UNIVERSIDAD ICESI — Facultad de Ingeniería — Departamento de Matemáticas y Estadística

SUPLETORIO DEL SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE ALGEBRA LINEAL
PERIODO ACADÉMICO 091

Abril 25 de 2009

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: ______________________________ CÓDIGO: ____________________

1. **(8 Puntos)** Clasifique como falso o verdadero cada uno de los siguientes enunciados. Si es verdadero explique claramente por qué. Si es falso explique por qué o de un contraejemplo.

   a. El conjunto de todas las matrices no singulares $n\times n$ con las operaciones usuales de suma de matrices y multiplicación por escalar es un subespacio vectorial de las matrices $n\times n$ ....( )

   b. La matriz nula es la única matriz de 3×3 cuyo espacio nulo tiene dimensión 3..( )

   c. Su $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores paralelos de $\Re^3$ entonces $\left\{\vec{u},\vec{u}\times\vec{v}\right\}$ es un conjunto linealmente independiente....( )

   d. Si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son **L.I** y $H = Gen\left\{\vec{u},\vec{v},-\vec{u},2\vec{u}+\vec{v}\right\}$, entonces $dimH = 2$ .... ( )

2. **(15 Puntos)** Considere los puntos $P(-1,-1,0), Q(2,-1,2)$ y $R(0,1,-2)$.

   a. Encuentre la ecuación del plano π que contiene a los puntos P, Q y R.

   b. Encuentre la ecuación de la recta ℓ_1 perpendicular al plano π que pase por el punto $A(1,1,1)$.

   c. Determine la distancia del punto A al plano π.

3. **(12 Puntos)** Considere el conjunto $S = \left\{\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2},\overrightarrow{v_3},\overrightarrow{v_4},\overrightarrow{v_5}\right\}$, donde $\vec{v}_1 = (1,1,0,-1), \vec{v}_2 = (0,1,2,1), \vec{v}_3 = (1,0,1,-1)$ y $\vec{v}_4 = (-1,1,-6,-3)$, $\vec{v}_4 = (-1,-5,1,0)$

   a. Encuentre una base para el espacio de $\Re^4$, $W = gen(S)$.

   b. Sea A la matriz 4×5 cuyas columnas son los vectores $\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2},\overrightarrow{v_3}$ y $\overrightarrow{v_4}$. Encuentre una base para el ***Espacio Nulo*** de la matriz A, e indique el rango y la nulidad de la matriz A.

4.

   a. **(6 Puntos)** Determine una base para el subespacio de $M_{3\times 3}$ formado por las matrices simétricas.

   b. **(6 Puntos)** Sea $Ax = b$ un sistema de 20 ecuaciones con 24 incógnitas. Si el espacio nulo de A es generado por cuatro vectores linealmente independientes, ¿Es el sistema consistente para todo vector b? Explique.

5. **(8 Puntos)** Sean S_1 y S_2 subconjuntos finitos de un espacio vectorial tales que S_1 es un subconjunto de S_2 demuestre que:

   a. Si S_1 es linealmente dependiente, también lo es S_2.

   b. Si S_2 es linealmente independiente, también lo es S_1.

Se califica sobre 50 puntos