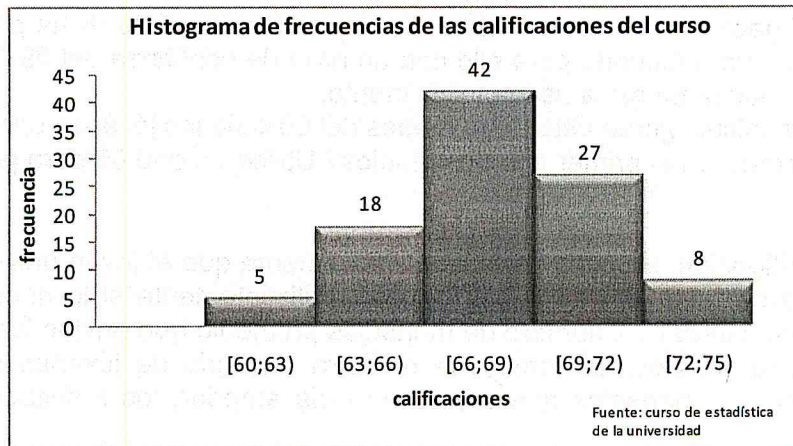


Examen Final de Estadística y Probabilidad Básicas 08293 – período 2012-2
Cali, 16 de noviembre de 2012.

1. El siguiente histograma corresponde a la distribución de las calificaciones de los alumnos de un curso de Estadística en una universidad de un país muy pero muy lejano:



Teniendo en cuenta la información del gráfico:

- a. Calcule e interprete la media y el coeficiente de variación de la distribución.
 - b. Calcule a partir de qué valor se encuentra el **25%** de calificaciones más altas. **(15%)**
2. El secretario de educación de una ciudad importante en el país referido en el punto 1, está preocupado por el “matoneo” en los colegios oficiales de secundaria. En un sondeo efectuado en 3 colegios donde el primero tiene 500 alumnos, el segundo tiene 1,000 alumnos y el tercero tiene 2,000 alumnos, se pudo establecer inicialmente que el porcentaje de alumnos que son víctimas de este maltrato por parte de sus compañeros fue en cada colegio de 1%, 0,8% y 2%, respectivamente. Se selecciona un alumno al azar de entre los 3 colegios.
- a. Si el alumno resultó ser víctima del “matoneo”, ¿Cuál es la probabilidad de que provenga del colegio con mayor número de alumnos?
 - b. Calcule la probabilidad de que al seleccionar dos alumnos al azar de entre los 3 colegios, por lo menos uno sea víctima del “matoneo”. **(15%)**
3. La directora de un grupo grande de profesionales en psicología que atiende en su propia sede, sabe que el 40% de los psicólogos que trabajan con el grupo, prefieren la línea de atención a pacientes en psicología clínica.
- a. Si se selecciona una muestra de 8 psicólogos del grupo, ¿cuál es la probabilidad de que mínimo 2 psicólogos prefieran la línea de atención a pacientes en psicología clínica? **(10%)**
4. De acuerdo con una investigación sociológica en el país referido en el punto 1, los jóvenes universitarios utilizan su teléfono móvil dentro de las clases para chatear, lo hacen en promedio 195 horas por período académico, con una desviación estándar de 8,5 horas. Suponga que el tiempo de uso de teléfono móvil de los universitarios dentro de las clases para chatear, sigue una distribución normal.
- a. Suponga que un alumno elegido al azar se encuentra por encima del 1% de los que más usan su teléfono móvil en clase para chatear. ¿cuál es el número mínimo de horas por período que usa ese alumno su teléfono móvil para chatear?
 - b. Encuentre la probabilidad de que ese alumno chattee entre 190 y 210 horas en un período académico cualquiera. **(20%)**

5. La investigación anterior también concluyó que el 50% de los jóvenes universitarios cambia de carrera o plan de estudio después del primer año. Una muestra de 100 universitarios elegidos al azar, reveló que 48 habían cambiado de carrera después del primer año.
- Encuentre un intervalo de confianza del 92% para la proporción de jóvenes universitarios que en ese país, cambian de carrera en el primer año.
 - Si en la investigación se quisiera mejorar la estimación inicial de dicha proporción, encuentre el tamaño de muestra adecuado para ello con un nivel de confianza del 99% y un margen de error de $\pm 5\%$, utilizando la muestra usada inicialmente.
 - Con la muestra inicial, ¿cree usted que menos del 50% de los jóvenes universitarios de ese país, cambian de carrera en el primer año de estudios? Utilice un $\alpha=0,05$ para probarlo.

(20%)

6. En la misma investigación, se pudo establecer inicialmente que el joven universitario envía también muchos mensajes de texto por su teléfono móvil, indistintamente si lo hace en clase o no. Para hacer una estimación inicial del número de mensajes promedio que envían los jóvenes universitarios desde sus teléfonos móviles, se tomó una muestra aleatoria de jóvenes universitarios y se les preguntó el número de mensajes que enviaron el día anterior, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

51	175	47	49	44	54	145	203	21	59	42	100
----	-----	----	----	----	----	-----	-----	----	----	----	-----

- Encuentre una estimación para el número promedio de mensajes que envían los jóvenes universitarios a través de sus teléfonos móviles, con un nivel de confianza del 95%.
- Se quiere mejorar esta estimación inicial. Encuentre el tamaño de muestra adecuado con un nivel de confianza del 99% y un margen de error de ± 2 mensajes de texto, usando la desviación estándar de la muestra inicial.
- Con la misma muestra inicial, ¿se puede concluir que el número promedio de mensajes de texto enviados por los jóvenes universitarios es mayor a 50? Utilice un $\alpha=0,05$ para probarlo.

(20%)

FÓRMULAS DE INTERÉS

Coefficiente de Variación

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}; S = \text{desviación estándar de la muestra}$$

Promedio en datos agrupados

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k X'_i \times f_i}{n}$$

Desviación estándar de datos agrupados

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i \times (X'_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Fórmula para percentiles

$$F(X) = F(L_{i-1}) + f_i^* \times (X - L_{i-1}); \quad f_i^* = \frac{f_i}{C}$$

Definición de probabilidad condicional

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Definición de probabilidad Total

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \dots + P(A \cap B_k)$$

B_1, B_2, \dots, B_k : mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos

Independencia de eventos:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

Teorema de Bayes:

$$P(B_i/A) = \frac{P(A/B_i)P(B_i)}{P(A/B_1)P(B_1) + P(A/B_2)P(B_2) + \dots + P(A/B_k)P(B_k)}$$

Distribución de probabilidad Binomial

$$P(x) = nCx * \pi^x * (1 - \pi)^{n-x}$$

Fórmula de transformación para la distribución normal estándar

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Intervalos de Confianza:

Para el promedio:

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ con } \sigma \text{ conocida.}$$

$$\bar{X} \pm t_{n-1, \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}} \text{ con } \sigma \text{ desconocida.}$$

Para la proporción:

$$p \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Tamaños de muestra:

Para el promedio:

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \times \sigma^2}{e^2}$$

Para la proporción:

$$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2 \pi(1-\pi)}{e^2}$$

Estadísticos de prueba:

Del promedio:

$$Z_{calc} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \text{ con } \sigma \text{ conocida; } t_{calc} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ con } \sigma \text{ desconocida}$$

De la proporción:

$$Z = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$