

Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupos 1 - 3
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 14 de Abril de 2007

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____
 Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 6 páginas; además, deben tener una hoja de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 4 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) En presencia de heteroscedasticidad y para cualquier tipo de muestra, la corrección de White solucionará cualquier problema de sesgo que exista en la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados.
- b) La multicolinealidad no perfecta es un problema del modelo planteado (de la población) y no de la muestra, por eso es que en la práctica es imposible solucionar el problema sin eliminar variables.
- c) La omisión del término del intercepto en un modelo de regresión *siempre* implicará que los estimadores MCO para las pendientes serán sesgados.
- d) Después de estimar el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- 2.1** Entre más fuerte sea la evidencia en favor de autocorrelación serial de primer orden de los errores de una regresión, más cerca estará el estadístico de Durbin-Watson a:
 - a) 3
 - b) 2
 - c) 0
 - d) Ninguno de los anteriores
- 2.2** Suponga el modelo $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$, en donde ε_i es el término de error, el cual es heteroscedástico con $\text{Var}(\varepsilon_i) = f(\alpha z_i)$, donde z_i es una variable observable y α es un término constante desconocido. ¿Cuál de los siguientes modelos debería ser utilizado para corregir el problema de heteroscedasticidad?
 - a) $y_i z_i = \beta_1 z_i + \beta_2 x_i z_i + \varepsilon_i^*$
 - b) $(y_i/z_i) = \beta_1 (1/z_i) + \beta_2 (x_i/z_i) + \varepsilon_i^*$
 - c) $y_i z_i^{1/2} = \beta_1 z_i^{1/2} + \beta_2 x_i z_i^{1/2} + \varepsilon_i^*$
 - d) ninguno de los anteriores.
- 2.3** Después de estimar el modelo $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$, usted desea comprobar la existencia de autocorrelación. En este caso una prueba adecuada será:
 - a) La Prueba de Durbin-Watson
 - b) La Prueba de Box-Pierce
 - c) La Prueba de Breuch-Pagan
 - d) Ninguna de las anteriores

3 (35 puntos)

Una de las teorías más discutidas en torno al comportamiento de largo plazo de la tasa de cambio es la Ley del Precio Único (PPP por su sigla en inglés, la cual corresponde a: Tasa de cambio¹ = nivel de precios doméstico ÷ nivel de precios de los Estados Unidos). Para comprobar la validez de dicha teoría, un economista emplea una muestra para diferentes países de Europa y América

¹ unidades de moneda local por dólar americano

obteniendo los resultados que se reportan al final. La definición de las variables empleadas son: E_i es el crecimiento porcentual de la tasa de cambio para el año de estudio en el país i (la tasa de cambio fue originalmente medida en unidades de moneda local por dólar americano), X_i , representa el crecimiento porcentual del nivel de precios del país i en el año de estudio.

Responda **brevemente** a cada una de las siguientes preguntas empleando la información que se presenta al final del examen y suponiendo que los cálculos suministrados son los finales (es decir estos corresponden al último cálculo que efectuó el econométrista, que por cierto es muy experimentado y por tanto esperamos no tenga errores en sus cálculos):

- De acuerdo al modelo estimado por el econométrista, ¿Cuál es el valor que se espera tomen los coeficientes según la teoría? **(6 Puntos)**
- ¿Qué problema existió y cómo fue solucionado? **(4 puntos)**
- Comente la significancia individual y conjunta de los coeficientes **(5 puntos)**
- Teniendo en cuenta la significancia de los coeficientes, intérpretelos **(5 puntos)**
- Se cumple o no la PPP? (Soporte su respuesta con los cálculos pertinentes) **(5 puntos)**
- Tras efectuar los cálculos, se desea comprobar si es cierto que tanto la ubicación geográfica² como el hecho de tener inflaciones de un solo dígito o no afectan la validez del PPP. ¿Cómo podríamos emplear un modelo econométrico para comprobar esta hipótesis? (Sea lo más específico, escriba su modelo, demuestre que el modelo sirve para comprobar la hipótesis relevante y muestre como se debería comprobar la hipótesis requerida (de ser necesario escriba las fórmulas a evaluar y cómo se tomaría la decisión)) **(10 puntos)**

4 (30 puntos)

Una empresa corredora de bolsa está muy interesada en conocer el comportamiento del precio de la acción de la empresa A en el mercado doméstico para el período t (y_t medido en pesos por acción). Para modelar el comportamiento se propone emplear una muestra de 400 datos diarios y el siguiente modelo fruto de una revisión bibliográfica de la teoría económica y financiera disponible.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \quad (1)$$

Donde X_{2t} representa el logaritmo del precio de la acción de la misma empresa A en el periodo t pero en la bolsa de Nueva York (medido en dólares por acción) y X_{3t} denota el inverso de la tasa DTF en Colombia en el periodo t (la DTF es medida en puntos porcentuales³). Además se sabe que:

$$u_t = \alpha u_{t-1} + \varepsilon_t \quad E[u_t] = E[\varepsilon_t] = 0 \quad Var[u_t] = \sigma_u^2 \quad Var[\varepsilon_t] = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E[\varepsilon_t, \varepsilon_j] = 0 \quad \text{con para todo } i \neq j \quad \text{y } \alpha = 0.5.$$

- Explique claramente qué propiedades deben cumplirse en la muestra para que los estimadores MCO del modelo anterior sean MELI (BLUE) y cuál de esos supuestos no se cumple. **(2 puntos)**
- Después de realizar las transformaciones del caso para garantizar que obtengamos estimadores MELI para los parámetros se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

² Estar en Europa o en América.

³ $X_{3t} = \frac{1}{DTF_t}$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 10 \\ 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 200 \\ 80 \\ 160 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **Expresé su respuesta en términos de las variables en el modelo original** (por ejemplo X_{2t}). **(5 puntos)**

- Encuentre los estimadores MELI para β_1 , β_2 y β_3 del modelo (1). **(8 Puntos)**
- Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(5 Puntos)**
- Después de estimar el modelo anterior y de contratar un nuevo econométrista con mayor experiencia se encontró que $Var[\varepsilon_t] = \sigma^2 X_{3t}$ y que $Corr[X_{2t}, X_{3t}] = 0.85$. ¿Qué implicaciones tienen estos nuevos descubrimientos para las estimaciones efectuadas? En caso de encontrar algún problema, aclare ¿Cómo resolvería el/los problema/s dadas las técnicas que usted conoce de este curso? **Sea lo más claro posible. Si decide que existe/n problema/s y se puede/n corregir, demuestre por qué funcionaría su propuesta (10 Puntos)**

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = E

X variables:
X(1) = X
X(2) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	2.2302.	7.5184 (.29660)	10.91629 (0.2043)
b(2)	2.6957551	2.207 (0.8711)	0.324 (0.03528)
		[0.00000]	[0.00000]
		[0.00000]	[0.80000]

Notes:
1: S.E. = Standard error
2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 400
Variance of the residuals: 757474805169.986
Standard error of the residuals (SER): 870330.285104
Residual sum of squares (RSS): 33328891427479.4
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 65374130325034.5
R-square: 0.4902
Adjusted R-square: 0.4786

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 9.085248
Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.01065
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: reject reject

Breusch-Pagan test = 8.535891
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(1)
p-value = 0.0046414
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.71 3.84
Conclusions: reject reject

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional expectation of the model error U relative to the X variables equals zero, then the OLS parameter estimators b(1),b(2), minus their true values, times the square root of the sample size n, are (asymptotically) jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

$$\begin{bmatrix} 1.13455444E+09 & -6.66472617E+10 \\ -6.66472617E+10 & 4.67254254E+12 \end{bmatrix}$$

provided that the conditional variance of the model error U is constant (U is homoskedastic), or

$$\begin{bmatrix} 8.59304286E+08 & -4.60034367E+10 \\ -4.60034367E+10 & 3.19699783E+12 \end{bmatrix}$$

if the conditional variance of the model error U is not constant (U is heteroskedastic).

$$\text{Cov}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 1 & -0.878 \\ & 1 \end{bmatrix}$$

NOTA: $t_{0.925,398} = 1.965$

Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupos 1 - 3
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 14 de Abril de 2007

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: _____
 Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 5 páginas; además, deben tener una hoja de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) En presencia de heteroscedasticidad y para cualquier tipo de muestra, la corrección de White solucionará cualquier problema de sesgo que exista en la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados.

Falso, hay varias formas de argumentar en contra de esta afirmación. Tal vez la más fácil es la siguiente. La corrección de White provee estimadores consistentes de la matriz de varianzas y covarianzas. En muestras pequeñas dicho estimador será sesgado. Por tanto la afirmación es falsa

- b) La multicolinealidad no perfecta es un problema del modelo planteado (de la población) y no de la muestra, por eso es que en la práctica es imposible solucionar el problema sin eliminar variables.

Falso, el problema de multicolinealidad no perfecta es un problema de la muestra, es decir de los datos que tenemos al frente; no es un problema del modelo especificado. Por eso la afirmación es falsa.

- c) La omisión del término del intercepto en un modelo de regresión *siempre* implicará que los estimadores MCO para las pendientes serán sesgados.

Falso, pues en el caso muy especial (¡¡y raro, pero posible!!) en el que los residuos estimados sumen cero, entonces los estimadores MCO seguirán siendo insesgados.

- d) Después de estimar el modelo $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

Falso, un $DW < 2$ es sintoma de autocorrelación positiva.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Entre más fuerte sea la evidencia en favor de autocorrelación serial de primer orden de los errores de una regresión, más cerca estará el estadístico de Durbin-Watson a:

- a) 3
- b) 2
- c) 0
- d) Ninguno de los anteriores

Respuesta: c)

2.2 Suponga el modelo $y_i = \beta_1 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$, en donde ε_i es el término de error, el cual es heteroscedástico con $\text{Var}(\varepsilon_i) = f(\alpha z_i)$, donde z_i es una variable observable y α es un término constante desconocido. ¿Cuál de los siguientes modelos debería ser utilizado para corregir el problema de heteroscedasticidad?

- a) $y_i z_i = \beta_1 z_i + \beta_2 x_i z_i + \varepsilon_i^*$
- b) $(y_i/z_i) = \beta_1 (1/z_i) + \beta_2 (x_i/z_i) + \varepsilon_i^*$
- c) $y_i z_i^{1/2} = \beta_1 z_i^{1/2} + \beta_2 x_i z_i^{1/2} + \varepsilon_i^*$
- d) ninguno de los anteriores.

Respuesta: d)

2.3 Después de estimar el modelo $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \beta_3 y_{t-1} + \varepsilon_t$, usted desea comprobar la existencia de autocorrelación. En este caso una prueba adecuada será:

- a) La Prueba de Durbin-Watson
- b) La Prueba de Box-Pierce
- c) La Prueba de Breuch-Pagan
- d) Ninguna de las anteriores

Respuesta: b)

3 (35 puntos)

Una de las teorías más discutidas en torno al comportamiento de largo plazo de la tasa de cambio es la Ley del Precio Único (PPP por su sigla en inglés, la cual corresponde a: Tasa de cambio¹ = nivel de precios doméstico ÷ nivel de precios de los Estados Unidos). Para comprobar la validez de dicha teoría, un economista emplea una muestra para diferentes países de Europa y América obteniendo los resultados que se reportan al final. La definición de las variables empleadas son: E_i es el crecimiento porcentual de la tasa de cambio para el año de estudio en el país i (la tasa de cambio fue originalmente medida en unidades de moneda local por dólar americano), X_i , representa el crecimiento porcentual del nivel de precios del país i en el año de estudio.

Responda brevemente a cada una de las siguientes preguntas empleando la información que se presenta al final del examen y suponiendo que los cálculos suministrados son los finales (es decir estos corresponde al último cálculo que efectuó el economista, que por cierto es muy experimentado y por tanto esperamos no tenga errores en sus cálculos):

- a) De acuerdo al modelo estimado por el economista, ¿Cuál es el valor que se espera tomen los coeficientes según la teoría? (6 Puntos)

El modelo estimado por el investigador es el siguiente: $E_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \mu_i$

Dado que la teoría cuantitativa implica:

$$\text{Tasa de cambio} = \frac{\text{nivel de precios país } i}{\text{nivel de precios US}}$$

Esto implica que:

$$\Delta\% \text{Tasa de cambio} = \Delta\% \text{nivel de precios país } i - \Delta\% \text{nivel de precios US}$$

¹ unidades de moneda local por dólar americano

Así, dado que se emplea una muestra de corte transversal y que $\Delta\%$ nivel de precios US será igual para todas las observaciones, se tiene que el modelo será:

$$\Delta\% \text{Tasa de cambio} = \beta_1 + \beta_2 \Delta\% \text{nivel de precios país } i + \mu_i$$

$$E_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \mu_i$$

Noten que esto implica que: $\beta_1 = -\Delta\%$ nivel de precios US y $\beta_2 = 1$

- b) ¿Qué problema existió y cómo fue solucionado? (4 puntos)

Como se puede notar por la prueba de Brush Pagan, existe Heteroscedasticidad y este problema se solución por medio de la corrección de White

- c) Comente la significancia individual y conjunta de los coeficientes (5 puntos)

El intercepto no es significativo y la pendiente si lo con un 99% de confianza. La significancia conjunta no tiene sentido al existir únicamente una pendiente

d) Teniendo en cuenta la significancia de los coeficientes, intérpretelos (5 puntos) en este caso el coeficiente asociado al intercepto no es significativo. Esto implica que la inflación de USA fue cero. Es decir que la inflación en estados unidos es estable (constante)

$\hat{\beta}_2 = 2.2302$, ante un aumento de un punto porcentual en la inflación la devaluación/revaluación aumentará en 2.23 puntos porcentuales.

- e) Se cumple o no la PPP? (Soporte su respuesta con los cálculos pertinentes) (5 puntos)

Esto se puede determinar fácilmente por medio de una prueba de hipótesis. En este caso tenemos que $H_0: \beta_2 = 1$ versus $H_A: \beta_2 \neq 1$. Para comprobar esto se puede emplear el siguiente

$$\text{estadístico: } t_c = \frac{\hat{\beta}_2 - 1}{\text{S.E.}_{\hat{\beta}_2}} = \frac{2.2302 - 1}{0.2043} = \frac{1.2302}{0.2043} \approx 6. \text{ Este número es relativamente grande. De hecho}$$

$t_c > t_{0.925, 398} = 1.965$, por tanto hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula. Es decir que la PPP no se cumple

- f) Tras efectuar los cálculos, se desea comprobar si es cierto que tanto la ubicación geográfica² como el hecho de tener inflaciones de un solo dígito o no afectan la validez del PPP. ¿Cómo podríamos emplear un modelo econométrico para comprobar esta hipótesis? (Sea lo más específico, escriba su modelo, demuestre que el modelo sirve para comprobar la hipótesis relevante y muestre como se debería comprobar la hipótesis requerida (de ser necesario escriba las fórmulas a evaluar y cómo se tomaría la decisión)) (10 puntos)

Dado el modelo estimado y la hipótesis que queremos estimar, podemos definir dos variables dummy de la siguiente manera:

$$D_{1i} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ está en Europa} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} \quad D_{2i} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ tiene inflación de un sólo dígito} \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

Así, el modelo sera:

$$E_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \alpha_1 D_{1i} X_i + \alpha_2 D_{2i} X_i + \mu_i$$

² Estar en Europa o en América.

Noten que esto implica que:

$$E[E_i] = \begin{cases} \beta_1 + (\beta_2 + \alpha_1 + \alpha_2) X_i & \text{si } i \text{ está en Europa y tiene inflación de un sólo dígito} \\ \beta_1 + (\beta_2 + \alpha_1) X_i & \text{si } i \text{ está en Europa y NO tiene inflación de un sólo} \\ \beta_1 + (\beta_2 + \alpha_2) X_i & \text{si } i \text{ está en América y tiene inflación de un sólo} \\ \beta_1 + (\beta_2) X_i & \text{si } i \text{ está en América y NO tiene inflación de un sólo} \end{cases}$$

Por tanto, tendremos que si la PPP es afectada por la ubicación y por la inflación de un solo dígito, entonces tendremos que α_1 y α_2 deben ser diferentes de cero. Así, tendremos que la hipótesis nula será $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. **es decir:**

$$H_0 : R\beta = C$$

$$H_0 : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versus la hipótesis alterna de que H_0 no es correcta. Noten que en caso de rechazar H_0 se tiene que las elasticidades serán diferentes, y entonces únicamente se podrá comparar cual de las dos elasticidades es mayor numéricamente.

Y para esto necesitamos estimar el modelo con la variable dummy, las medias para M2 en los dos periodos, y los demás elementos de la siguiente fórmula:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta})}{SSE/n - k}$$

4 (30 puntos)

Una empresa corredora de bolsa está muy interesada en conocer el comportamiento del precio de la acción de la empresa A en el mercado doméstico para el período t (y_t medido en pesos por acción).

Para modelar el comportamiento se propone emplear una muestra de 400 datos diarios y el siguiente modelo fruto de una revisión bibliográfica de la teoría económica y financiera disponible.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \quad (1)$$

Donde X_{2t} representa el logaritmo del precio de la acción de la misma empresa A en el periodo t pero en la bolsa de Nueva York (medido en dólares por acción) y X_{3t} denota el inverso de la tasa DTF en Colombia en el periodo t (medido en puntos porcentuales). Además se sabe que:

$$u_t = \alpha u_{t-1} + \varepsilon_t \quad E[u_t] = E[\varepsilon_t] = 0 \quad Var[u_t] = \sigma_u^2 \quad Var[\varepsilon_t] = \sigma_\varepsilon^2$$

$$E[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0 \text{ con para todo } i \neq j \quad \text{y } \alpha = 0.5.$$

- a) Explique claramente qué propiedades deben cumplirse en la muestra para que los estimadores MCO del modelo anterior sean MELI (BLUE) y cuál de esos supuestos no se cumple. (2 puntos)

Se debe cumplir:

- > Relación lineal entre la variable dependiente y los regresores.
- > Los regresores deben ser no estocásticos y linealmente independientes entre si
- > Los errores deben:
 - Tener media cero
 - Varianza constante
 - Y no estar autocorrelacionados

El supuesto que no se cumple es el de no autocorrelación

- b) Después de realizar las transformaciones del caso para garantizar que obtengamos estimadores MELI para los parámetros se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 400 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 10 \\ 0 & 10 & 10 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 200 \\ 80 \\ 160 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **Expresé su respuesta en términos de las variables en el modelo original** (por ejemplo X_{2t}). (5 puntos)

Noten que en este caso se debía emplear el método de diferencias generalizadas, lo cual implica el siguiente modelo:

$$y_t^* = \beta_1^* + \beta_2 X_{2t}^* + \beta_3 X_{3t}^* + \varepsilon_t$$

Donde $y_t^* = y_t - \alpha y_{t-1}$, $X_{2t}^* = X_{2t} - \alpha X_{2,t-1}$ y $X_{3t}^* = X_{3t} - \alpha X_{3,t-1}$

Así, en este caso tenemos:

$$n = 400, \quad \sum_{t=1}^n (X_{2t} - \alpha X_{2,t-1})^2 = 20,$$

$$\sum_{t=1}^n (X_{3t} - \alpha X_{3,t-1})^2 = \sum_{t=1}^n [(X_{2t} - \alpha X_{2,t-1})(X_{3t} - \alpha X_{3,t-1})] = 10$$

$$\sum_{t=1}^n (X_{2t} - \alpha X_{2,t-1}) = \sum_{t=1}^n (X_{3t} - \alpha X_{3,t-1}) = 0$$

- c) Encuentre los estimadores MELI para β_1 , β_2 y β_3 del modelo (1). (8 Puntos)

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 1/400 & 0 & 0 \\ 0 & 1/10 & -1/10 \\ 0 & -1/10 & 1/5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 80 \\ 160 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -8 \\ 24 \end{bmatrix}$$

Ahora bien, el intercepto estimado no corresponde al estimador de β_1 , para obtener el correcto estimador, tenemos que tener en cuenta que $\beta_1^* = \beta_1(1 - \alpha)$. Por tanto, en este caso tenemos que:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{0.5}{(1-0.5)} = 1$$

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (5 Puntos)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{0.5}{(1-0.5)} = 1 \text{ No tiene interpretación económica.}$$

$\hat{\beta}_2 = -8$. Un aumento del uno por ciento en el precio de la acción de la empresa A en la bolsa de Nueva York implicará una disminución de 0.08 pesos en el precio de la acción de la empresa A en el mercado doméstico.

$\hat{\beta}_3 = 24$. Un aumento del uno por ciento en la DTF implicará una disminución en el precio de la acción en el mercado local de $\frac{24}{100DTF}$.

e) Después de estimar el modelo anterior y de contratar un nuevo econométrico con mayor experiencia se encontró que $Var[\epsilon_t] = \sigma^2 X_{3t}$ y que $Corr[X_{2t}, X_{3t}] = 0.85$. ¿Qué implicaciones tienen estos nuevos descubrimientos para las estimaciones efectuadas? En caso de encontrar algún problema, aclare ¿Cómo resolvería el/los problema/s dadas las técnicas que usted conoce de este curso? **Sea lo más claro posible. Si decide que existe/n problema/s y se puede/n corregir, demuestre por qué funcionaría su propuesta (10 Puntos)**

Noten que estos nuevos hallazgos implican la presencia de multicolinealidad y de heteroscedasticidad. (2 puntos por reconocer esto).

El problema de multicolinealidad no es corregible, pues el modelo teórico no permitiría eliminar ninguna de las dos variables. (1 punto por reconocer esto)

El problema de heteroscedasticidad del modelo corregido podría ser resuelto fácilmente por medio de mínimos cuadrados ponderados en el segundo modelo. Es decir, Se deberá estimar el siguiente modelo:

$$\frac{y_t^*}{\sqrt{X_{3t}}} = \beta_1^* \frac{1}{\sqrt{X_{3t}}} + \beta_2^* \frac{X_{2t}^*}{\sqrt{X_{3t}}} + \beta_3^* \frac{X_{3t}^*}{\sqrt{X_{3t}}} + \frac{\epsilon_t}{\sqrt{X_{3t}}}$$

Se puede demostrar fácilmente que el nuevo término de error será homoscedástico. Es decir:

$$Var\left[\frac{\epsilon_t}{\sqrt{X_{3t}}}\right] = \frac{1}{X_{3t}} Var[\epsilon_t] = \frac{1}{X_{3t}} \sigma^2 X_{3t} = \sigma^2$$

Q.E.D.

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = E

Characteristics:
E
First observation = 1
Last observation = 46
Number of usable observations: 46
Minimum value: 1.6482968E+007
Maximum value: 2.1861679E+007
Sample mean: 1.8855080E+007
This variable is integer valued.
A discrete dependent variable model might be more suitable!

X variables:
X(1) = X
X(2) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	2.2302.	7.5184 (.29660)	10.91629 (0.2043)
b(2)	2.6957551	2.207 (0.8711)	0.324 (0.03528)
		[0.00000]	[0.80000]

Notes:

- 1: S.E. = Standard error
- 2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
- 3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 46
 Variance of the residuals: 757474805169.986
 Standard error of the residuals (SER): 870330.285104
 Residual sum of squares (RSS): 33328891427479.4
 (Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
 Total sum of squares (TSS): 65374130325034.5
 R-square: 0.4902
 Adjusted R-square: 0.4786

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 9.085248
 Null hypothesis: The errors are normally distributed
 Null distribution: Chi-square(2)
 p-value = 0.01065
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 4.61 5.99
 Conclusions: reject reject

Breusch-Pagan test = 8.535891
 Null hypothesis: The errors are homoskedastic
 Null distribution: Chi-square(1)
 p-value = 0.46414
 Significance levels: 10% 5%
 Critical values: 2.71 3.84
 Conclusions: reject reject

Information criteria:
 Akaike: 2.73958E+01
 Hannan-Quinn: 2.74255E+01
 Schwarz: 2.74753E+01

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional expectation of the model error U relative to the X variables equals zero, then the OLS parameter estimators $b(1), b(2)$, minus their true values, times the square root of the sample size n, are (asymptotically) jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:

1.13455444E+09 -6.66472617E+10
 -6.66472617E+10 4.67254254E+12

provided that the conditional variance of the model error U is constant (U is homoskedastic), or

8.59304286E+08 -4.60034367E+10
 -4.60034367E+10 3.19699783E+12

if the conditional variance of the model error U is not constant (U is heteroskedastic).

$$\text{Corr}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 1 & -0.878 \\ & 1 \end{bmatrix}$$

NOTA: $t_{0.925, 398} = 1.965$