

Note que (1) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \Pi_1 t + \alpha \beta^T \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t$$

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \Pi_1 t + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t \tag{2}$$

donde:

$$\Pi = \alpha \beta^T \ . \tag{3}$$

Además:

$$\Pi_1 = \alpha \gamma_1 \tag{4}$$

donde γ_1 corresponde a un vector de constantes cualquiera. Es importante anotar que (2) es una forma general, pero es posible que el VECM no posea tendencia o que no posea ni tendencia, ni intercepto. Este último caso no es considerado por EasyReg International.

La restricción (3) es conocida como restricción de cointegración en el parámetro de la tendencia (*cointegrating restrictions on the trend parameters*). Dada la restricción (4), el sistema (1) se puede reescribir como:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \alpha \left(\gamma_1 t + \beta^T \mathbf{y}_{t-1} \right) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t \tag{5}$$

Note que dado que $\Delta \mathbf{y_t}$ es estacionario $\left(I\left(0\right) \right)$ entonces $\gamma_1 t + \beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ tiene que ser estacionario, es decir $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ es estacionaria alrededor de una tendencia. Así, la restricción de cointegración en el parámetro del intercepto (4), permite la opción de que la combinación lineal de las variables en el vector $\mathbf{y_t}$ sea estacionaria alrededor de una tendencia.

Ahora, supongamos que el VECM dado en (1) no posee tendencia entonces el VECM se puede rescribir de la siguiente forma:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t \tag{6}$$

si existe un vector γ_0 tal que:

$$\Pi_0 = \alpha \gamma_0 \tag{7}$$

En este caso tendremos que (6) se transforma en:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \alpha\left(\gamma_0 + \beta^T \mathbf{y}_{t-1}\right) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t \tag{8}$$

Dado que $\Delta \mathbf{y_t}$ es estacionario $\left(I\left(0\right)\right)$ entonces $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ será estacionario con media diferente de cero. Es decir, supongamos por un momento que $\mathbf{y_t}$ es un vector bivariado con vector de cointegración $\beta = \left[1 \quad -1\right]^T$, entonces, $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ será estacionario con media diferente de cero, en otras palabras, la diferencia entre las dos variables del vector será más o menos constante igual a γ_0 durante todo el período. Así, la condición (7) se conoce como restricción de cointegración en el parámetro del intercepto (*cointegrating restrictions on the intercept parameters*). En caso que esta restricción no se invoque (y no se incluya una tendencia), entonces $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ corresponderá a un proceso estacionario con media cero!!.

Por lo tanto, tendremos 4 opciones para efectuar la prueba de Johansen:

i. Sólo intercepto, sin restricción de cointegración en el parámetro del intercepto (*Intercepts only, without cointegrating restrictions imposed*). Es decir:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t$$

ii. Sólo intercepto, con restricción de cointegración en el parámetro del intercepto (*Intercepts only, with cointegrating restrictions imposed*)

$$\Delta \mathbf{y_t} = \alpha\left(\gamma_0 + \beta^T \mathbf{y}_{t-1}\right) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t$$

iii. Intercepto y tendencia, sin restricción de cointegración en el parámetro de la tendencia (Intercepts and time trend, without cointegrating restrictions on the time trend parameter imposed)

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \Pi_1 t + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t$$

iv. Intercepto y tendencia, sin restricción de cointegración en el parámetro de la tendencia (Intercepts and time trend, without cointegrating restrictions on the time trend parameter imposed)

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \alpha\left(\gamma_1 t + \beta^T \mathbf{y}_{t-1}\right) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t$$

En caso que los datos sean de una frecuencia menor a la anual (es decir datos trimestrales o mensuales), EasyReg permitirá correr la prueba de Johansen para los casos i) y ii) incluyendo variables dummy que afecten el intercepto.

Regresando a los cuatro casos anteriormente expuestos, la pregunta será ¿cómo escoger entre los cuatro casos? Bierens (2003) advierte que el hecho que exista un *"drift"* en el proceso $\mathbf{y_t}$, no implica que se deba emplear una tendencia en el VECM. Bierens (2003) recomienda emplear una tendencia en el VECM si se puede observar gráficamente que todos o uno de los componentes de $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ es estacionario alrededor de una tendencia. En general, esto será difícil de detectar y por tanto tendremos que emplear pruebas estadísticas para determinar cuál es la mejor opción.

Regresando a la prueba de cointegración de Johansen en sí, es importante recordar que Johansen (1988) demostró que el número de vectores de cointegración para el vector $\mathbf{y_t}$ corresponde al rango de la matriz Π en el VECM dado por:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \Pi_0 + \Pi_1 t + \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{\mathbf{t}-i} + \upsilon_t$$

Así, Johansen sugirió estimar (2) (o cualquiera de los cuatro casos anteriormente discutidos) por el método de Máxima Verosimilitud. Y suponiendo que $\nu_t \sim N_M\left(0, \Sigma\right)$, Johansen diseño dos pruebas que permiten estimar (determinar) el rango de la matriz Π:

- El estadístico Lambda-Max (λ_{MAX}), que permite probar la hipótesis nula de que el número de vectores de cointegración es *r* versus la alterna que el número de vectores de cointegración es$r$+1.
- El estadístico Lambda-Traza (λ_{Trace}), que permite probar la hipótesis nula de que el número de vectores de cointegración es *r* versus la alterna que el número de vectores de cointegración es *M(número de variables en el vector estudiado)*.

Para ambos estadísticos, Johansen suministró los valores críticos que permiten tomar la decisión final.

La prueba de Johansen implica los siguientes pasos:

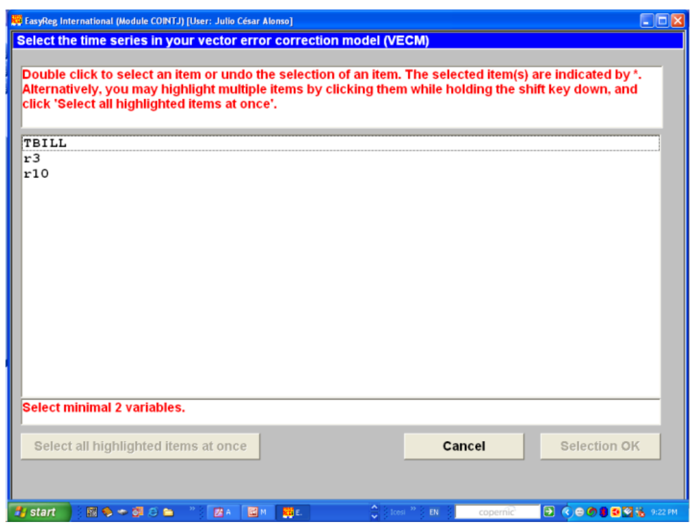
1) Determinar el caso más relevante para sus datos. En caso de duda, emplee el modelo más general
2) Determine el número de rezagos óptimo (p) para el modelo Multivariado por medio del criterio SBC.
3) Determine si el caso escogido es el más adecuado por medio de pruebas estadísticas. De ser necesario, regrese al paso 1)
4) Haga las pruebas de la Lambda traza y Max de Johansen y tome su decisión.

En las siguientes secciones se describirán los pasos para llevar a cabo la prueba de cointegración de Johansen.

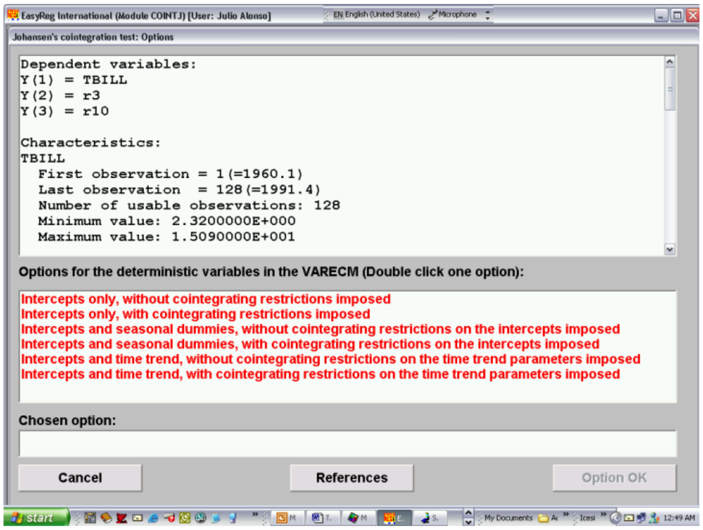
2 Determine el Número de Rezagos (*p*)

En la práctica no conocemos cuantos rezagos (*p*) emplear, así, el primer paso para efectuar la prueba de cointegración de Johansen es determinar el número de rezagos óptimo. Para determinar *p*, haga clic en "*Menu/Multiple equation Models/ Johansen's cointegration analysis*"

Observará la siguiente ventana.

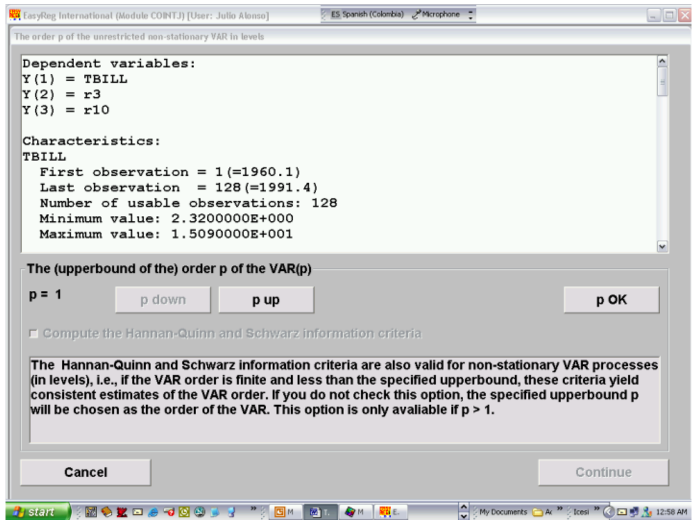


En esta ventana, usted debe escoger las variables que conforman el vector $\mathbf{y}_t$, en otras palabras, las variables que estarán involucradas en la prueba..Escoja las variables "TBILL", "r3" y "r10". Haga clic en "*Selection OK*". En la siguiente ventana deberá determinar si va a trabajar con toda la muestra o con parte de ella. En este caso trabajaremos con toda la muestra, por tanto, haga clic en "*No*" y en "*Continue*". Observará una ventana en la que se presentan un resumen de las estadísticas descriptivas más importantes de las variables seleccionadas. Haga clic en "*Continue*", observará la siguiente ventana.



En esta ventana usted debe escoger el tipo de modelo que desea emplear para realizar la prueba de cointegración. Note que en este caso, se espera que la diferencia entre la tasas de interés se mantenga constante a través del tiempo, en caso de estar relacionadas las variables. En otras palabras, se espera que $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ sea estacionario.

Además, no existe ninguna razón por la cual esperar que la diferencia entre las variables sea igual a cero. En otras palabras, no existe ninguna razón por la cual esperar que $\beta^T \mathbf{y}_{t-1}$ sea estacionario con una media de cero. Así, de acuerdo a nuestra discusión de la sección anterior, será mejor emplear el caso con sólo intercepto, con restricción de cointegración en el parámetro del intercepto. Haga doble clic en "*Intercepts only, with cointegrating restrictions imponed*"y posteriormente en "*Option OK*". Observará la siguiente ventana.



En esta ventana se puede escoger el número de rezagos (*p*) para estimar el VECM (y por tanto el VAR). Para aumentar el número de rezagos, haga clic en "*p up*".

En la práctica se puede determinar el número de rezagos minimizando el criterio de Schwarz (SBC) o el de Hannan-Quinn (HQ), en una versión multiecuacional. Así, inicialmente es importante escoger un p lo suficientemente grande y comparar los valores delos criterios SBC y HQ para diferentes rezagos.

Para efectuar esto, haga clic en "*p up*" hasta que *p* sea lo suficientemente grande, por ejemplo $p = 8$. Además haga clic en la opción "*Compute Hannan-Quinn, and Schwarz information criteria for p=1,…,8*". Esta última opción permite que EasyReg calcule los criterios SBC y HQ que nos servirán de base para tomar nuestra decisión en torno al número óptimo de rezagos. Haga clic en "*p OK*". En la ventana superior observará los siguientes resultados.

Tabla 2-1. Resultados del VAR con *p*=8.

```
Dependent variables:

Y(1) = TBILL
Y(2) = r3
Y(3) = r10

Characteristics:
TBILL

  First observation = 1(=1960.1)
  Last observation  = 128(=1991.4)
  Number of usable observations: 128
  Minimum value: 2.3200000E+000
  Maximum value: 1.5090000E+001
  Sample mean:   6.3959375E+000

r3
  First observation = 1(=1960.1)
  Last observation  = 128(=1991.4)
  Number of usable observations: 128
  Minimum value: 3.3700000E+000
  Maximum value: 1.5790000E+001
  Sample mean:   7.3666406E+000

r10
  First observation = 1(=1960.1)
  Last observation  = 128(=1991.4)
  Number of usable observations: 128
  Minimum value: 3.7900000E+000
  Maximum value: 1.4850000E+001
  Sample mean:   7.6299219E+000
```

Error correction model
(No cointegrating restrictions on the intercept parameters imposed)

z(t)-z(t-1) = A(1)(z(t-1)-z(t-2)) + ... + A(p)(z(t-p+1)-z(t-p)) + B.H'z(t-p) + c + u(t),

where:

1: z(t) is a 3-vector with components:
z(1,t) = TBILL(t)
z(2,t) = r3(t)
z(3,t) = r10(t)

2: H'z(t-p) = e(t-p), say, is the r-vector of error correction terms, with H the 3xr matrix of cointegrating vectors,

3: c is a 3-vector of constants,

4: u(t) is the 3-vector of error terms.

5: t = 1(=1960.0) + p,...,128(=1991.4).

Error correction model
(Cointegrating restrictions on the intercept parameters imposed)

z(t)-z(t-1) = A(1)(z(t-1)-z(t-2)) + ... + A(p)(z(t-p+1)-z(t-p)) + B.H'(z(t-p)',1)' + u(t),

Tabla 2 1. Resultados del VAR con p=8. (Cont.)

where:

1: z(t) is a 3-vector with components:
z(1,t) = TBILL(t)
z(2,t) = r3(t)
z(3,t) = r10(t)

2: H'(z(t-p)',1)' = e(t-p), say, is the r-vector of error correction
terms, with H the 4xr matrix of cointegrating vectors,

3: u(t) is the 3-vector of error terms.

4: t = 1(=1960.0) + p,...,128(=1991.4).

Information criteria:

p	Hannan-Quinn	Schwarz
1	-6.15843E+00	-5.54116E+00
2	-6.13531E+00	-5.04860E+00
3	-6.08902E+00	-4.52719E+00
4	-5.94161E+00	-3.89886E+00
5	-5.79194E+00	-3.26235E+00
6	-5.80219E+00	-2.77972E+00
7	-5.71068E+00	-2.18917E+00
8	-5.62564E+00	-1.59878E+00
p =	1	1

Remark: These estimates of p are only asymptotically correct

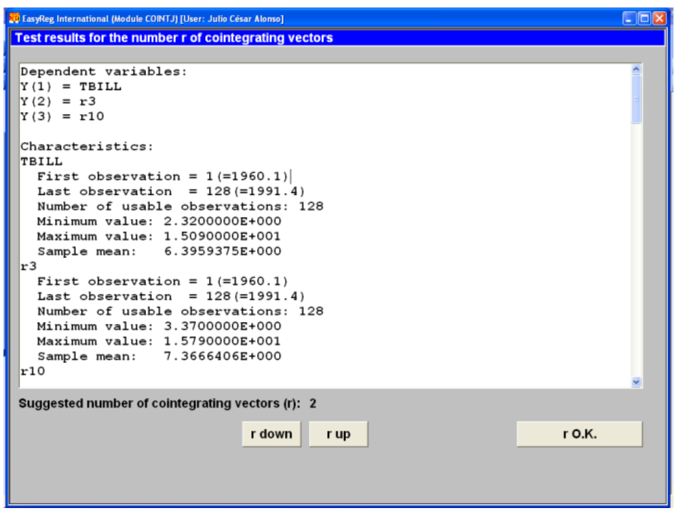
Noten que de acuerdo a estos resultados, el número óptimo de rezagos es de 1. Este resultado implica que deberíamos estimar el VECM para *p=1*. Es importante anotar que Enders (1995) sugiere estimar el VECM con 4 rezagos. En nuestro caso los resultados no soportan esta afirmación.

3 Prueba de Johansen

Así, estimaremos el siguiente modelo:

$$\Delta \mathbf{y_t} = \alpha\left(\gamma_0 + \beta^T \mathbf{y}_{t-1}\right) + \upsilon_t \tag{9}$$

Ajuste con el botón "*p down*" el número de rezagos a 1 y haga posteriormente clic en "*p OK*" y clic en "*Continue*". En la siguiente ventana observará los resultados de la prueba de Johansen. Observará la siguiente ventana.



En esta ventana encontrará los resultados de la pruebas de Lambda max y traza. EasyReg analizará automáticamente los resultados y recomendará el número de vectores de cointegración.(r). Es importante que usted también haga el análisis y no siga simplemente la recomendación de EasyReg. Si desea cambiar el número de vectores de cointegración, lo puede hacer por medio de los botones "*r down*" y "*r up*". En nuestro caso, al 95% de confianza se puede afirmar que existen dos vectores de cointegración (¿por qué?, asegúrese que está de acuerdo con esta afirmación). En otras palabras, las series están cointegradas!!

Pero, ¿es nuestra restricción de cointegración en el parámetro del intercepto correcta? Para constatar esto, haga clic en "*r O.K.*". Observará una ventana con los resultados de la estimación, incluyendo una prueba de razón de verosimilitud para comprobar la hipótesis nula de que la restricción es correcta. En este caso este estadístico es de .24, el cual sigue una distribución Chi-cuadrado con 1 grado de libertad. Dado lo pequeño del estadístico, no se puede rechazar la hipótesis nula. Por tanto, nuestros resultados son válidos y podemos continuar.

Es importante resaltar, que si la hipótesis nula hubiera sido rechazada, entonces lo recomendable sería regresar a estimar la prueba sin restricción de cointegración en el intercepto.

Tabla 3-1 Resultados de la prueba de máxima Verosimilitud para la restricción de cointegración en el parámetro del intercepto

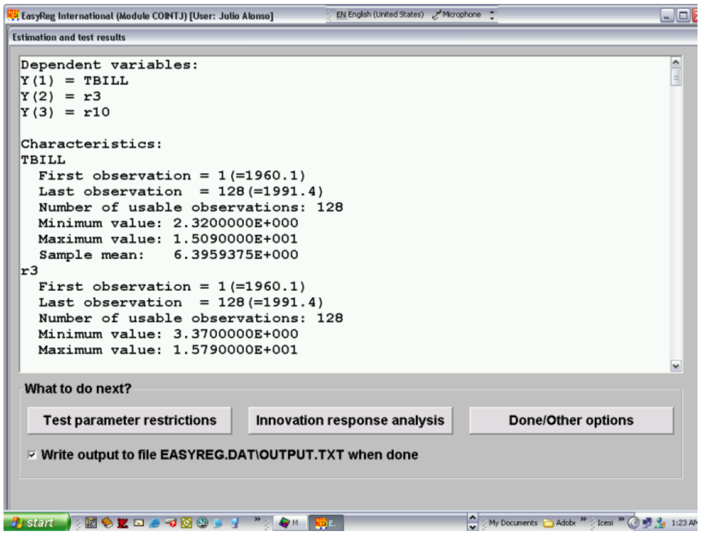
```
LR test of the null hypothesis that the
imposed restrictions on the intercept parameters hold:

Test statistic = .24
Asymptotic null distribution: Chi-square(1)
p-value = 0.62227

Significance levels:      10%       5%
Critical values:         2.71      3.84
Conclusions:            accept accept
```

4 Estimación del VECM

Haga clic en "*Continue*". Observará la siguiente ventana:



En esta ventana, usted podrá comprobar cualquier restricción lineal de los parámetros (*Test parameter restrictions*) o estimar la función impulso-respuesta (*Innovation response analysis*). En todo caso, los resultados que obtendrá de la estimación del modelo VEC son los siguientes:

Tabla 4-1. Resultados de la Prueba de Johansen con *p*=1.

```
Dependent variables:
Y(1) = TBILL
Y(2) = r3
Y(3) = r10

Characteristics:
TBILL
  First observation = 1(=1960.1)
  Last observation  = 128(=1991.4)
  Number of usable observations: 128
  Minimum value: 2.3200000E+000
  Maximum value: 1.5090000E+001
  Sample mean:   6.3959375E+000
r3
  First observation = 1(=1960.1)
  Last observation  = 128(=1991.4)
  Number of usable observations: 128
  Minimum value: 3.3700000E+000
  Maximum value: 1.5790000E+001
  Sample mean:   7.3666406E+000
r10
  First observation = 1(=1960.1)
  Last observation  = 128(=1991.4)
  Number of usable observations: 128
  Minimum value: 3.7900000E+000
  Maximum value: 1.4850000E+001
  Sample mean:   7.6299219E+000

Error correction model
(No cointegrating restrictions on the intercept parameters
imposed)
```

z(t)-z(t-1) = A(1)(z(t-1)-z(t-2)) + ... + A(p)(z(t-p+1)-z(t-p)) + B.H'z(t-p) + c + u(t),
where:

1: z(t) is a 3-vector with components:
z(1,t) = TBILL(t)
z(2,t) = r3(t)
z(3,t) = r10(t)

2: H'z(t-p) = e(t-p), say, is the r-vector of error correction terms, with H the 3xr matrix of cointegrating vectors,

3: c is a 3-vector of constants,

4: u(t) is the 3-vector of error terms.

5: t = 1(=1960.0) + p,...,128(=1991.4).

Information criteria:

p	Hannan-Quinn	Schwarz
1	-6.15843E+00	-5.54116E+00
2	-6.13531E+00	-5.04860E+00
3	-6.08902E+00	-4.52719E+00
4	-5.94161E+00	-3.89886E+00
5	-5.79194E+00	-3.26235E+00
6	-5.80219E+00	-2.77972E+00
7	-5.71068E+00	-2.18917E+00
8	-5.62564E+00	-1.59878E+00
p =	1	1

Remark: These estimates of p are only asymptotically correct.

Tabla 4-1. Resultados de la Prueba de Johansen con *p*=1. (Cont.)

Chosen VAR(p) order: p = 1

Error correction model
(Cointegrating restrictions on the intercept parameters imposed)

z(t)-z(t-1) = B.H'(z(t-1)',1)' + u(t),
where:

1: z(t) is a 3-vector with components:
z(1,t) = TBILL(t)
z(2,t) = r3(t)
z(3,t) = r10(t)

2: H'(z(t-1)',1)' = e(t-1), say, is the r-vector of error correction
terms, with H the 4xr matrix of cointegrating vectors,

3: u(t) is the 3-vector of error terms.

4: t = 2(=1960.2),...,128(=1991.4).

Matrix Skk:

48.8574898	54.7864307	55.929585	6.4102362
54.7864307	62.3294291	63.9748063	7.3786614
55.929585	63.9748063	65.8814283	7.632126
6.4102362	7.3786614	7.632126	1

Matrix Sko[Soo^-1]Sok:

1.2104421 1.0207675 0.8563314 0.0971271

```
1.0207675 0.9208583 0.7820178 0.0850236
0.8563314 0.7820178 0.665532  0.0716141
0.0971271 0.0850236 0.0716141 0.0106421

Generalized Eigenvalues of Sko[Soo^-1]Sok w.r.t. Skk:
0.2032442 0.1465583 0.0241664 0

Corresponding Eigenvectors:
-0.610131  -0.2302443 -0.0677933 -0.1304981
1          1          0.1658258  1
-0.4352796 -0.7810051 -0.2222619 -0.9988714
-0.1815894 0.1120422  1          -0.0766235



LR test (Lambda-max test) of the null hypothesis that there
are r
cointegrated vectors against the alternative that there are r
+ 1
cointegrated vectors
Table 3:  Restrictions on intercept imposed.
        C.f. Johansen & Juselius (1990), Table A3
                    critical values     conclusions:
  r test statistic    20%  10%   5%      20%    10%     5%
  0           28.9   17.5 19.8 21.9   reject reject reject
  1           20.1   11.6 13.8 15.8   reject reject reject
  2            3.1    5.9  7.6  9.1   accept accept accept

LR test (trace test) of the null hypothesis that there are at
most r
cointegrated vectors against the alternative that there are
3
cointegrated vectors
```

Tabla 4-1. Resultados de la Prueba de Johansen con *p*=1. (Cont.)

Table 4: Restrictions on intercept imposed.

C.f. Johansen &Juselius (1990), Table A3

		critical values			conclusions:		
r	test statistic	20%	10%	5%	20%	10%	5%
2	3.1	5.9	7.6	9.1	accept	accept	accept
1	23.2	15.4	18.0	20.2	reject	reject	reject
0	52.1	28.8	32.1	35.1	reject	reject	reject

Conclusion: r =2

Standardized cointegrating vectors:

-0.610131	-0.2302443	TBILL
1	1	r3
-0.4352796	-0.7810051	r10
-0.1815894	0.1120422	1

Error correction model

(Cointegrating restrictions on the intercept parameters imposed)

z(t)-z(t-1) = B.H'(z(t-1)',1)' + u(t),

where:

1: z(t) is a 3-vector with components:

z(1,t) = TBILL(t)

z(2,t) = r3(t)

z(3,t) = r10(t)

2: H'(z(t-1)',1)' = e(t-1), say, is the 2-vector of error correction

terms, with H the 4x2 matrix of cointegrating vectors: H =

-0.610131 -0.2302443

1 1

```
-0.4352796 -0.7810051
-0.1815894 0.1120422



3: u(t) is the 3-vector of error terms.

4: t = 2(=1960.2),...,128(=1991.4).

ML estimation results for the VECM:
Parameter names:
Elements of the matrix B: b(i,j)

Equation 1: DIF1[TBILL]
Parameter ML estimate
b(1,1)      -0.123927
b(1,2)      -0.604644

s.e.:      8.77981E-01
R-Square:       0.0314
n:               127

Equation 2: DIF1[r3]
Parameter ML estimate
b(2,1)      -0.512023
b(2,2)      -0.535323

s.e.:      6.85392E-01
R-Square:       0.1047
n:               127
```

Tabla 4-1. Resultados de la Prueba de Johansen con *p*=1. (Cont.)

Equation 3: DIF1[r10]

Parameter ML estimate

b(3,1) -0.489511

b(3,2) -0.168490

s.e.: 5.03999E-01

R-Square: 0.1217

n: 127

ML estimate of the variance matrix of u(t):

0.7587109 0.5167931 0.3294105

0.5167931 0.4623647 0.3227964

0.3294105 0.3227964 0.2500151

Error correction term 1 = r3(-1)
-0.610131*TBILL(-1)
-0.435280*r10(-1)
-0.181589

Error correction term 2 = r3(-1)
-0.230244*TBILL(-1)
-0.781005*r10(-1)
+0.112042

Remark: If you choose to conduct innovation response analysis,
this model will be used.

LR test of the null hypothesis that the
imposed restrictions on the intercept parameters hold:

Test statistic = .24

Asymptotic null distribution: Chi-square(1)

p-value = 0.62227

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.71 3.84
Conclusions: accept accept

The cointegrating vectors are calculated without imposing restrictions on the intercept parameters.

Standardized cointegrating vectors:

-0.5883823	-0.2143494	TBILL
1	1	r3
-0.4553906	-0.7944982	r10

Remark: This result will be used to test restrictions on the cointegrating vectors.

Error correction model
(No cointegrating restrictions on the intercept parameters imposed)

z(t)-z(t-1) = B.H'z(t-1) + c + u(t),
where:
1: z(t) is a 3-vector with components:
z(1,t) = TBILL(t)
z(2,t) = r3(t)
z(3,t) = r10(t)
2: H'z(t-1) = e(t-1), say, is the 2-vector of error correction terms, with H the 3x2 matrix of cointegrating vectors: H =

-0.5883823	-0.2143494
1	1
-0.4553906	-0.7944982

3: c is a 3-vector of constants,
4: u(t) is the 3-vector of error terms.
5: t = 2(=1960.2),...,128(=1991.4).

Tabla 4-1. Resultados de la Prueba de Johansen con *p*=1. (Cont.)

ML estimation results for the VECM:

Parameter names:

Elements of the matrix B: b(i,j)

Components of the vector c: c(i)

Equation 1: DIF1[TBILL]

Parameter ML estimate

b(1,1) -0.147371

b(1,2) -0.605991

c(1) -0.011399

s.e.: 8.80632E-01

R-Square: 0.0334

n: 127

Equation 2: DIF1[r3]

Parameter ML estimate

b(2,1) -0.558959

b(2,2) -0.503061

c(2) 0.052935

s.e.: 6.87758E-01

R-Square: 0.1058

n: 127

Equation 3: DIF1[r10]

Parameter ML estimate

b(3,1) -0.521294

b(3,2) -0.147602

c(3) 0.082294

```
s.e.:      5.05825E-01
R-Square:       0.1224
n:                127

ML estimate of the variance matrix of u(t):
0.7571943 0.5158995 0.3288535
0.5158995 0.4618382 0.3224684
0.3288535 0.3224684 0.2498151

Error correction term 1 = r3(-1)
                          -0.588382*TBILL(-1)
                          -0.455391*r10(-1)
Error correction term 2 = r3(-1)
-0.214349*TBILL(-1)
                          -0.794498*r10(-1)
```

De estos cálculos podemos encontrar diferentes resultados: por ejemplo, todos los parámetros del modelo $\Delta\mathbf{y_t} = \alpha\left(\gamma_0 + \beta^T \mathbf{y}_{t-1}\right) + \upsilon_t$ pueden ser encontrados.

5 Función Impulso-Respuesta.

Si desea estimar la función impulso-respuesta a partir del modelo estimado, simplemente haga clic en "*Innovation response analysis*". Este procedimiento funciona al igual que lo aprendimos en el tutorial anterior.

6 Referencias

- Bierens, H. J. (2011), "EasyReg International", Department of Economics, Pennsylvania State University (http://econ.la.psu.edu/~hbierens/EASYREG.HTM)

- Enders, Walter. 1995. *Applied Econometric Time Series*: John Wiley & Sons.

- Johanse, Sørensen. 1988. "Statistical analysis of cointegration vectors." *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12:2, pp. 231-54.