

**EXAMEN FINAL CÁLCULO DE UNA VARIABLE 02 19 /11/2010 PROFESOR FERNANDO POSSO G.**

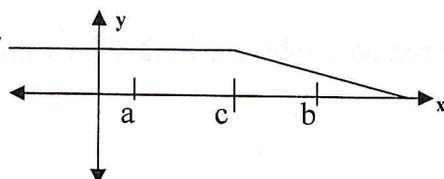
**NOMBRE** \_\_\_\_\_ **CODIGO** \_\_\_\_\_

NOTA: El valor total de las preguntas es de 120 puntos. SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS

1. (24 Puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es cierto o falso. Justifique su respuesta:

a. Si la gráfica de la función  $f$  es la dada a continuación, es posible afirmar que en el punto  $c$

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

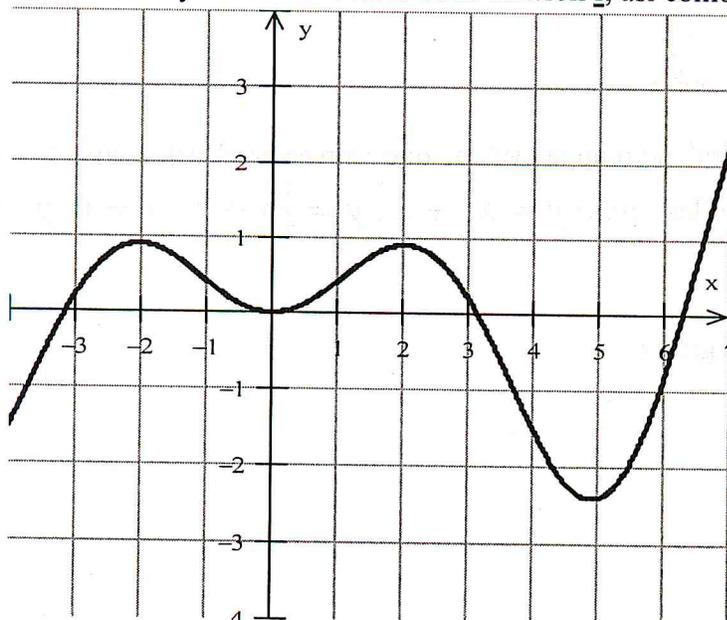


b. El mínimo absoluto de la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  en el intervalo  $[\frac{1}{2}, 4]$  se encuentra cuando  $x$  es 3

c. Dado que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$  y si además  $f'(x) = -x$  entonces  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

d. Si  $k(x) = \int_2^{\tan(x^2)} (\sqrt{\text{Sen}t}) dt$  entonces  $k'(x) = \sqrt{\text{Sen}(\text{Tan}x^2)} \text{Sec}x^2$

2. (9 puntos) Considere la grafica siguiente de la derivada  $f'(x)$  de una función  $f$ . Determine cuáles son los máximos y mínimos locales de la función  $f$ , así como sus puntos de inflexión en el intervalo  $[-4, 7]$



3. (12 Puntos) Calcule los límites siguientes, si existen:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Tan}x - x}{x^2}$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$

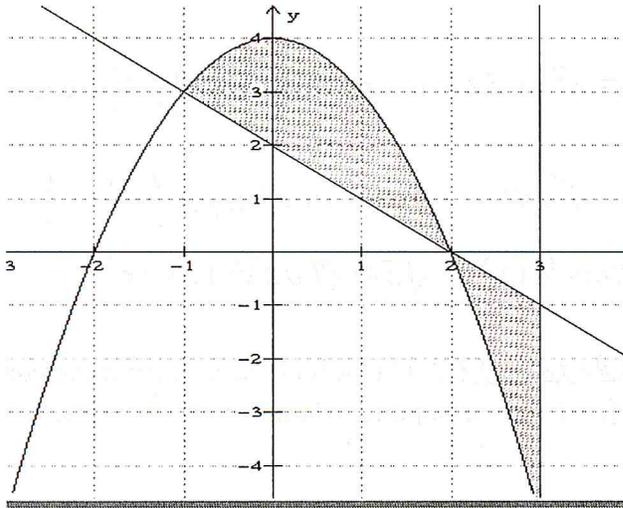
4. (16 Puntos) En cada caso calcule la derivada que se pide

a)  $y(x) = (\cos x)^{\ln x}$ ,  $y'(x) = ?$

b)  $y(x^2 - y^2) = 2x^2$ ,  $\frac{dy}{dx}(1,1) = ?$

5. (12 Puntos) Encuentre la distancia mínima del punto  $P(0,2)$  a la curva  $y = 4 - x^2$ ?

6. (9 Puntos) Encuentre el área de la región sombreada limitada por las curvas  $y = 4 - x^2$ ,  $y = 2 - x$ , y la recta  $x = 3$



7. (8 puntos) Escriba una expresión integral, pero no la evalúe, que represente el volumen del sólido que se genera cuando la región acotada por las curvas  $y = x^2 + 2$ ,  $y = \frac{1}{2}x + 1$ ,  $x = 0$  y  $x = 1$ , es rotada con respecto al eje  $x$ .

8. (30 Puntos) Calcule las siguientes integrales

a)  $\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^3}$

b)  $\int x^2 e^x dx$

c)  $\int \frac{5x^2 - x + 2}{x^3 + x} dx$

d)  $\int \frac{x^3}{\sqrt{16 - x^2}} dx$