# Parcial 2
# Matemáticas Discreta
# Profesor: Jaime Andrés Castaño

UNIVERSIDAD ICESI — Facultad de Ingeniería — Departamento de Matemáticas y Estadística

2013-1

**Estudiante:** ______________________________ **Código:** ____________________

Responda claramente cada una de las siguientes preguntas. No se responden preguntas relacionadas con el desarrollo de ejercicios. No se permite el uso de aparatos electrónicos. **Tiempo**: 2 horas.

1. En $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ se define la relación $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a.b = b.c$ Determine si $R$ es una relación de equivalencia y si lo es, calcular la clase de $(4,8)$. En caso de no ser relación de equivalencia, exhiba con un contraejemplo el porqué no es de equivalencia.

2. Sea $A = \{1,2,3,4,5\}$ y sea $R$ la relación de equivalencia definida sobre $A$ por :

$$R = \{(1,1),(1,5),(2,2),(2,3),(2,6),(3,2),(3,3),(3,6),(4,4),(5,1),(5,5),(6,2),(6,3),(6,6)\}$$

   Encuentre la partición de $A$ inducida por $R$, es decir, encuentre las clases de equivalencia de $R$ y luego encuentre el conjunto cociente $A/R$.

3. Un circuito eléctrico que consta de tres interruptores $A, B, C$ para una lámpara $L(A,B,C)$ cumple las siguientes condiciones:

   *a*) $L$ se enciende si $A$ y $C$ están cerrados o si $B$ y $C$ están cerrados

   *b*) $L$ se apaga si $A$ y $C$ están abiertos y $B$ cerrado, si están $A$ cerrado y $B$ y $C$ abiertos o si están $A$ y $B$ cerrados y $C$ abierto

   Obtener una expresión booleana para la lámpara $L(A,B,C)$ y construir un circuito que la represente.

4. Sea $f : A \to B$ una función tal que $rango(f) = C \subseteq B$ y la relación $\simeq_f$ sobre $A$ definida por la condición: $x \simeq_f x' \Longleftrightarrow f(x) = f(x')$.

   (a) Pruebe que $\simeq_f$ es una relación de equivalencia

   (b) Si $A = \mathbb{Z} = B$, y $f(x) = 2x - 1$ encuentre [2]

5. Responda y justifique claramente los siguientes enunciados:

   *a*) Sea $f : X \to Y$ una función y $A, B \subseteq X$. Se cumplirá que $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$? Si no se cumple, determine la inclusión válida y demuéstrela.

   *b*) Halle la forma normal disyuntiva de $x + y(x + \overline{z})$.

   *c*) Sea $\mathcal{P}$ el conjunto de todos los números primos y supongamos que este conjunto infinito se ordena por divisibilidad. ¿Tiene $\mathcal{P}$ elementos maximales y minimales?

   *d*) Demostrar que en un álgebra booleana $\overline{a} + b = 1$ si y solo si $a \cdot \overline{b} = 0$