



EXAMEN FINAL DE CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES. 23 de mayo de 2012

NOMBRE: _____ CÓDIGO: _____

PROFESOR: _____ GRUPO: _____

1. (16 puntos)

(a) Determine el intervalo de convergencia de la serie dada. Incluya el análisis de la convergencia en los

puntos terminales del intervalo: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}$

(b) Utilice los cuatro primeros términos de una serie adecuada para dar un valor aproximado de la integral

$$\int_0^1 x^3 \arctan \sqrt{x} dx$$

2.

(a) (18 puntos) Considere la función $f(x, y) = x^3 - y^3 - 2xy + 6$. i) Encuentre los puntos críticos de f ; ii) Utilice el criterio de las segundas derivadas para clasificar los puntos críticos de f como máximo, mínimo o punto silla.

(b) (11 puntos) Determine las dimensiones de la caja rectangular con mayor volumen que puede inscribirse en una esfera de radio uno.

3. (18 puntos)

(a) Calcule W_u y W_v cuando $u = v = 0$, si $W = \ln \sqrt{1+x^2} - \arctan x$ y $x = 2e^u \cos v$.

(b) La derivada direccional de la función derivable $f(x, y)$, en el punto $(1, 2)$, es igual a 2 en dirección hacia el punto $(2, 2)$, y es igual a -2 en dirección hacia el punto $(1, 1)$. Calcule $f_x(1, 2)$ y $f_y(1, 2)$.

4. (22 puntos)

(a) Calcule el volumen del sólido que está acotado superiormente por el paraboloido $z = 4 - x^2 - y^2$ e inferiormente por el paraboloido $z = x^2 + y^2$. Debe dibujar el sólido.

(b) Evalúe la integral $\int_0^{\pi} \int_x^{\pi} \frac{\sec^2 y}{y} dy dx$. Debe hacer un dibujo de la región de integración.

5. (15 puntos) Escriba, pero no calcule, en coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas, el volumen del sólido que se encuentra al interior de las superficies $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ y $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$. Debe dibujar el sólido.