

Econometría 06216
Examen Final
Cali, Martes 23 de Noviembre de 2004

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **12** páginas; además, deben tener dos hojas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

I. Selección Múltiple (40 puntos en total, 1 punto por cada subparte)

Seleccione la opción más indicada en la hoja de respuestas que encontrará al final de este examen (página 12). (No es necesario justificar su respuesta)

1. El valor esperado de una variable aleatoria es:
 - a) Similar a la media muestral, pero para una población.
 - b) La suma (o la integral) de las probabilidades asociadas a cada valor posible de una variable aleatoria.
 - c) El producto de las probabilidades asociadas a cada valor posible de una variable aleatoria.
 - d) La suma de los valores del conjunto dividida por el número de observaciones.
2. La **mejor** forma de detectar **Multicolinealidad** en un modelo de regresión estimado es:
 - a) Estar alerta por la posibilidad t-estadísticos bajos.
 - b) Estar alerta por la posibilidad de un F-global alto.
 - c) Determinar el grado de correlación entre las variables independientes por medio del determinante de la matriz de correlaciones.
 - d) a) y b)
3. Si usted sospecha que la varianza del error en su modelo, σ_i^2 , es proporcional a Z_i^2 , su variable de ponderación para efectuar Mínimos Cuadrados Ponderados (MCO) debe ser:
 - a) Z_i^2 .
 - b) Z_i .
 - c) $1/Z_i$.
 - d) $1/Z_i^2$.
4. El modelo de regresión lineal incluye un termino aleatorio por diferentes razones, entre las cuales **NO** se encuentra:
 - a) Errores de medición en las variables observadas
 - b) Las variables empleadas en la regresión no corresponden exactamente a sus contrapartes teóricas.
 - c) Existen errores de aproximación al momento de calcular los estimadores MCO
 - d) La forma funcional lineal es solamente una aproximación a la relación real entre las regresores y la variable dependiente.

5. Considere un termino de error estocástico ε_t que se comporta de la siguiente forma:

$$\varepsilon_t = \rho_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + \rho_3 \cdot \varepsilon_{t-3} + \rho_4 \cdot \varepsilon_{t-4} + \rho_5 \cdot \varepsilon_{t-5} + \rho_6 \cdot \varepsilon_{t-6} + \rho_7 \cdot \varepsilon_{t-7} + u_t$$
 donde u_t es un termino aleatorio de error que cumple los supuestos clásicos. Éste es un modelo de:
 - a) correlación serial de orden 6.
 - b) correlación serial de orden 5.
 - c) Tipo VII.
 - d) Ninguna de las anteriores.
6. El método de Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP)...
 - a) Es un caso especial de MCO.
 - b) Asigna menos influencia a los valores pequeños de Y y más influencia a los valores grandes de Y.
 - c) Asigna menos peso a las observaciones donde los datos presentan mayor ruido, y más peso a las observaciones donde los datos presentan menor ruido.
 - d) Requiere variables adicionales.
7. Lo ideal es que todos los regresores de un modelo de regresión lineal múltiple sean ortogonales entre sí, es decir sean linealmente independientes. La razón de esto es que:
 - a) los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la inclusión o exclusión de variables.
 - b) los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la inclusión o exclusión de observaciones.
 - c) el efecto de cada una de los regresores sobre la variable explicativa es estimado de una manera más exacta.
 - d) Todas las anteriores
8. Si se utiliza un computador para generar 60 observaciones y así construir una variable aleatoria (dependiente) Y, y de la misma forma se generan 60 observaciones para cincuenta variables independientes (X_1, X_2, \dots, X_{50}). Entonces
 - a) Una regresión de Y sobre estas 50 variables, tendrá como resultado un R^2 relativamente alto.
 - b) Una regresión de Y sobre estas 50 variables, tendrá como resultado un intercepto igual al valor medio de Y.
 - c) Si se aplica minería de datos (data mining), se puede obtener que algunos coeficientes de pendiente son estadísticamente significativos, pero estos resultados son espurios ya que por

- construcción se sabe que las pendientes son iguales a cero.
- d) Si se aplica minería de datos (data mining), no es posible que se obtenga como resultado que las variables son significativas ya que por construcción las pendientes son iguales a cero.
9. Si X y Z son dos variables aleatorias, entonces $E[X-Z]$ es igual a:
 - a) $E[X] - E[Z] + 2 E[XZ]$
 - b) $E[X] + E[Z]$
 - c) Igual que $E[Z-X]$
 - d) $E[X] - E[Z]$
 10. Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG)...
 - a) Incluye los Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP) como un caso especial.
 - b) Incluye los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) como un caso especial.
 - c) No requiere del supuesto de no multicolinealidad perfecta.
 - d) a y b
 10. Si $Y_t = Y_0(1+r)^t$, donde Y_t es el valor de la variable Y en el período t ; Y_0 es el valor inicial de la variable Y ; la tasa de crecimiento compuesta de Y . Suponiendo que se cuenta con información para Y_t para $t = 5, 6, \dots, 100$ ¿Qué se necesita hacer en este modelo para poder estimar r ?
 - a) Poner $\ln Y_t$ en función de t y un término constante.
 - b) Poner $\ln Y_0$ en función de $\ln Y_t$ y un término constante.
 - c) Poner $\ln Y_t$ en función de t , y sin término constante.
 - d) Poner $\ln Y_t$ en función de $\ln Y_0$, t y un término constante.
 11. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la correlación es verdadera?
 - a) Una correlación igual a cero significa que no hay una relación estadística entre las dos variables.
 - b) Si hay una alta correlación positiva entre dos variables, la gráfica de dispersión mostrará una línea con pendiente empinada positiva
 - c) Si hay una correlación negativa entre dos variables, la gráfica de dispersión mostrará puntos alrededor de una línea con pendiente negativa.
 - d) Si hay una correlación cercana a +1 entre dos variables, la gráfica de dispersión mostrará puntos alrededor de una línea con pendiente positiva, la cual puede llegar a ser muy empinada o muy plana.
 12. Sean SST, SSE y SSR suma de los cuadrados de la variabilidad total, la suma de los cuadrados de los errores y la suma cuadrada de la regresión. Ahora suponga que para una regresión múltiple con intercepto se tiene que $SSE > 0$. Entonces tiene que ser cierto que:
 - a) $SST < SSR$.
 - b) $SSE < SSR$.
 - c) $SSE > SSR$.
 - d) Ninguna de las anteriores.
 13. Si X tiene media=10, varianza=9; Y tiene media= 5 , varianza= 16; y la covarianza de estas dos variables aleatorias es -6, Entonces:
 - a) $\text{Var}[X+Y] = 12$
 - b) $\text{Var}[2X+2Y] = -2$
 - c) $\text{Var}[X-2Y] = 97$
 - d) $\text{Var}[X-Y] = 13$
 14. ¿Cuál de los siguientes modelos **NO** puede ser estimado por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)?
 - a) $y_i = \alpha L_i^\beta K_i^{1-\beta} \varepsilon_i$
 - b) $y_i = \alpha L_i^\beta e^{K_i^{1-\beta}} \varepsilon_i$
 - c) $1/y_i = e^{L_i^\beta e^{K_i^{1-\beta}}} \varepsilon_i$
 - d) ninguna de las anteriores.
 15. El muestreo por conglomerados es mucho más conveniente que el muestreo estratificado si:
 - a) El tamaño de la población es muy grande.
 - b) La población es homogénea
 - c) Existen pocos grupos en la población
 - d) Ninguna de las anteriores.
 16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?
 - a) nunca observamos el verdadero término aleatorio de error de un modelo de regresión.
 - b) nunca observamos los residuos de un modelo de regresión estimado.
 - c) si el término aleatorio de error para una observación es negativo, el residuo estimado para esta observación puede ser positivo.
 - d) si el residuo estimado para una observación es cero, entonces para esa observación el término aleatorio de error puede también ser cero.
 17. Imaginase que usted corre una regresión de los ingresos individuales en función de una constante, una variable binaria (“Hombre”) que toma el valor de uno si el individuo es

hombre y cero en caso contrario y otra variable binaria (“Mujer”) que toma el valor de uno si el individuo es mujer y cero en caso contrario. Dado que típicamente los ingresos de las mujeres son menores que el de los hombres, usted esperará:

- a) El coeficiente asociado a la variable “Hombre” tenga un signo positivo y para la variable “Mujer” tenga signo negativo.
- b) Los dos coeficientes (el asociado a la variable “Hombre” y el asociado a “Mujer”) se encuentran a la misma distancia del intercepto, pero uno por encima y el otro por debajo.
- c) El coeficiente asociado a la variable “Mujer” tenga un signo positivo y para la variable “Hombre” tenga signo negativo.
- d) Ninguno de los anteriores.

18. Suponga que el modelo verdadero es:

$$QU_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot PU_t + \beta_2 \cdot PR_t + \varepsilon_t,$$

donde QU_t es la cantidad demandada de sombrillas en el período t , PU_t es el precio de las sombrillas en el período t y ε_t es el termino estocástico para el período t . Suponga, que el siguiente modelo es estimado:

$$\hat{Q}U_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot PU_t + \hat{\beta}_2 \cdot PR_t + \hat{\beta}_3 \cdot DMON_t,$$

donde $DMON_t$ es una variable dummy que toma el valor de 1 si la observación corresponde a un lunes y 0 en caso contrario. La estimación del modelo mal especificado provocará:

- a) no existirá sesgo ni en $\hat{\beta}_1$, ni en $\hat{\beta}_2$.
 - b) sesgo positivo tanto en $\hat{\beta}_1$ como en $\hat{\beta}_2$.
 - c) sesgo negativo tanto en $\hat{\beta}_1$ como en $\hat{\beta}_2$.
 - d) existirá sesgo tanto en $\hat{\beta}_1$ como en $\hat{\beta}_2$ pero no podemos determinar la dirección del sesgo.
19. Suponga que se cuenta con información diaria (días laborales) y existe un problema de correlación serial a una frecuencia semanal. Entonces, si u_t es un termino aleatorio de error que cumple los supuestos clásicos, la forma apropiada de representar esta correlación serial es:
- a) $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$.
 - b) $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-4} + u_t$.
 - c) $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-24} + u_t$.
 - d) Ninguna de las anteriores.
20. Considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0, i = 1, \dots, n.$$

Para esta regresión tendremos que:

- a) $R^2 = 1.0$.
 - b) $R^2 = 0.50$.
 - c) R^2 no puede ser calculado con la información dada.
 - d) Ninguna de las anteriores.
21. Para un modelo de regresión estimado suponga que $SSE = (1/3) \cdot SSR$ donde SSR representa la suma de los cuadrados explicada por el modelo y SSE corresponde a la suma de los residuos la cuadrado. Entonces:
- a) $R^2 = 1.0$.
 - b) $R^2 = 0.75$
 - c) $R^2 = 0.25$
 - d) $R^2 = 0.33$

22. ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?

- a) El término de error es homoscedástico
- b) El término de error no tiene autocorrelación
- c) ninguno de los anteriores
- d) a) y b) son ciertos

23. Considere una regresión que emplea datos trimestrales y variables dummy estacionales definidas de la siguiente forma:

$$X_{1t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al primer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al segundo trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{3t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al tercer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

Ahora considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{S}_t = 15,600 - 4,500 \cdot X_{1t} + 300 \cdot X_{2t} + 62,500 \cdot X_{3t}$$

para $t = 1, \dots, n$ donde S_t corresponden a las ventas (medidas en dólares) de un local de souvenirs en una playa de un Resort en el periodo t . De acuerdo a este modelo:

- a) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$15,600.
 - b) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$15,250
 - c) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$11,100.
 - d) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$63,500.
24. De acuerdo al modelo de regresión estimado en el problema 23:
- a) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$15,250

- b) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$78,100
 - c) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$20,500.
 - d) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$62,250.
25. Suponga que la variable dummy X_{2t} en el problema 23 se redefine de la siguiente manera:

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al cuarto trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

Suponiendo que X_{1t} y X_{3t} siguen definidas como en el problema 23, entonces:

- a) el valor estimado para el término constante del modelo será ahora 15,900
 - b) el valor estimado para el término constante del modelo será ahora 15,600.
 - c) el valor estimado para el término constante del modelo será ahora 300.
 - d) el valor estimado para el término constante del modelo será ahora -4,500.
26. Suponga que la variable dummy X_{2t} es definida como en el problema 25, mientras que X_{1t} y X_{3t} siguen definidas como en el problema 23, entonces:

- a) (a) el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -61,900.
- b) el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -300.
- c) el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -62,500.
- d) el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -450.

27. Considere el siguiente modelo de regresión estimado:

$$\hat{Y} = 0.32 + 1.54 \cdot X_1 + 2.33 \cdot X_2 - 1.22 \cdot X_3$$

(0.11) (0.26) (0.45) (1.01)

donde los números entre paréntesis son los errores estándar. Suponga que la muestral es de tamaño 22 y considere la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0: \beta_1 = 1.0 \quad \text{Vs} \quad H_A: \beta_1 \neq 1.0$$

el estadístico t (redondeando a tres dígitos) será:

- a) 2.077
 - b) 5.923
 - c) 5.392
 - d) 5.178
28. Considere el siguiente modelo estimado:

$$C_i = 11.11 - 2.34PC_i$$

donde C_i es la cantidad de carne demandada por semana (en libras) por el hogar i y PC_i es el precio de la carne (en miles de pesos) por libra. Se puede afirmar que:

- a) la elasticidad precio de la demanda es -2.34.
 - b) la carne es un bien elástico.
 - c) (a) y (b) son ciertas.
 - d) ninguna de las anteriores afirmaciones son ciertas.
29. Considerando la misma situación planteada en el problema 28, pero asumiendo que también se incluye el precio del pollo (en miles de pesos) por libra, PP_i , obteniéndose el siguiente modelo:

$$C_i = 9.45 - 1.23PC_i + 0.32PP_i$$

entonces el modelo estimado implica que:

- a) el pollo es un bien normal.
- b) la carne y el pollo son bienes sustitutos.
- c) la carne y el poyo son bienes complementarios.
- d) la carne es un bien normal.

30. Considere el siguiente modelo estimado:

$$\hat{H}_i = 1.32 + 2.02 \cdot W_i - 2.38 \cdot C_i$$

para $i = 1, \dots, n$ y donde H_i es el número de horas por semana laboradas por el trabajador i (medido en horas), W_i representa el salario (medidos en miles de pesos por hora) del trabajador i y C_i es el número de niños menores de 10 años que tiene el trabajador i . Entonces, de acuerdo a esta ecuación estimada de oferta de trabajo, si el trabajador i recibe \$21,520 por hora y no tiene hijos, entonces el número de horas ofrecidas será (redondeando):

- a) 45.3 horas
 - b) 43.5 horas
 - c) 44.8 horas
 - d) 42.1 horas
31. Considere nuevamente el modelo estimado en la Pregunta 30. Para un aumento de una unidad tanto en el salario como en el número de niños y redondeando, la cantidad de trabajo ofrecido sufrirá:
- a) Una disminución de 0.36 horas.
 - b) Un aumento de 0.63 horas.
 - c) Un aumento de 4.40 horas.
 - d) Un disminución de 5.72 horas.
32. De acuerdo al modelo estimado en la Pregunta 30, una mujer que acaba de dar a luz a dos mellizos:
- a) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 4.76 horas.

- b) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 2.38 horas.
 c) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 1.19 horas.
 d) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 7.14 horas.
33. Considere un programador quien gana \$92,000 por hora desarrollando páginas Web. Si ésta persona posee 3 niños menores de 10 años, entonces de acuerdo al modelo estimado en la Pregunta 30 el número de horas ofrecidas será:
 a) 100.04 horas.
 b) 140.02 horas.
 c) 170.02 horas.
 d) 180.02 horas.
34. Recuerde que la variable H_i en la Pregunta 30 mide la cantidad de trabajo ofrecido, en horas, por semana. Un problema estadístico serio que aparece al emplear un modelo como el estimado en la Pregunta 30 para describir el comportamiento de la oferta de trabajo semanal es:
 a) el efecto de los hijos menores en la oferta de trabajo definitivamente debería ser más fuerte.
 b) el efecto de los hijos menores en la oferta de trabajo definitivamente debería ser más débil.
 c) permite un número negativo de horas ofrecidas si el número de niños menores de 10 años es cero.
 d) ninguna de las anteriores.
35. Recuerde que la variable W_i en la Pregunta 30 está medida en miles de pesos por hora. Suponga que ahora la variable W_i fuera medida en pesos por hora. Entonces, el modelo estimado cambiará de la siguiente manera:
 a) el coeficiente estimado asociado con W_i será 20.202.
 b) el coeficiente estimado asociado con C_i será 23.802.
 c) el coeficiente estimado asociado con W_i será 0.00202.
 d) el coeficiente estimado asociado con W_i será 0.0202.
36. Compare los siguientes dos modelos estimados:
 Modelo I: $\hat{Y}_i = -0.45 + 2.34 \cdot X_i$
 Modelo II: $\hat{Y}_i = -0.24 + 13.8 \cdot X_i$
 La siguiente afirmación es verdadera:
 a) El Modelo I y el Modelo II fueron estimados a partir de la misma muestra, pero el primero fue estimado por MCO y el segundo por el método de Máxima Verosimilitud.
 b) El Modelo I y el Modelo II fueron estimados por el Método MCO, pero de muestras diferentes.
 c) Con seguridad las variables explicatorias y dependientes de los dos modelos representan variables económicas diferentes.
 d) ninguna de las anteriores.
37. ¿Cuál de los siguientes modelos no se puede estimar por medio del método de MCO?
 a) $y_i = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 X_i} + \mu_i$
 b) $y_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_i^2 + \mu$
 c) $y_i = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 X_i} + \mu_i$
 d) $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^2 + \mu$
38. Sean y_i , X_{1i} y X_{2i} las Unidades consumidas de la bebida energética marca A en el municipio i, su precio unitario en pesos en el municipio i y el precio unitario en pesos de la competencia en el municipio i. Se desea determinar si ante un incremento de 1% en el precio de la bebida energética marca A, el número de unidades consumidas de esta bebida descende en 0.5 unidades.
 a) $y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$.
 b) $y = \beta_0 + \beta_1 \log(X_1) + \beta_2 X_2 + e$.
 c) $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 \log(X_1) + \beta_2 X_2 + e$.
 d) $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$.
39. Una consecuencia de un término aleatorio de error autocorrelacionado es que:
 a) Los parámetros del modelo no se pueden estimar
 b) Los estimadores MCO son sesgados
 c) Los valores t no son los adecuados
 d) a) y b) son ciertos.
40. Una de las implicaciones de emplear muestras aleatorias es:
 a) Los estimadores serán insesgados.
 b) Los estimadores son eficientes.
 c) Para muestras grandes podemos emplear el Teorema del Límite Central para hacer inferencia sobre todos los parámetros poblacionales.
 d) Ninguna de las anteriores.

II. (10 Puntos)

Considere el siguiente modelo:

$$Q_t^D = \alpha_1 + \alpha_2 y_t + \alpha_3 \ln(p_t) + \alpha_4 Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$Q_t^O = \beta_1 + \beta_2 \ln(p_t) + \mu_t \quad (2)$$

donde Q_t^D , Q_t^O , y_t y p_t representan el número de carros demandados, número de carros ofrecidos, el ingreso per cápita y el precio unitario de carros en el año t, respectivamente.

- Explique en general en que consiste el problema de identificación. **(5 puntos)**
- Determine la identificación de cada una de las ecuaciones del sistema, Y explique que método se puede emplear para estimar cada una de las ecuaciones. **(5 puntos)**

III. (20 Puntos)

La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econometrista de planta. La última tarea que le fue asignada al econometrista, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econometrista no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. (M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año i , $X_{1,i}$ representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año i , y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) en el año i).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda **brevemente** a cada una de las siguientes preguntas:

- Escriba el **modelo** estimado por el econometrista **(4 Puntos)**
- Explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista. ¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? Sea lo más preciso **(10 puntos)**
- Interprete el significado de cada coeficiente estimado (del modelo corregido). Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. **(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**.

IV. (30 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida y_t de sus productos (en 100,000 unidades) sigue la siguiente relación: $y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t$ para $t=1, 2, \dots$

donde X_{2t} representa el logaritmo del tiempo de propaganda en televisión en el periodo t (medido en horas) y X_{3t} denota el logaritmo del número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E(u_t) = 0 \quad \text{Var}(u_t) = \sigma^2 (X_{3t} + X_{2t})^2 \quad E(u_j u_i) = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

- ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**
- Claramente determine cuál de esos supuestos no se cumple en el modelo planteado por el empresario y determine como podría solucionar el problema y ¿por qué dicha solución funcionará?. Sea lo más claro posible. **(7 puntos)**
- Después de realizar las transformaciones del caso, para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad X^T y = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) **(5 puntos – medio punto cada uno)**

- d) Encuentre los estimadores MELI de los β 's del modelo. (8 Puntos)
 e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.(5 Puntos)

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:

$Y = \ln[M]$

Characteristics:

$\ln[M]$

First observation = 1(=1901)

Last observation = 100(=2000)

Number of usable observations: 100

Minimum value: 2.1149950E+005

Maximum value: 1.6273217E+006

Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:

$X(1) = \ln[X1]$

$X(2) = \ln[X2]$

$X(3) = 1$

Model:

$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$

where U is the error term, satisfying

$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	45.42551	1.324	1.393
		[0.18561]	[0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256
		[0.01109]	[0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326

Standard error of the residuals = 389.910612

Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592

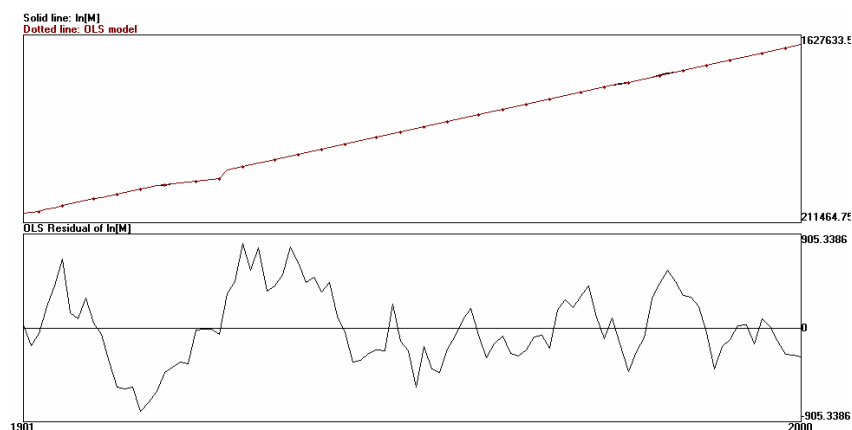
Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000

R-square = 0.999999

Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: $F(2,97) = 57.95$

p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 2.36 3.09
 Conclusions: reject reject
 Test for first-order autocorrelation:
 Durbin-Watson test = .339159
 REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.
 Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818
 Null hypothesis: The errors are normally distributed
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.50162
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99
 Conclusions: accept accept
 Breusch-Pagan test = 13.934181
 Null hypothesis: The errors are homoskedastic
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.00094
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99
 Conclusions: reject reject



Box-Pierce Q statistics for $Y(t)$, $t=1(=1901)$ to $100(=2000)$, where
 $Y(t) = \text{OLS Residual of } \ln[M]$
 $Q(1)=68.41$
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 2.71 3.84
 Conclusions: reject reject
 $Q(2)=113.35$

p-value = 0.00000		
Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	reject	reject
Q(3)=139.09		
p-value = 0.00000		
Significance levels:	10%	5%
Critical values:	6.25	7.81
Conclusions:	reject	reject
Q(4)=153.86		
p-value = 0.00000		
Significance levels:	10%	5%
Critical values:	7.78	9.49
Conclusions:	reject	reject
Q(5)=159.27		
p-value = 0.00000		
Significance levels:	10%	5%
Critical values:	9.24	11.07
Conclusions:	reject	reject

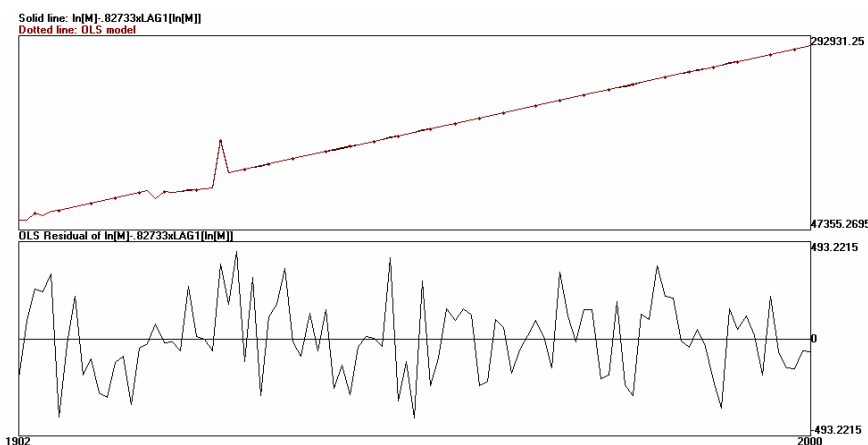
Dependent variable:			
Y = ln[M]-.82733xLAG1[ln[M]]			
Characteristics:			
ln[M]-.82733xLAG1[ln[M]]			
First observation = 2(=1902)			
Last observation = 100(=2000)			
Number of usable observations: 99			
Minimum value: 4.7355270E+004			
Maximum value: 2.9285731E+005			
Sample mean: 1.7073276E+005			
X variables:			
X(1) = ln[X1]-.82733xLAG1[ln[X1]]			
X(2) = ln[X2]-.82733xLAG1[ln[X2]]			
X(3) = 1			
Model:			
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,			
where U is the error term, satisfying			
E[U X(1),X(2),X(3)] = 0.			
OLS estimation results			
Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)

		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951	3211.920
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	31.91444	0.707	0.663
		[0.47961]	[0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712	-0.706
		[0.47628]	[0.48032]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
 [The two-sided p-values are based on the normal approximation]
 Effective sample size (n) = 99
 Variance of the residuals = 47769.880828
 Standard error of the residuals = 218.563219
 Residual sum of squares (RSS)= 4585908.559485
 Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000
 R-square = 0.69991
 Adjusted R-square = 0.999991
 Overall F test: F(2,96) = 53.91
 p-value = 0.00000
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 2.36 3.09
 Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:
 Durbin-Watson test = 1.899969
 REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.
 Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151
 Null hypothesis: The errors are normally distributed
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.46763
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99
 Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074
 Null hypothesis: The errors are homoskedastic
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.48966
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99
 Conclusions: accept accept



En esta hoja marque la respuesta correcta a las preguntas del punto I

	A	B	C	D		A	B	C	D	
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		21.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		22.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		23.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		24.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		25.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		26.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		27.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		28.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		29.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		30.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
11.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		31.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		32.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		33.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		34.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		35.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
16.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		36.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
17.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		37.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		38.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
19.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		39.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
20.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>		40.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Econometría, Examen Final

Prof: Julio César Alonso C

Fórmulas

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{ki} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{2i} X_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{ki} \end{bmatrix} \quad y^T y = \sum_{i=1}^n y_i^2$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = y^T y - n\bar{y}^2 \quad SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

$$Var[\hat{\beta}] = \sigma^2 (X^T X)^{-1}$$

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = \hat{\beta}^T X^T y - n\bar{y}^2 \quad t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE / n - k}$$

$$F_c = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)} = \frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c = \frac{(SSE_R - SSE_U) / r}{SSE_U / (n-k)} \quad R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} s_{\hat{\beta}_i} \quad \bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p = x_p^T \hat{\beta}, \quad x_p^T = (1 \quad x_{1p} \quad x_{2p} \quad \dots \quad x_{kp})$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\sigma^2 x_p^T (X^T X)^{-1} x_p}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-k} \sqrt{\sigma^2 \left[1 + x_p^T (X^T X)^{-1} x_p \right]}$$

$$\hat{\beta}_j^E = \hat{\beta}_j \frac{s_{X_j}}{s_y}, \quad j = 2, 3, \dots, k \quad E_j = \hat{\beta}_j \frac{\bar{X}_j}{\bar{y}}$$

Cantidades Importantes

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$\sqrt{10} = 3.162$$

$$\sqrt{3} = 1.732$$

$$\sqrt{13} = 3.606$$

Test de Heteroscedasticidad

Goldfeld y Quandt: $F_{GQ} = \frac{SSE_2}{SSE_1} \sim F_{(n-d-2k, n-d-2k)}$

Breusch-Pagan: $\frac{\hat{\varepsilon}_i^2}{\hat{\sigma}^2} = \gamma + \delta Z_i + \mu_i, \quad BP = \frac{SSR}{2} \sim \chi_g^2$

White: $\hat{\varepsilon}_i^2 = \gamma + \sum_{m=1}^k \delta_s X_{mi} X_{ji} + \mu_i, \quad W_a = nR^2 \sim \chi_g^2$

Test de Autocorrelación

Durbin-Watson $DW \approx 2(1 - \hat{\rho})$

Ho	Si	Decisión
$H_0 : \rho = 0$	$d_u < DW < 4 - d_u$	A
No auto +	$0 < DW < d_l$	R
No auto -	$4 - d_l < DW < 4$	R

Área de indecisión $d_l < DW < d_u$, y $4 - d_u < DW < 4 - d_l$

d_l y d_u para el test de DW al nivel de significancia del 5%

N	$k-1=1$	$k-1=2$	$k-1=3$			
	d_l	d_u	d_l	d_u		
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74

Condición de Orden

$k_i > g_i - 1$ sobre-identificada

$k_i = g_i - 1$ perfectamente identificada

I. Selección Múltiple (50 puntos en total, 1 punto por cada subparte)

Seleccione la opción más indicada en la hoja de respuestas que encontrará al final de este examen. Sólo se considerarán respuestas que sean consignadas en la hoja de respuestas. (No es necesario justificar su respuesta)

1. (0204) ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?:
- El término de error es homoscedástico
 - El término de error no tiene autocorrelación
 - Ninguno de los anteriores
 - A y b) son ciertos

Respuesta: c)

2. (0204) Si usted sospecha que la varianza del error en su modelo, σ_i^2 , es proporcional a $1/Z_i^2$, entonces el estimador de Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP) implicará que cada observación deba ser multiplicada por:
- Z_i^2 .
 - $\frac{1}{Z_i}$.
 - $\frac{1}{Z_i^2}$.
 - Z_i .

Respuesta: d)

3. (0204) ¿Cuál de los siguientes supuestos siempre es necesario para que los estimadores MCO sigan una distribución normal?:
- El término de error es normal.
 - El término de error tiene media cero.
 - Ninguno de los anteriores.
 - a) y b) son ciertas.

Respuesta: c)

4. (0204) Sean y_i , X_{1i} y X_{2i} las unidades consumidas de la bebida energética marca A en el municipio i , su precio unitario en pesos en el municipio i y el porcentaje de descuento que se otorga al mayorista que surte la bebida en el municipio i . Se desea determinarse ante un incremento de un 1% en el porcentaje de descuento al mayorista si el número de unidades consumidas de esta bebida desciende en 0.5 unidades. El mejor modelo para comprobar esta afirmación es:

- $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$
- $y = \beta_0 + \beta_1 \log(X_1) + \beta_2 \log(X_2) + e$
- $y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$
- $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 \log(X_1) + \beta_2 \log(X_2) + e$

Respuesta: b)

5. (0204) ¿Cuál de las siguientes pruebas permite determinar la estabilidad estructural de los parámetros del modelo de regresión a lo largo de toda la muestra estudiada?
- Chow.
 - Durbin y Watson.
 - Rachas.
 - White.

Respuesta: a)

6. (0204) Considere un término de error estocástico ε_t que se comporta de la siguiente forma:

$$\varepsilon_t = \rho_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \cdot \varepsilon_{t-4} + u_t$$

donde u_t es un término aleatorio de error que cumple los supuestos clásicos. Éste es un modelo que posee:

- autocorrelación de orden 6.
- autocorrelación de orden 2.
- autocorrelación de orden 4
- Ninguna de las anteriores.

Respuesta: c)

7. (0204) Lo ideal es que todos los regresores de un modelo de regresión lineal múltiple sean ortogonales entre sí, es decir sean linealmente independientes. La razón de esto es que:
- los coeficientes asociados a las variables incluidas serán insensibles a la exclusión de variables relevantes.
 - el efecto de cada una de los regresores sobre la variable explicativa es estimado de una manera más exacta.
 - Ninguno de los anteriores.
 - a) y b) son ciertas.

Respuesta: d)

8. (0204) Si se utiliza un computador para generar 60 observaciones y así construir una variable aleatoria (dependiente) Y , y de la misma forma se generan 60 observaciones para cincuenta variables independientes (X_1, X_2, \dots, X_{50}). Entonces
- Una regresión de Y sobre estas 50 variables, tendrá como resultado un R^2 relativamente alto.
 - Una regresión de Y sobre estas 50 variables, tendrá como resultado un intercepto igual al valor medio de Y .
 - Si se aplica minería de datos (data mining), se puede obtener que algunos coeficientes de pendiente son

estadísticamente significativos, pero estos resultados son espurios ya que por construcción se sabe que las pendientes son iguales a cero.

- d) Si se aplica minería de datos (data mining), no es posible que se obtenga como resultado que las variables son significativas ya que por construcción las pendientes son iguales a cero.

Respuesta: c)

La teoría debe ser la guía para la construcción de cualquier modelo. No se deben utilizar las pruebas t y F para construir modelos en forma iterativa, porque si se ha excluido una variable relevante, habrá error de especificación, y si esta variable excluida esta correlacionada con alguna de las que ya están incluidas en el modelo, estas pruebas mencionadas serían erróneas.

9. (0204) Si X y Z son dos variables aleatorias, entonces $E[X-Z]$ es igual a:
- $E[X] - E[Z] + 2 E[XZ]$
 - $E[X] + E[Z]$
 - Igual que $E[Z-X]$
 - $E[X] - E[Z]$

Respuesta: d)

Por propiedades del valor esperado, $E[X-Z] = E[X] - E[Z]$

10. (0204) Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG)...
- Incluye los Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP) como un caso especial.
 - Incluye los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) como un caso especial.
 - No requiere del supuesto de no multicolinealidad perfecta.
 - a y b

Respuesta: d)

MCP y MCO son apenas dos casos especiales de la técnica de estimación más general, MCG. El MCO, asigna igual peso a cada observación así éstas tengan variabilidad desigual, mientras el MCP el peso asignado a cada observación es inversamente proporcional a su varianza. Así, MCG es MCO sobre las variables transformadas que satisfacen los supuestos estándar de mínimos cuadrados.

10. Si $Y_t = Y_0(1+r)^t$, donde Y_t es el valor de la variable Y en el período t; Y_0 es el valor inicial de la variable Y; la tasa de crecimiento compuesta de Y. Suponiendo que se cuenta con información para Y_t para $t = 5, 6, \dots, 100$
¿Qué se necesita hacer en este modelo para poder estimar r?
- Poner $\ln Y_t$ en función de t y un término constante.

- Poner $\ln Y_0$ en función de $\ln Y_t$ y un término constante.
- Poner $\ln Y_t$ en función de t, y sin término constante.
- Poner $\ln Y_t$ en función de $\ln Y_0$, t y un término constante.

Respuesta: a)

Noten

que

$$Y_t = Y_0(1+r)^t \rightarrow \ln Y_t = \ln Y_0 + t \ln(1+r),$$

entonces si $\beta_1 = \ln Y_0$ y $\beta_2 = \ln(1+r)$,

entonces $\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 t$.

11. (0204) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la correlación es verdadera?

- Una correlación igual a cero significa que no hay una relación estadística entre las dos variables.
- Si hay una alta correlación positiva entre dos variables, la gráfica de dispersión mostrará una línea con pendiente empinada positiva
- Si hay una correlación negativa entre dos variables, la gráfica de dispersión mostrará puntos alrededor de una línea con pendiente negativa.
- Si hay una correlación cercana a +1 entre dos variables, la gráfica de dispersión mostrará puntos alrededor de una línea con pendiente positiva, la cual puede llegar a ser muy empinada o muy plana.

Respuesta: a)

Se tiene que $corr = \rho = \frac{cov(X,Y)}{\sqrt{var(X) var(Y)}}$, si

las variables son estadísticamente independientes entonces $Cov(X,Y) = E[XY] - E[X]E[Y] = E[X]E[Y] - E[X]E[Y] = 0$ y por lo tanto $\rho = 0$.

12. (0204) Sean SST, SSE y SSR suma de los cuadrados de la variabilidad total, la suma de los cuadrados de los errores y la suma cuadrada de la regresión. Ahora suponga que para una regresión múltiple con intercepto se tiene que $SSE > 0$. Entonces tiene que ser cierto que:
- $SST < SSR$.
 - $SSE < SSR$.
 - $SSE > SSR$.
 - Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

Noten que para este caso se cumple que $SST = SSR + SSE$, por tanto a) no puede ser cierto. Por otro lado, nada garantiza que b) o c) sean correctas. Así la respuesta correcta es d).

13. (0204) Si X tiene media=10, varianza=9; Y tiene media= 5 , varianza= 16; y la covarianza de estas dos variables aleatorias es -6, Entonces:
- Var[X+Y] = 12
 - Var[2X+2Y] = -2
 - Var[X-2Y] = 97
 - Var[X-Y] = 13

Respuesta: c)

Una de las propiedades de la varianza es:

$$\text{Var}[aX+bY] = a^2\text{Var}[X] + b^2\text{Var}[Y] + 2ab\text{Cov}[X, y].$$

En este caso, Var[X-2Y]=97.

14. (0204) ¿Cuál de los siguientes modelos NO puede ser estimado por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)?

a) $y_i = \alpha L_i^\beta K_i^{1-\beta} \varepsilon_i$

b) $y_i = \alpha L_i^\beta e^{K_i^{1-\gamma}} \varepsilon_i$

c) $\frac{1}{y_i} = e^{L_i^\beta K_i^{1-\gamma}} \varepsilon_i$

d) ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

Se puede demostrar fácilmente que todos estos modelos son linealizables.

15. (0204) El muestreo por conglomerados es mucho más conveniente que el muestreo estratificado si:
- El tamaño de la población es muy grande.
 - La población es homogénea
 - Existen pocos grupos en la población
 - Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

El muestreo por conglomerados es mucho más conveniente cuando la muestra se encuentra dividida en grupos muchos grupos, los cuales poseen miembros relativamente heterogeneos entre si. Así ninguna de las anteriores opciones es correcta.

16. (0204) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- nunca observamos el verdadero término aleatorio de error de un modelo de regresión.
- nunca observamos los residuos de un modelo de regresión estimado.
- si el término aleatorio de error para una observación es negativo, el residuo estimado para esta observación puede ser positivo.
- si el residuo estimado para una observación es cero, entonces para esa observación el término aleatorio de error puede también ser cero.

Respuesta: a)

Noten que la afirmación b no es correcta, de hecho sabemos que el residuo estimado corresponde a la diferencia entre el valor observado y el valor estimado.

17. (0204) Imaginase que usted corre una regresión de los ingresos individuales en función de una constante, una variable binaria ("Hombre") que toma el valor de uno si el individuo es hombre y cero en caso contrario y otra variable binaria ("Mujer") que toma el valor de uno si el individuo es mujer y cero en caso contrario. Dado que típicamente los ingresos de las mujeres son menores que el de los hombres, usted esperará:

- El coeficiente asociado a la variable "Hombre" tenga un signo positivo y para la variable "Mujer" tenga signo negativo.
- Los dos coeficientes (el asociado a la variable "Hombre" y el asociado a "Mujer") se encuentran a la misma distancia del intercepto, pero uno por encima y el otro por debajo.
- El coeficiente asociado a la variable "Mujer" tenga un signo positivo y para la variable "Hombre" tenga signo negativo.
- Ninguno de los anteriores.

Respuesta: d)

En este caso los estimadores MCO no existirán por la presencia de Multicolinealidad Perfecta, por tanto ninguna de las opciones anteriores es válida.

18. (0204) Suponga que el modelo verdadero es:

$$QU_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot PU_t + \beta_2 \cdot PR_t + \varepsilon_t,$$

donde QU_t es la cantidad demandada de sombrillas en el período t, PU_t es el precio de las sombrillas en el período t y ε_t es el término estocástico para el período t. Suponga, que el siguiente modelo es estimado:

$$\hat{Q}U_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot PU_t + \hat{\beta}_2 \cdot PR_t + \hat{\beta}_3 \cdot DMON_t,$$

donde $DMON_t$ es una variable dummy que toma el valor de 1 si la observación corresponde a un lunes y 0 en caso contrario. La estimación del modelo mal especificado provocará:

- no existirá sesgo ni en $\hat{\beta}_1$, ni en $\hat{\beta}_2$.
- sesgo positivo tanto en $\hat{\beta}_1$ como en $\hat{\beta}_2$.
- sesgo negativo tanto en $\hat{\beta}_1$ como en $\hat{\beta}_2$.
- existirá sesgo tanto en $\hat{\beta}_1$ como en $\hat{\beta}_2$ pero no podemos determinar la dirección del sesgo.

Respuesta: a)

En este caso tenemos un problema de inclusión de variables irrelevantes. Así los estimadores los estimadores MCO no serán sesgados.

19. (0204) Suponga que se cuenta con información diaria (días laborales) y existe un problema de correlación serial a una frecuencia semanal. Entonces, si u_t es un término aleatorio de error que cumple los supuestos clásicos, la forma apropiada de representar esta correlación serial es:

- a) $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$.
- b) $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-4} + u_t$.
- c) $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-24} + u_t$.
- d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

La forma apropiada debería ser: $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-7} + u_t$ pues observaciones separadas cada 7 días estarán relacionadas.

20. (0204) Considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0, i = 1, \dots, n.$$

Para esta regresión tendremos que:

- a) $R^2 = 1.0$.
- b) $R^2 = 0.50$.
- c) R^2 no puede ser calculado con la información dada.
- d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

Recuerden que $SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$. En este caso

$\hat{y}_i = \bar{y}$. Por tanto $SSR=0$ y entonces el R^2 será cero.

21. (0204) Para un modelo de regresión estimado suponga que $SSE = (1/3) \cdot SSR$ donde SSR representa la suma de los cuadrados explicada por el modelo y SSE corresponde a la suma de los residuos la cuadrado. Entonces:

- a) $R^2 = 1.0$.
- b) $R^2 = 0.75$
- c) $R^2 = 0.25$
- d) $R^2 = 0.33$

Respuesta: b)

Recuerden que $SST=SSR+SSE$. Por tanto, $SST=SSR + (1/3)SSR=(4/3)SSR$. Dado que

$R^2=SSR/SST$, entonces tenemos que $R^2=SSR/SST=SSR /((4/3)SSR)=3/4=0.75$.

22. (0204) ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?

- a) El término de error es homoscedástico
- b) El término de error no tiene autocorrelación
- c) ninguno de los anteriores
- d) (a) y (b) son ciertos

Respuesta: c)

Recuerden que aun en presencia de autocorrelación y/o heteroscedasticidad, los estimadores MCO serán insesgados. Por tanto estos supuestos no son necesarios para obtener que los EMCO son insesgados.

23. (0204) Considere una regresión que emplea datos trimestrales y variables dummy estacionales definidas de la siguiente forma:

$$X_{1t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al primer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al segundo trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{3t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al tercer trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases} \quad \text{Ah}$$

ora considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{S}_t = 15,600 - 4,500 \cdot X_{1t} + 300 \cdot X_{2t} + 62,500 \cdot X_{3t}$$

para $t=1, \dots, n$ donde S_t corresponden a las ventas (medidas en dólares) de un local de souvenirs en una playa de un Resort en el periodo t . De acuerdo a este modelo:

- a) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$15,600.
- b) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$15,250
- c) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$11,100.
- d) las ventas esperadas en el primer trimestre son de \$63,500.

Respuesta: c)

Calcule el valor esperado para el primer trimestre.

24. (0204) De acuerdo al modelo de regresión estimado en el problema 23. (0204):

- a) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$15,250
- b) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$78,100
- c) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$20,500.
- d) las ventas esperadas en el tercer trimestre son \$62,250.

Respuesta: b)

Calcule el valor esperado para el tercer trimestre.

25. (0204) Suponga que la variable dummy X_{2t} en el problema 23. (0204) se redefine de la siguiente manera:

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, & \text{si obs. } t \text{ corresponde al cuarto trimestre} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases} \quad \text{Su}$$

poniendo que X_{1t} y X_{3t} siguen definidas como en el problema 23. (0204), entonces:

- el valor estimado para el término constante del modelo será ahora 15,900
- el valor estimado para el término constante del modelo será ahora 15,600.
- el valor estimado para el término constante del modelo será ahora 300.
- el valor estimado para el término constante del modelo será ahora -4,500.

Respuesta: a)

Noten que ahora el intercepto corresponderá al valor esperado para el segundo trimestre. Este intercepto corresponderá al valor que teníamos para el valor esperado del segundo trimestre bajo la especificación del modelo en el problema 23. (0204).

26. (0204) Suponga que la variable dummy X_{2t} es definida como en el problema 25. (0204), mientras que X_{1t} y X_{3t} siguen definidas como en el problema 23. (0204), entonces:

- (a) el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -61,900.
- el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -300.
- el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -62,500.
- el valor estimado para la pendiente asociada a la variable X_{2t} será ahora -450.

Respuesta: b)

Siga la misma lógica de la pregunta anterior.

27. (0204) Considere el siguiente modelo de regresión estimado:

$$\hat{Y} = 0.32 + 1.54 \cdot X_1 + 2.33 \cdot X_2 - 1.22 \cdot X_3, \\ (0.11) \quad (0.26) \quad (0.45) \quad (1.01)$$

donde los números entre paréntesis son los errores estándar. Suponga que la muestral es

de tamaño 22 y considere la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0: \beta_1 = 1.0 \quad \text{Vs} \quad H_A: \beta_1 \neq 1.0$$

el estadístico t (redondeando a tres dígitos) será:

- 2.077
- 5.923
- 5.392
- 5.178

Respuesta: a)

Empleando la fórmula $t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$ Se obtiene está

respuesta. Es decir;

$$t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}} = \frac{1.54 - 1}{0.26} = \frac{0.54}{0.26} = \frac{54}{26} \approx 2.$$

28. (0204) Considere el siguiente modelo estimado:

$$C_i = 11.11 - 2.34PC_i$$

donde C_i es la cantidad de carne demandada por semana (en libras) por el hogar i y PC_i es el precio de la carne (en miles de pesos) por libra. Se puede afirmar que:

- la elasticidad precio de la demanda es -2.34.
- la carne es un bien elástico.
- (a) y (b) son ciertas.
- ninguna de las anteriores afirmaciones son ciertas.

Respuesta: d)

La interpretación correcta del coeficiente es: un aumento de mil pesos en el precio de la carne implicará una disminución de 2.34 libras en la demanda de carne. Así, ni a) ni b) son correctas.

29. (0204) Considerando la misma situación planteada en el problema 28. (0204), pero asumiendo que también se incluye el precio del pollo (en miles de pesos) por libra, PP_i , obteniéndose el siguiente modelo:

$$C_i = 9.45 - 1.23PC_i + 0.32PP_i$$

entonces el modelo estimado implica que:

- el pollo es un bien normal.
- la carne y el pollo son bienes sustitutos.
- la carne y el poyo son bienes complementarios.
- la carne es un bien normal.

Respuesta: b)

Dado que el coeficiente asociado a PP es positivo podemos llegar a la respuesta.

30. (0204) Considere el siguiente modelo estimado:

$$\hat{H}_i = 1.32 + 2.02 \cdot W_i - 2.38 \cdot C_i$$

para $i=1, \dots, n$ y donde H_i es el número de horas por semana laboradas por el trabajador i (medido en horas), W_i representa el salario (medidos en miles de pesos por hora) del trabajador i y C_i es el número de niños menores de 10 años que tiene el trabajador i . Entonces, de acuerdo a esta ecuación estimada de oferta de trabajo, si el trabajador i recibe \$21,520 por hora y no tiene hijos, entonces el número de horas ofrecidas será (redondeando):

- a) 45.3 horas
- b) 43.5 horas
- c) **44.8 horas**
- d) 42.1 horas

Respuesta: c)

En este caso tenemos que:

$$\begin{aligned}\hat{H}_i &= 1.32 + 2.02 \cdot 21.520 - 2.38 \cdot 0 \\ &= 1.32 + 43.47 = 44.79\end{aligned}$$

31. (0204) Considere nuevamente el modelo estimado en la Pregunta 30. (0204). Para un aumento de una unidad tanto en el salario como en el número de niños y redondeando, la cantidad de trabajo ofrecido sufrirá:

- a) **Una disminución de 0.36 horas.**
- b) Un aumento de 0.63 horas.
- c) Un aumento de 4.40 horas.
- d) Un disminución de 5.72 horas.

Respuesta: a)

En este caso tenemos que:

$$\Delta \hat{H}_i = 2.02 - 2.38 = 0.36$$

32. (0204) De acuerdo al modelo estimado en la Pregunta 30. (0204), una mujer que acaba de dar a luz a dos mellizos:

- a) **disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 4.76 horas.**
- b) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 2.38 horas.
- c) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 1.19 horas.
- d) disminuirá su cantidad de trabajo ofrecida en 7.14 horas.

Respuesta: a)

En este caso tenemos que:

$$\Delta \hat{H}_i = -2.38 \cdot 2 = 4.76$$

33. (0204) Considere un programador quien gana \$92,000 por hora desarrollando páginas Web. Si ésta persona posee 3 niños menores de 10 años, entonces de acuerdo al modelo

estimado en la Pregunta 30. (0204) el número de horas ofrecidas será:

- a) 100.04 horas.
- b) 140.02 horas.
- c) 170.02 horas.
- d) **180.02 horas.**

Respuesta: d)

En este caso tenemos que:

$$\hat{H}_i = 1.32 + 2.02 \cdot 92 - 2.38 \cdot 3 = 180.02$$

34. (0204) Recuerde que la variable H_i en la Pregunta 30. (0204) mide la cantidad de trabajo ofrecido, en horas, por semana. Un problema estadístico serio que aparece al emplear un modelo como el estimado en la Pregunta 30. (0204) para describir el comportamiento de la oferta de trabajo semanal es:

- a) el efecto de los hijos menores en la oferta de trabajo definitivamente debería ser más fuerte.
- b) el efecto de los hijos menores en la oferta de trabajo definitivamente debería ser más débil.
- c) permite un número negativo de horas ofrecidas si el número de niños menores de 10 años es cero.
- d) **ninguna de las anteriores.**

Respuesta: d)

Por descarte.

35. (0204) Recuerde que la variable W_i en la Pregunta 30. (0204) está medida en miles de pesos por hora. Suponga que ahora la variable W_i fuera medida en pesos por hora. Entonces, el modelo estimado cambiará de la siguiente manera:

- a) el coeficiente estimado asociado con W_i será 20.202.
- b) el coeficiente estimado asociado con C_i será 23.802.
- c) **el coeficiente estimado asociado con W_i será 0.00202.**
- d) el coeficiente estimado asociado con W_i será 0.0202.

Respuesta: c)

Noten que el efecto de un peso debe ser menor que el efecto de 1000 pesos, por tanto a) no es posible. Simplemente debemos dividir el coeficiente por mil.

36. (0204) Compare los siguientes dos modelos estimados:

$$\text{Modelo I: } \hat{Y}_i = -0.45 + 2.34 \cdot X_i$$

$$\text{Modelo II: } \hat{Y}_i = -0.24 + 13.8 \cdot X_i$$

La siguiente afirmación es verdadera:

- a) El Modelo I y el Modelo II fueron estimados a partir de la misma muestra, pero el primero fue estimado por MCO y el segundo por el método de Máxima Verosimilitud.
- b) El Modelo I y el Modelo II fueron estimados por el Método MCO, pero de muestras diferentes.
- c) Con seguridad las variables explicatorias y dependientes de los dos modelos representan variables económicas diferentes.

d) ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

Por descarte se puede llegar a la respuesta.

37. (0204) ¿Cuál de los siguientes modelos no se puede estimar por medio del método de MCO?

a) $y_i = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 X_i} + \mu_i$

b) $y_i^2 = \beta_0 + \beta_1 X_i^2 + \mu$

c) $y_i = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 X_i} + \mu_i$

d) $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^2 + \mu$

Respuesta: c)

Es fácil demostrar que los otros modelos no son linealizables.

38. (0204) Sean y_i , X_{1i} y X_{2i} las Unidades consumidas de la bebida energética marca A en el municipio i, su precio unitario en pesos en el municipio i y el precio unitario en pesos de la competencia en el municipio i. Se desea determinar si ante un incremento de 1% en el precio de la bebida energética marca A, el número de unidades consumidas de esta bebida desciende en 0.5 unidades.

a) $y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$.

b) $y = \beta_0 + \beta_1 \log(X_1) + \beta_2 X_2 + e$.

c) $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 \log(X_1) + \beta_2 X_2 + e$.

d) $\log(y) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + e$.

Respuesta: b)

Esto lo hemos discutido ampliamente en el curso.

39. (0204) Una consecuencia de un término aleatorio de error autocorrelacionado es que:

- a) Los parámetros del modelo no se pueden estimar
- b) Los estimadores MCO son sesgados
- c) Los valores t no son los adecuados
- d) a) y b) son ciertos.

Respuesta: c)

En presencia de autocorrelación tenemos que los EMCO son ineficientes pero insesgados. Así los t calculados no pueden ser empleados.

40. (0204) Una de las implicaciones de emplear muestras aleatorias es:

- a) Los estimadores serán insesgados.
- b) Los estimadores son eficientes.
- c) Para muestras grandes podemos emplear el Teorema del Límite Central para hacer inferencia sobre todos los parámetros poblacionales.

d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

Noten que la insesgadez de los estimadores depende de la construcción de los estimadores así como la eficiencia. En cuanto a la afirmación c, está sólo será cierta si se trata de un estimador que implique combinaciones lineales de los puntos muestrales. Así, la mejor opción es la d).

II. (20 Puntos)

La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econometrista de planta. La última tarea que le fue asignada al econometrista, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econometrista no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. (M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año i , $X_{1,i}$ representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año i , y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) en el año i).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda *brevemente* a cada una de las siguientes preguntas:

a) Escriba el modelo estimado por el econometrista (4 Puntos)

El modelo estimado por el investigador es el siguiente:

$$M_i = \alpha \cdot (X_{1,i})^{\beta_1} \cdot (X_{2,i})^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$
$$\ln(M_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(X_{1,i}) + \beta_2 \cdot \ln(X_{2,i}) + \mu_i$$

donde

$$\beta_0 = \ln(\alpha) \text{ y } \mu_t = \ln(\varepsilon_t)$$

b) Explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista. ¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? Sea lo más preciso (10 puntos)

En este punto estaba esperando que ustedes identificarán el problema de autocorrelación positiva. Esto lo podían identificar por medio del gráfico de los errores de la primera ecuación, el test formal!! de DW y el test de Box y Pierce.

c) Interprete el significado de cada coeficiente estimado (del modelo corregido). Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. (6 Puntos – 2 puntos cada uno).

$\beta_1 = 0.9$, Un aumento del 1% en el PIB provocará un aumento del 0.9 % en la demanda de dinero. El signo de este coeficiente estimado es el esperado. Además note que este coeficiente es significativo. Se puede llegar a esta conclusión observando el correspondiente p-valor.

$\hat{\beta}_2 = 45.43$, Un aumento del 1% en la tasas de interés provocará un aumento del 45.43% en la demanda de dinero. El signo no es el esperado, pero note que este coeficiente no es significativamente diferente de cero. Así, podemos concluir que este coeficiente es cero.

$\beta_0 \cdot e^{\beta_0}$ es la demanda de dinero en millones de moneda local cuando las otras variables son iguales a uno. EasyReg nos da el valor estimado de β_0 que es igual a $\beta_0 \cdot (1 - \hat{\rho})$. Así el valor estimado de β_0 se podrá despegar de la anterior ecuación. Pero note que este coeficiente estimado no es significativo. Así β_0 no será significativamente diferente de cero. Noten que esto no tiene mucho sentido!!!

Noten que los coeficientes asociados a pendientes son conjuntamente significativos.

III. (30 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida y_t de sus productos (en 100,000 unidades) sigue la siguiente relación.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t, \quad t = 1, 2, \dots$$

donde X_{2t} representa el logaritmo del tiempo de propaganda en televisión en el periodo t (medido en horas) y X_{3t} denota el logaritmo del número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E(u_t) = 0 \quad \text{Var}(u_t) = \sigma^2 (X_{3t} + X_{2t})^2 \quad E(u_j u_i) = 0 \quad \text{para todo } i \neq j$$

- a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros □ por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? (5 puntos)

Se debe cumplir:

Relación lineal entre la variable dependiente y los regresores.

Los regresores deben ser no estocásticos y linealmente independientes entre sí

Los errores deben:

- Tener media cero
- Varianza constante
- Y no estar autocorrelacionados

- b) Claramente determine cuál de esos supuestos no se cumple en el modelo planteado por el empresario y determine como podría solucionar el problema y ¿por qué dicha solución funcionará?. Sea lo más claro posible. (7 puntos)

En este caso se viola el supuesto de homoscedasticidad. Es decir el término de error no tiene varianza constante. El problema se puede solucionar fácilmente empleando los mínimos cuadrados ponderados. Es decir, dividiendo todo el modelo por $(X_{3t} + X_{2t})$.

$$\frac{y_t}{(X_{3t} + X_{2t})} = \frac{\beta_1}{(X_{3t} + X_{2t})} + \beta_2 \frac{X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})} + \beta_3 \frac{X_{3t}}{(X_{3t} + X_{2t})} + \frac{\varepsilon_t}{(X_{3t} + X_{2t})}$$

Así tendremos que

$$\text{Var}\left(\frac{\varepsilon_t}{X_{2t}}\right) = \frac{1}{(X_{3t} + X_{2t})^2} \cdot \text{Var}(\varepsilon_t) = \frac{1}{(X_{3t} + X_{2t})^2} \cdot [\sigma^2 (X_{3t} + X_{2t})^2] = \sigma^2$$

Y por tanto el problema de heteroscedasticidad ha sido solucionado

- c) Después de realizar las transformaciones del caso, para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad X^T y = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) (5 puntos – medio punto cada uno)

En este caso tenemos:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 9 \quad \sum_{i=1}^n \frac{y_t}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 9 \quad \sum_{i=1}^n \frac{y_t \cdot X_{3t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 4$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(X_{3t})^2}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 10 \quad \sum_{i=1}^n \frac{(X_{2,t})^2}{(X_{3,t} + X_{2,t})^2} = 16 \quad \sum_{i=1}^n \frac{y_t \cdot X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 13$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{X_{3t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = \sum_{i=1}^n \frac{X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = \sum_{i=1}^n \frac{X_{3t} \cdot X_{2t}}{(X_{3t} + X_{2t})^2} = 0$$

d) Encuentre los estimadores MELI de los β 's del modelo. (8 Puntos)

En este caso tenemos que:

$$\beta_{\text{hat}} = (X^T X)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{16} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{10} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{13}{16} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Y por tanto

$$\beta_{\text{hat}} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{13}{16} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (5 Puntos)

$$\beta_{\text{hat}_2} = \frac{13}{16} = 0.8125$$

un aumento de un 1% en las horas de propagandas de televisión aumentará las ventas en 81.3 unidades ($\frac{13}{16} \cdot (1/100)$ de 100 mil unidades!)

$$\beta_{\text{hat}_3} = \frac{2}{5} = 0.4$$

un aumento del 1% en los avisos de prensa aumentará las ventas en 40 unidades ($\frac{0.4}{100}$ de 100 mil unidades!).

$$\beta_{\text{hat}_1} = 1$$

no tiene interpretación económica.

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:

$$Y = \ln[M]$$

Characteristics:

$\ln[M]$

First observation = 1(=1901)

Last observation = 100(=2000)

Number of usable observations: 100

Minimum value: 2.1149950E+005

Maximum value: 1.6273217E+006

Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:

$$X(1) = \ln[X1]$$

$$X(2) = \ln[X2]$$

$$X(3) = 1$$

Model:

$$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$$

where U is the error term, satisfying

$$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.$$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C. t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136	9339.346
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	45.42551	1.324	1.393
		[0.18561]	[0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540	-2.256
		[0.01109]	[0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326

Standard error of the residuals = 389.910612

Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592

Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000

R-square = 0.999999

Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: $F(2,97) = 57.95$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = .339159

REMARK: A better way of testing for serial correlation is to specify ARMA errors and then test the null hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.50162

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 13.934181

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

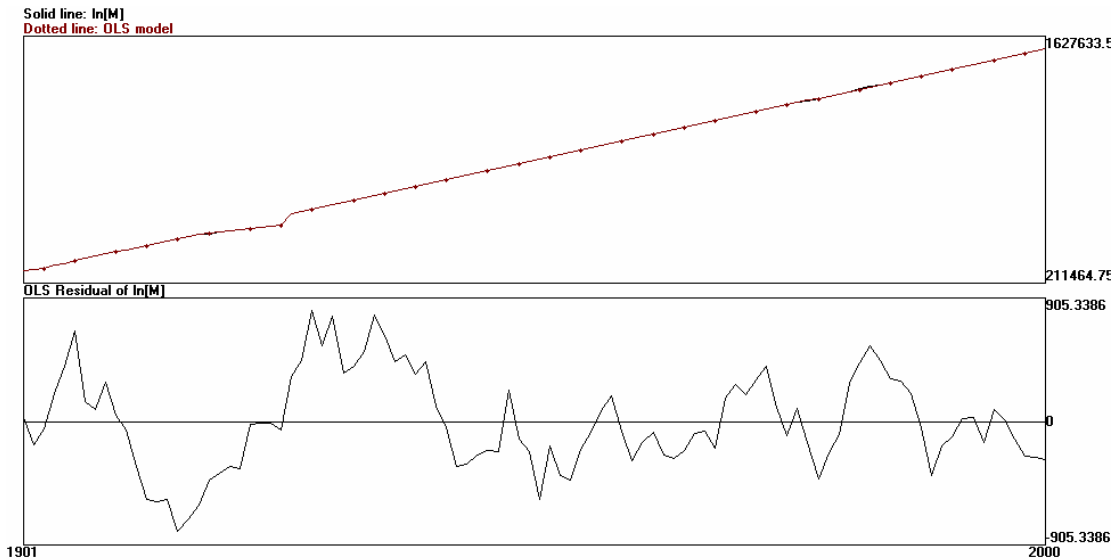
Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.00094

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: reject reject



Box-Pierce Q statistics for $Y(t)$, $t=1(=1901)$ to $100(=2000)$, where

$Y(t) = \text{OLS Residual of } \ln[M]$

$Q(1)=68.41$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.71 3.84

Conclusions: reject reject

$Q(2)=113.35$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: reject reject

$Q(3)=139.09$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 6.25 7.81

Conclusions: reject reject

$Q(4)=153.86$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 7.78 9.49

Conclusions: reject reject

$Q(5)=159.27$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 9.24 11.07

Conclusions: reject reject

Dependent variable:

$$Y = \ln[M] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[M]]$$

Characteristics:

$$\ln[M] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[M]]$$

First observation = 2 (=1902)

Last observation = 100 (=2000)

Number of usable observations: 99

Minimum value: 4.7355270E+004

Maximum value: 2.9285731E+005

Sample mean: 1.7073276E+005

X variables:

$$X(1) = \ln[X1] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[X1]]$$

$$X(2) = \ln[X2] - .82733 \times \text{LAG1}[\ln[X2]]$$

$$X(3) = 1$$

Model:

$$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,$$

where U is the error term, satisfying

$$E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0.$$

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value	H.C.	t-value(*)
		[p-value]	[H.C. p-value]	
b(1)	0.90011	3035.951	3211.920	
		[0.00000]	[0.00000]	
b(2)	31.91444	0.707	0.663	
		[0.47961]	[0.50737]	
b(3)	-40.34927	-0.712	-0.706	
		[0.47628]	[0.48032]	

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 99

Variance of the residuals = 47769.880828

Standard error of the residuals = 218.563219

Residual sum of squares (RSS) = 4585908.559485

Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000

R-square = 0.69991

Adjusted R-square = 0.999991

Overall F test: $F(2,96) = 53.91$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = 1.899969

REMARK: A better way of testing for serial correlation

is to specify ARMA errors and then test the null

hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.46763

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.48966

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

