

Supletorio del primer parcial de Algebra Lineal – grupo 2 – Nocturno – Mayo 7/2011
Prof. María Eugenia Martínez G.

Nombre: _____
 código: _____

1. **(10 puntos)** Un empresario tiene tres máquinas que son empleadas en la fabricación de cuatro productos diferentes. Para utilizar plenamente las máquinas, éstas estarán en operación 8 horas diarias. El número de horas que cada máquina es usada en la producción de una unidad de cada uno de los cuatro productos está dado por:

Encuentre el número de unidades que se deben producir de cada uno de los cuatro productos en un día de 8 horas, bajo el supuesto de que cada máquina se usa las 8 horas completas.

$$\begin{array}{l} \text{máquina 1} \\ \text{máquina 2} \\ \text{máquina 3} \end{array} \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

2. **(20 puntos)** Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes (**justifique su respuesta**)

a) Si $A^2 = A$ y $A \neq I_n$, entonces $\det(A) = 0$.

b) A , B y C son matrices de orden 3 tal que $|A|=2$, $|B|=3$ y $|C|=2$,
 entonces $\det((2A)^{-1}(3B)^T C^2) = 27$

c) Para cualquier matriz A cuadrada su cumple que $\det(-A) = -\det(A)$

d) Para cualquier \vec{x} de R^2 y cualquier escalar c siempre se cumple que
 $\|c\vec{x}\| = c\|\vec{x}\|$

e) Si $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = -4$ entonces $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ 2b_1 & 2b_2 & 2b_3 \end{vmatrix} = 16$

3. (20 puntos) Conteste las siguientes preguntas sustentando muy bien su respuesta.

a) ¿La matriz $H = I_n - 2AA^T$ es simétrica, siendo A una matriz de tamaño $n \times n$?

b) ¿El sistema homogéneo con matriz de coeficientes $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ tiene una solución no trivial?

c) ¿Si $B = PAP^{-1}$ y P es no singular, entonces $\det A = \det B$?

d) Si A y B son matrices tales que $BA = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ calcule $\left(\frac{1}{3}A\right)^T (3B)^T$