

EXAMEN FINAL CÁLCULO DE UNA VARIABLE 02 19 /11/2010 PROFESOR FERNANDO POSSO G.

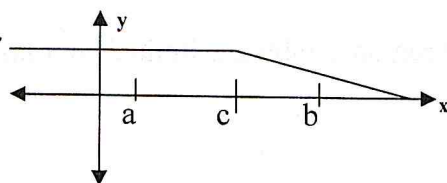
NOMBRE _____ **CODIGO** _____

NOTA: El valor total de las preguntas es de 120 puntos. SE CALIFICA SOBRE 100 PUNTOS

1. (24 Puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es cierto o falso. Justifique su respuesta:

a. Si la gráfica de la función f es la dada a continuación, es posible afirmar que en el punto c

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

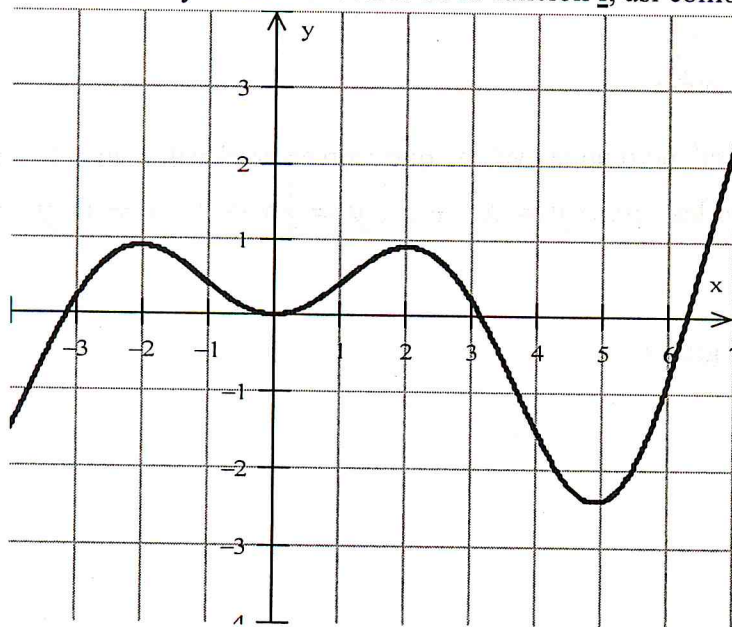


b. El mínimo absoluto de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ en el intervalo $[\frac{1}{2}, 4]$ se encuentra cuando x es 3

c. Dado que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ y si además $f'(x) = -x$ entonces $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

d. Si $k(x) = \int_2^{\tan(x^2)} (\sqrt{\text{Sen}t}) dt$ entonces $k'(x) = \sqrt{\text{Sen}(\text{Tan}x^2)} \text{Sec}x^2$

2. (9 puntos) Considere la grafica siguiente de la derivada $f'(x)$ de una función f . Determine cuáles son los máximos y mínimos locales de la función f , así como sus puntos de inflexión en el intervalo $[-4,7]$



3. (12 Puntos) Calcule los límites siguientes, si existen:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Tan}x - x}{x^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$

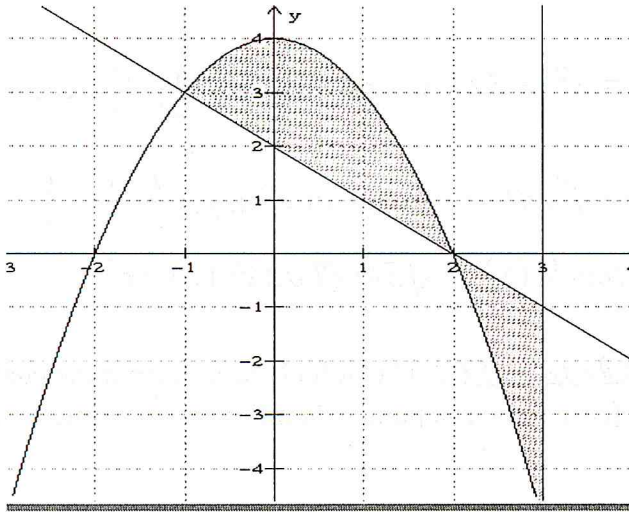
4. (16 Puntos) En cada caso calcule la derivada que se pide

a) $y(x) = (\cos x)^{\ln x}$, $y'(x) = ?$

b) $y(x^2 - y^2) = 2x^2$, $\frac{dy}{dx}(1,1) = ?$

5. (12 Puntos) Encuentre la distancia mínima del punto $P(0,2)$ a la curva $y = 4 - x^2$?

6. (9 Puntos) Encuentre el área de la región sombreada limitada por las curvas $y = 4 - x^2$, $y = 2 - x$, y la recta $x = 3$



7. (8 puntos) Escriba una expresión integral, pero no la evalúe, que represente el volumen del sólido que se genera cuando la región acotada por las curvas $y = x^2 + 2$, $y = \frac{1}{2}x + 1$, $x = 0$ y $x = 1$, es rotada con respecto al eje x .

8. (30 Puntos) Calcule las siguientes integrales

a) $\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^3}$

b) $\int x^2 e^x dx$

c) $\int \frac{5x^2 - x + 2}{x^3 + x} dx$

d) $\int \frac{x^3}{\sqrt{16 - x^2}} dx$