UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

SUPLETORIO DEL EXAMEN FINAL DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES

NOMBRE: ______________________________ **CÓDIGO:** __________

I.

a) (10 ptos.) Halle la serie de Maclaurin de la función $f(x)=e^x$. Utilice esta serie para escribir la serie que representa a la función $g(x)=x^3e^{-x^2}$. Posteriormente calcule el valor aproximado de $\int_0^1 x^3e^{-x^2}\,dx$, sumando los primeros tres términos de la serie que corresponden a la integral de $g(x)$ en el intervalo $[0,1]$.

b) (10 ptos.) Halle el intervalo de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n1}}{(2n+1)!}$.

II.

a) (10 ptos.) La aceleración a la que se mueve un punto en el espacio está dada la función vectorial $r''(t)=(t^{-2}, tsent^2, 1/t)$. Calcule la posición $r(t)$ si se sabe que $r'(1)=(1,0,2)$ y $r(1)=(1,1,-1)$

b) (10 ptos.) Halle las ecuaciones paramétricas de la recta tangente a la curva $r(t)=(t, te^t, -2)$ en el punto en que $t=1$

III.

a) **(15 ptos.)** Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange para resolver el siguiente problema:

Una fábrica tiene dos plantas productoras. El costo mensual de producir t unidades en la planta uno y r unidades en la planta dos está dado por la función $C(t,r)=2t^2+t+4r^2+3r$. La fábrica tiene un pedido de 2500 unidades mensuales. ¿Cuántas unidades debe producir en cada planta para satisfacer el pedido mensual y minimizar los costos? (Aproxime sus respuestas a los valores enteros más apropiados)

b) **(5 ptos.)** Si $z=x^2+x^2y^3+5x-3(\frac{x}{y})$, $x=sent+wt^{-1}-w^2$, $y=te^t+w^2$, calcule las derivadas parciales $\frac{\partial z}{\partial t}$ y $\frac{\partial z}{\partial w}$

c) **(10 ptos.)** La razón de cambio de la función $z=f(x,y)$ en el punto $P(2,4)$ en dirección del vector $\vec{i}$ es -2 y en dirección de P a $Q(-1,2)$ es 3. Calcule el gradiente de f.

IV. (15 ptos.) Bosqueje la región de integración dada por la integral doble $\int_0^2\int_0^{\sqrt{4-x^2}} e^{x^2+y^2}\,dydx$. Posteriormente, calcule la integral, utilizando el método que desee.

V. (15 ptos.) Dibuje la región R que se encuentra encima del plano $z=0$, dentro del cilindro $x^2+y^2=1$ y por fuera del cono $z=2\sqrt{x^2+y^2}$. Plantee, **PERO NO CALCULE,** el volumen de R en coordenadas cartesianas. Posteriormente realice un cambio de variable apropiado y calcule el volumen de R