

EXAMEN FINAL DE ALGEBRA Y FUNCIONES 22-11-12

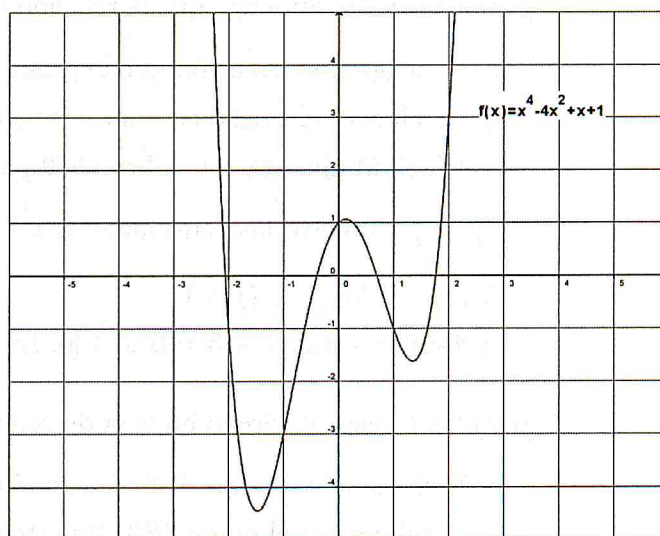
Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_  
 Profesor: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

- *Lea cuidadosamente y entienda cada punto del examen. Después **respóndalo pero muestre en la hoja de respuestas el proceso seguido, indicando claramente de qué punto se trata.** Sólo se responden preguntas de aclaración a algún enunciado hasta 15 minutos después de iniciado el examen. Pasado este tiempo no se responde ninguna pregunta.*
- ***Apague y guarde su celular, blackberry y cualquiera otro aparato electrónico y guárdelo en su bolso. Éste debe permanecer cerrado debajo de su silla durante todo el examen. Tenga lápiz, saca-puntas y borrador sobre el escritorio.***

1. [12 ptos.] Considere la función  $f(x) = \frac{2}{|3x-2|}$ . Complete lo siguiente en el espacio provisto.
- El dominio de la función  $f$ : \_\_\_\_\_.
  - Si  $f(x) = 1/2$ , los valores de  $x$  son: \_\_\_\_\_.
  - Un valor de  $y$  tal que el punto  $Q(9, y)$  pertenece a la gráfica de  $f$  es  $y =$ \_\_\_\_\_.
2. [9 puntos] Las afirmaciones a), b) y c) se responden con base en la gráfica adjunta de la función  $f(x) = x^4 - 4x^2 + x + 1$ .

Asigne el valor de verdad, verdadero (V) o falso (F), a las siguientes proposiciones:

- $f$  es creciente en el intervalo  $[-1, 0]$ .
- Existe un único  $x \in D_f$  tal que  $f(x) = 3$ .
- La ecuación  $f(x) = 0$  tiene 2 raíces reales. (No se le pide encontrarlas).



3. [14 ptos.] Muestre que la solución de la ecuación  $\frac{x^2(-\frac{1}{x}) - 2x(1 - \ln x)}{x^4} = 0$  con  $x \neq 0$  es  $x = e^{p/q}$ , donde  $p + q = 5$

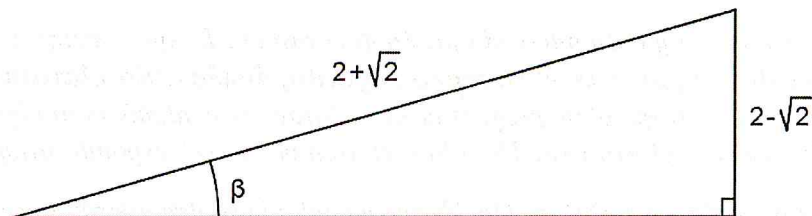
4. [12 ptos.] Califique como verdadero (V) o falso (F) cada uno de los siguientes enunciados.

( ) La solución de la desigualdad  $2 < 1 - 2x \leq 3$  es el intervalo  $[-1, -1/2]$ .

( ) La suma de las raíces del polinomio  $p(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 - x^2 - 4$  es 3.

( ) Si  $f(x) = \frac{2}{|3x-2|}$  entonces los valores  $x = 1$  y  $x = \frac{1}{3}$  muestran que la función  $f$  no es inyectiva.

5. [8 ptos.] Marque la respuesta correcta.



a) La longitud del **cateto adyacente** al ángulo  $\beta$  es:

1) 2

2)  $2^{3/2}$

3)  $2^{7/4}$

4)  $3^{1/2}$

b) Utilizando el proceso de racionalización de denominador, si se requiere, se obtiene que el valor de  $\sin \beta$  es:

1)  $5 - 3\sqrt{2}$

2)  $3 - 2\sqrt{2}$

3)  $\sqrt{2}/2$

4)  $-1$

6. [12 ptos.] Cuando el Administrador de una peluquería cobra 5500 pesos por corte de cabello, atiende 50 personas en un día, pero si sube el precio a 6000 pesos, atiende solamente a 40 personas al día. Suponga que la relación entre precio y número de clientes atendidos es lineal,

a) Obtenga una ecuación que expresa esta relación.

b) ¿Cuál será el precio cuando se atienden 44 clientes?.

c) ¿Si el administración cobra 6500 pesos por corte, cuantos clientes atendería?

7. [15 ptos.] Resuelva las ecuaciones a) y b) y el sistema c).

a)  $\log x - \log(x - 2) = 1$ .

b)  $4 \sin^2 x - 8 \sin x + 3 = 0$   $x \in [0, 2\pi]$ .

c) 
$$\begin{cases} y - x = -3 \\ x^2 = 9 - y^2 \end{cases}$$

8. [18 ptos.] Dada la circunferencia de ecuación  $2x^2 - 8y + 2y^2 + 4x - 30 = 0$ .

a) Exprese la ecuación en forma canónica y determine el centro y el radio.

b) Verifique que el punto  $P(3, 4)$  pertenece a la circunferencia y halle la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en dicho punto. (Sug: Recuerde que el radio es perpendicular a la recta tangente en el punto de tangencia).