

En cada uno de los siguientes casos determine si la serie dada es convergente o no. Indique claramente el criterio que utiliza para justificar su respuesta.

1. (1 punto)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 - 3}$$

2. (0.5 puntos)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3 + 3n}}$$

3. (0.5 puntos)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 - 3n^2 - 4n^3}{2n^3 - 3n^2 + 5n + 1}$$

4. (1 punto) Determine el intervalo de convergencia de la serie dada abajo. Indique que sucede en los extremos del intervalo

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x - 2)^n}{(n + 1)^2}$$

5. (1 punto) Muestre todo el proceso necesario para generar una serie de potencias para la función:

$$f(x) = \frac{2}{4 - x^4}$$

6. (1 punto) Encuentre las series de potencias apropiadas para las funciones $f(x) = e^{-x^3}$ y $g(x) = \frac{\text{ArcTan}x}{x^2}$ de manera que: a) Halle una expresión para el producto $f(x) \cdot g(x)$ usando los primeros dos términos de cada serie. b) Encuentre una expresión general (en términos de n y de x) para la integral

$$\int f(x) \cdot g(x) dx$$