



EL PROCESO DE FORMULACIÓN DE PROBLEMAS, UN PRETEXTO PARA
MOVILIZAR APRENDIZAJES EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE
PRIMARIA

LUZ MARINA GAVIRIA LONDOÑO

UNIVERSIDAD ICESI
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI
2017

EL PROCESO DE FORMULACIÓN DE PROBLEMAS, UN PRETEXTO PARA
MOVILIZAR APRENDIZAJES EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE
PRIMARIA

Luz Marina Gaviria Londoño
Estudiante

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación

Director
Mg. Juan Carlos López García

UNIVERSIDAD ICESI
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
SANTIAGO DE CALI
2017

Dedicado a mi familia y en especial a mis hijos José David y Alejandro porque me impulsan a ser cada día mejor, sus gestos de admiración y respeto hacia lo que hago y sus formas de vivir la vida, me ayudaron a no sentirme culpable por los momentos de ausencia.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Icesi, por el apoyo brindado a través de sus docentes, directivos y personal administrativo. De su mano fue un camino de grandes aprendizajes.

A los estudiantes de grado 5-1 de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán de Cali año lectivo 2016, su participación fue esencial para mejorar mi proceso de intervención en el aula de clases y para la obtención de los resultados que se exhiben en esta investigación.

A mis compañeros de maestría, gran grupo, siempre alegres y dispuestos a construir academia y una mejor manera de ejercer nuestra noble e importante labor.

Tabla de contenido

Resumen	10
1. Introducción	12
2. Problema de investigación	14
3. Justificación.....	28
4. Objetivo General:	31
4.1. Objetivos Específicos:.....	31
5. Marco teórico	33
5.1. Aprendizaje	34
5.1.2. ¿Qué es aprender?	34
5.1.3. Modelo de aprendizaje dialógico.	40
5.1.4. El concepto de “Movilizar”	43
5.1.5. El juego como estrategia de aprendizaje	45
5.1.6. Intercambio de Información	46
5.2. Matemáticas	48
5.2.1. Competencias y procesos de la actividad matemática	48

5.2.2.	Las estructuras multiplicativas.....	50
5.2.2.1.	La proporcionalidad simple y directa.....	51
5.2.3.	Proceso de formulación de problemas	55
5.3.	Didáctica	56
5.3.1.	¿Qué se entiende por Didáctica?	56
5.3.1.1.	Didáctica de las Matemáticas	58
5.3.2.	¿Qué se entiende por situación didáctica?	59
5.4.	La teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau	63
6.	Metodología de la investigación	75
6.1.	Contexto empírico de la investigación	78
6.2.	Descripción de los sujetos de la investigación (Muestreo). ..	80
6.3.	Instrumentos utilizados en la recolección de la información	82
6.3.1.	Instrumento A: cuestionario sociodemográfico	83
6.3.2.	Instrumento B: Prueba Pre-Post	83
6.3.3.	Instrumento C: La observación cualitativa.....	85
6.4.	Situación Didáctica.....	89
6.5.	Materiales	96
6.6.	Procedimiento de recolección de la información.....	96

6.7.	Proceso.....	97
7.	Resultados Cuantitativos.....	99
7.1.	Datos cuantitativos	99
7.2.	Análisis y discusión de resultados cuantitativos	113
7.2.1.	Aplicación Inicial: Prueba Pre-Post.....	113
7.2.2.	Aplicación final: Prueba Pre-Post	114
8.	Resultados cualitativos.....	117
8.1.	Variables de estudio.....	117
8.2.	Análisis y discusión de resultados cualitativos.....	118
8.2.1.	Variable 1: IIA.	119
8.2.2.	Variable 2: IIF.....	129
8.2.3.	Variable 3: IIV.	138
9.	Conclusiones y recomendaciones	143
10	Anexos	156
	Referencias:.....	161

Índice de Figuras

<i>Figura 1. Prueba Saber 2014 Matemática grado 5º a nivel nacional</i>	<i>17</i>
<i>Figura 2. Prueba Saber 2014 de la IETI José A. Galán a nivel local.....</i>	<i>18</i>
<i>Figura 3. Resultados de las Pruebas Saber 2014 y 2015 en la IETI José Antonio Galán</i>	<i>20</i>
<i>Figura 4. Clases de Isomorfismos de medida</i>	<i>52</i>
<i>Figura 5. Función de cada componente del entorno en una situación didáctica</i>	<i>67</i>
<i>Figura 6. Estructuración del Medio Didáctico</i>	<i>68</i>
<i>Figura 7. Esquema metodológico de la investigación</i>	<i>75</i>
<i>Figura 8. Distribución de la población de la comuna 4.</i>	<i>78</i>
<i>Figura 9. Nivel Educativo alcanzado por población de la comuna 4.</i>	<i>80</i>
<i>Figura 10. Aplicación Prueba Pre-Post Inicial Grupal</i>	<i>103</i>
<i>Figura 11: Gráfico de los Puntajes Obtenidos por los Estudiantes de la Muestra</i>	<i>106</i>
<i>Figura 12. Puntaje aplicación inicial Prueba Pre -Post Muestral.....</i>	<i>109</i>
<i>Figura 13. Gráfico Comparativo Prueba Pre- Post Grupo 5-1</i>	<i>113</i>
<i>Figura 14: Gráfico Comparativo Prueba Pre- Post Grado 5-1</i>	<i>115</i>
<i>Figura 15. Gráfico Comparativo Prueba Pre-Post Grupo Muestral</i>	<i>116</i>
<i>Figura 16: Fotografía de los estudiantes en situación a-didáctica.....</i>	<i>118</i>
<i>Figura 17. Variable 1. Calcular el total.....</i>	<i>119</i>
<i>Figura 18. Nota de observación del estudiante E32.....</i>	<i>121</i>
<i>Figura 19. Problema formulado por E15</i>	<i>134</i>
<i>Figura 20. Problema formulado por E25</i>	<i>135</i>
<i>Figura 21. Problema formulado por E35</i>	<i>135</i>
<i>Figura 22. Problema formulado por E45.....</i>	<i>135</i>

Índice de Tablas

<i>Tabla 1. Porcentaje de respuestas incorrectas en la Prueba Saber 2015</i>	19
<i>Tabla 2. Distribución porcentual Pruebas Saber 2014/ 2015</i>	21
<i>Tabla 3. Informe Prueba Saber 2015, Matemáticas 5º- IETI José A. Galán</i>	22
<i>Tabla 4. Barrios de la Comuna 4</i>	79
<i>Tabla 5. Resultados de la Aplicación inicial de la Prueba Pre-Post Grupal</i>	100
<i>Tabla 6. Puntajes de la aplicación Inicial de la Prueba Pre-Post al grupo muestral</i>	104
<i>Tabla 7. Resultados de la aplicación final de la Prueba Pre-Post</i>	107
<i>Tabla 9. Puntajes de la aplicación Final de la Prueba Pre-Post al grupo muestral</i>	111
<i>Tabla 10. Procedimiento seguido en situación a-didáctica</i>	123
<i>Tabla 11. Elección de la operación en variable 2</i>	131
<i>Tabla 12. Dificultad para dividir vs técnica empleada</i>	132

Anexos

<i>Anexo 1. Instrumento A</i>	156
<i>Anexo 2. Instrumento B</i>	157
<i>Anexo 3. Distribución por cuotas</i>	160

Resumen

Esta investigación se interesó en encontrar solución a los bajos desempeños en el área de matemáticas de los estudiantes de grado quinto de primaria, de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán de la ciudad de Cali. Tuvo como objetivo principal, describir la evolución de los aprendizajes en el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple y directa durante la implementación de una situación didáctica en el aula de clase.

La metodología empleada fue un estudio cualitativo que buscaba interpretar en sus propios términos los intercambios de información entre los estudiantes, a partir de un medio didáctico y una situación fundamental modelada alrededor de los isomorfismos de medida básicos que propone Vergnaud (1991/2013).

El medio didáctico consistió en un juego de lanzamiento de arandelas dentro de los orificios de un cajón, el cual generaba los insumos para la creación inicial de los problemas aritméticos de proporcionalidad simple y directa, y para la discusión en plenaria de las estrategias que surgían en cada una de las fases de la situación didáctica.

La principal conclusión fue que los estudiantes requieren que, en el desarrollo de la clase de matemáticas, se generen espacios de diálogo para enfrentarse con éxito al conocimiento matemático; puesto que esto, contribuye a mejorar el estado de sus comprensiones y a resignificar su saber, además ocasiona que la intervención del docente tenga sentido.

Palabras clave: Situaciones Didácticas, Formulación de problemas, intercambios de información, Aprendizaje de las matemáticas, Didáctica de las matemáticas.

1. Introducción

El presente trabajo de maestría se inscribe dentro de un programa orientado a la profundización del conocimiento didáctico de las matemáticas, la lengua castellana y las ciencias naturales y sociales, denominado “Becas de Excelencia docente”, auspiciado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). Dicho programa, tiene el propósito de desarrollar competencias didácticas en los profesores del territorio nacional para la intervención en el aula. Surge como una alternativa de solución a los problemas de aprendizaje en los estudiantes que cursan su educación básica o media en Colombia.

En particular, el desarrollo de este trabajo se realizó con estudiantes de grado quinto de básica primaria de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán, con el fin de potenciar el desarrollo del pensamiento numérico desde el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple y directa en el área de matemáticas.

Para ello, se situó una metodología en el aula de clases guiada por la *Teoría de Situaciones Didácticas*, con relación a algunas formas teóricas existentes en didáctica sobre cómo se aprenden las matemáticas; de modo que tanto profesores como estudiantes experimenten un cambio en la forma en que se relacionan con este conocimiento.

En la primera parte del trabajo se establece el problema de investigación, los objetivos y el marco teórico que permite analizar los datos cualitativos, producto de la intervención en el aula. El marco teórico se configura desde cuatro componentes básicos: el aprendizaje, las matemáticas, la didáctica y la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau.

En la segunda parte se presenta aspectos relacionados con el diseño metodológico de una situación didáctica: la metodología de investigación, el contexto empírico en el cual se implementa la situación didáctica y el medio didáctico modelado desde las tres clases básicas de los isomorfismos de medida que propone Vergnaud para el aprendizaje de la proporcionalidad simple y directa.

Finalmente, se exponen los resultados cuantitativos fruto de la aplicación de una Prueba Pre-Post, los resultados cualitativos que surgen del proceso de implementación de la situación didáctica diseñada, y las conclusiones y recomendaciones que emergen tras un proceso de metacognición en torno a la pregunta de investigación, los objetivos propuestos y los resultados obtenidos.

2. Problema de investigación

Para establecer el problema de aprendizaje se revisaron documentos emitidos por: el Ministerio de Educación Nacional (lineamientos curriculares, estándares básicos de competencia de matemáticas, índice sintético de calidad educativa); el Icfes: (pruebas saber 2014 y 2015); los tutores del “programa todos aprender”(informe sobre la intervención en el aula); la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán (plan de área de matemática); y por algunos investigadores de educación matemática (estudios alrededor del pensamiento numérico, proceso de resolución y formulación de problemas y proporcionalidad simple y directa).

Al revisar los lineamientos curriculares del área de matemáticas (MEN, 1998), se encontró que estos presentan un enfoque orientado a la conceptualización del estudiante, la comprensión de las posibilidades para dirigir su acción y el desarrollo de unas competencias que les permita afrontar los retos actuales. En otras palabras, una forma de ver el proceso de enseñanza y aprendizaje como una contribución para que los estudiantes puedan asumir los retos del siglo XXI, a partir de:

una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender. (MEN, 1988, p. 18).

Es decir, que enfatice en los procesos de la actividad matemática descritos tanto en los lineamientos curriculares MEN (1998) como en los estándares básicos de

competencias MEN (2006), ya que estos procesos contribuyen al desarrollo de las competencias matemáticas, debido a que son, según estos documentos, los que le permiten al estudiante explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; acciones que, a su vez, contribuyen a que ellos, los estudiantes, actúen en y para la vida misma. (MEN, 1998, p. 18).

No obstante, el MEN (2006) sugiere que el proceso de planteamiento y resolución de problemas se configure como eje articulador de los demás procesos en el aula de clase, “porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido en la medida en que las situaciones que aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos” (p.52).

Sin embargo, el problema de los aprendizajes de los estudiantes no solo obedece a asuntos relacionados con el saber en matemáticas, aun cuando trabajar desde la resolución de problemas puede ser un punto de partida considerable, en el informe del *Programa “Todos a Aprender”* (PTA, 2015) para la IETI José Antonio Galán, se hacen recomendaciones sobre la intervención en el aula que se requiere implementar para que los estudiantes mejoren sus aprendizajes.

Este informe, dice que la institución educativa debe generar dinámicas en las cuales el estudiante entre en interacción comunicativa con sus compañeros y docentes; a través de un juego o material concreto mediante el cual puedan participar de manera más espontánea y con esto facilitar la comprensión de los saberes matemáticos.

En este sentido, la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau propone un enfoque que hace pensar en que es posible instaurar en el aula de clase dinámicas que contribuyan a aprendizajes de más largo alcance que los tradicionales, esto es “el de una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre los alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden (Brousseau, 2007, pp.8-9).

En la exploración que se hizo sobre el informe de resultados pruebas Saber 2014 y 2015, se encontró información valiosa sobre el tipo de saberes que se le dificultaban mayormente a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas, así como el número de preguntas realizadas y los saberes asociados a cada competencia y pensamiento matemático (MEN, 2015).

Dicho informe, muestra un análisis de resultados para grupos de instituciones con puntajes promedio similares en las pruebas Saber. Estos puntajes, fueron discriminados por grados y por áreas disciplinares en siete denominaciones de desempeño: muy superior, superior, alto, medio, bajo, inferior y muy inferior; para cada área y grado evaluado.

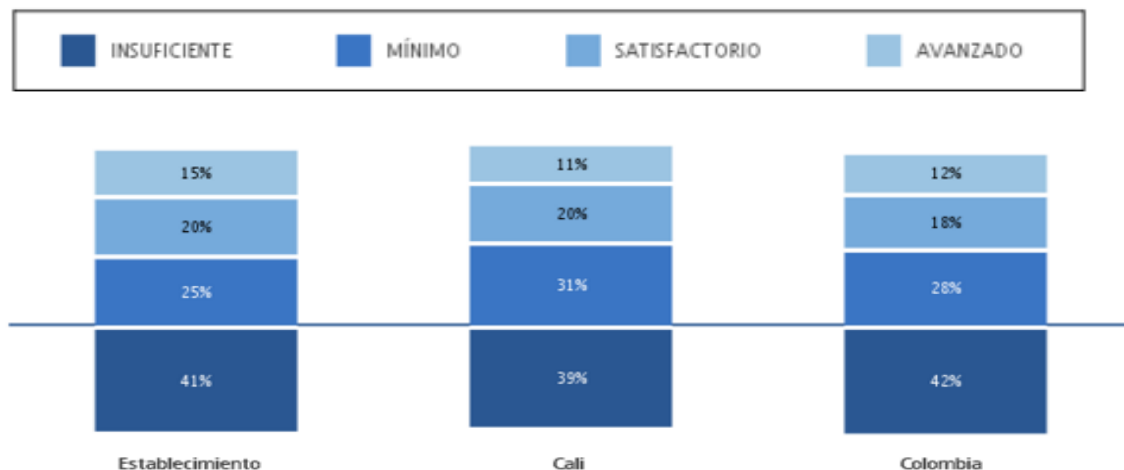
Además, el informe dice que el currículo propuesto por las instituciones que obtuvieron una clasificación de desempeño bajo y muy bajo, no propicia un uso flexible de los saberes que se abordan en el aula de clases que permita hacer transferencia a otros contextos diferentes en los que tuvieron lugar: contextos de la vida cotidiana, de las

matemáticas mismas y de otras ciencias (Icfes, 2014, p. 66). Al respecto, Labarrere & Quintanilla (2002) afirman que:

Cuando el alumno da muestra de haber accedido a los procedimientos que le permiten solucionar determinadas clases de problemas científicos, resulta necesario que estos procedimientos alcancen significado y sentido; o dicho en una forma más apropiada, sólo cuando se llenan de significado y sentido, el alumno puede transferirlos a otras situaciones de solución más o menos lejanas. (p.131).

Lo anterior es algo preocupante puesto que, los resultados tanto del 2014 como del 2015, dejan ver que los bajos niveles de desempeño en las pruebas del área de matemática se encuentran no solamente en el plano local sino también en el nacional. Situación que hace un llamado de atención sobre el tipo de prácticas de enseñanza y aprendizaje que se encuentran presentes en el aula de clase de las instituciones educativas de nuestro país.

Figura 1. Prueba Saber 2014 Matemática grado 5º a nivel nacional

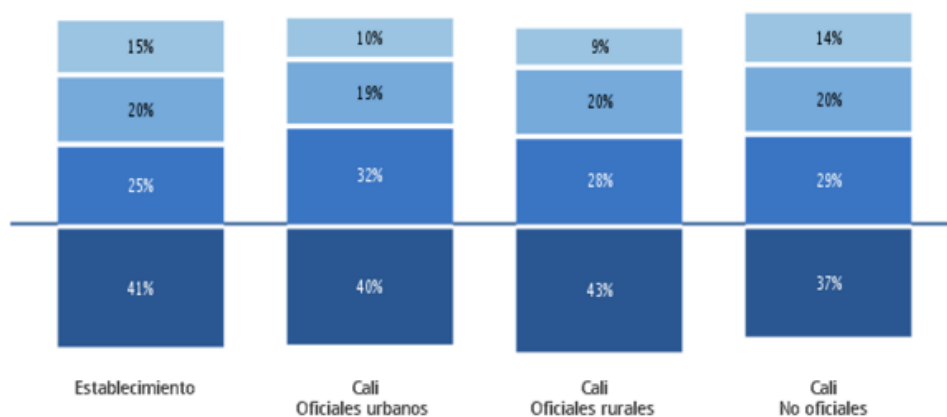


Fuente: Icfes (2015).

En relación a los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán en el área de matemáticas, el informe sobre las pruebas Saber 2014 muestra que, ellos se ubican en todos los casos, en mayor proporción, en los desempeños insuficientes y mínimos. Tal como se observa en la gráfica de la figura 1.

Lo mismo sucede cuando se contrasta esta institución con otros establecimientos educativos tanto del sector oficial, urbanos y rurales, como con los establecimientos no oficiales. (ver figura 2).

Figura 2. Prueba Saber 2014 de la IETI José A. Galán a nivel local



Fuente: Icfes (2015).

Con relación al informe de las pruebas Saber 2015 (Icfes, 2016), se toma en consideración que la mayoría de estudiantes del grado quinto de la IETI José Antonio Galán en comparación con la entidad territorial certificada y Colombia, en el área de matemáticas, presenta especial dificultad en la competencia de resolución de problemas

(ver tabla 1), aun cuando en los planes de área de esta institución aparece que el eje articulador de los procesos de aprendizaje es precisamente la resolución de problemas.

Tabla 1. Porcentaje de respuestas incorrectas en la Prueba Saber 2015

COMPETENCIA	IETI José Antonio Galán	Cali	Colombia
Comunicación	41%	37%	40%
Razonamiento	45%	44%	47%
Resolución	53%	48%	51%

Fuente: Icfes (2016, pp.23-27).

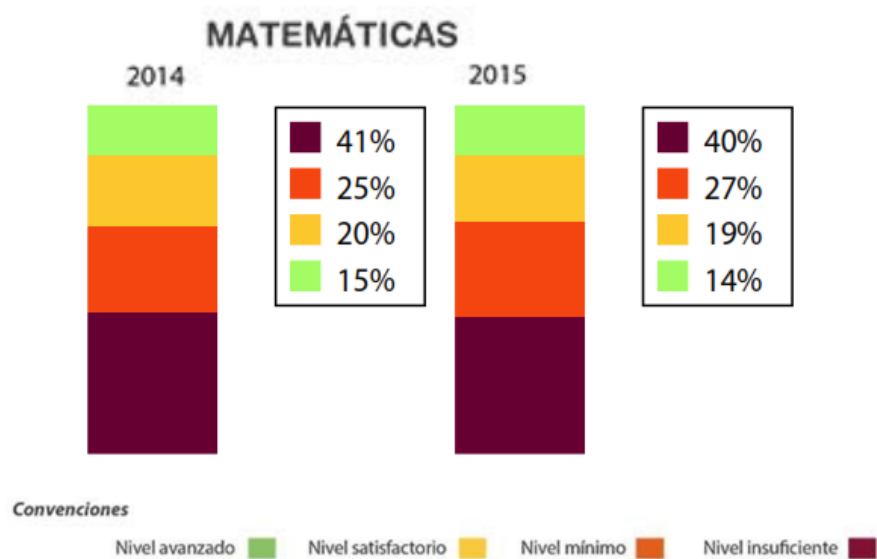
Al comparar los resultados obtenidos en las pruebas Saber del año 2014 con los del 2015, se observa que la institución en la medición que se realiza sobre dichos estudiantes, pasó del nivel bajo al nivel insuficiente y el índice sintético de calidad educativa (ISCE), bajó del 4,13 al 4,03; indicador que se encuentra por debajo de la medición de los desempeños a nivel nacional y esto es problemático para la institución puesto que no cumple con los requerimientos del MEN en cuanto a calidad educativa.

Es importante resaltar antes de proseguir que, en la construcción de estas pruebas, el Icfes evalúa los procesos de la actividad matemática con el status de competencias, es decir, como aprendizajes adquiridos, no como aprendizajes en construcción, mediante la siguiente reagrupación: “el razonamiento y la argumentación; la comunicación, la representación y la modelación; y el planteamiento

y resolución de problemas. En estas últimas quedan inmersas, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos” (Icfes, 2014. p. 68; Icfes, 2015, p. 72).

En la agrupación anterior se advierte que cada grupo formado contiene varias competencias. Además, es posible observar que en los documentos que exhibe el Icfes las palabras planteamiento y formulación aparecen como sinónimas y se utilizan de manera indistinta tanto para enunciar competencias como para exponer indicadores de desempeño. Estas aclaraciones se realizan porque en el aula de clase las competencias están en construcción, por lo cual no se hace referencia a estas sino a los procesos que permiten su consolidación con el tiempo.

Figura 3. Resultados de las Pruebas Saber 2014 y 2015 en la IETI José Antonio Galán



Fuente: PTA (2016, p.1)

Retomando el tema de las pruebas saber, se encontró que la prueba de matemáticas de grado quinto, en particular, constaba de 48 preguntas (Icfes2014, p.11; Icfes, 2015, p.13), cuya distribución porcentual para evaluar las competencias, se detallan en la tabla 2:

De acuerdo a la tabla 2, aproximadamente 20 preguntas de la prueba corresponden al componente numérico variacional. De lo cual, se puede extraer que en 8 preguntas se hace alusión al razonamiento y la argumentación; 4 preguntas a la comunicación, representación y modelación; y 8 a la resolución y formulación de problemas.

Tabla 2. Distribución porcentual Pruebas Saber 2014/ 2015

Tabla 23. Quinto grado

Componente	Competencia			TOTAL
	Razonamiento y argumentación	Comunicación, representación y modelación	Planteamiento y resolución de problemas	
Númérico-variacional	10%	15%	15%	40%
Geométrico - métrico	19%	10%	11%	40%
Aleatorio	6%	10%	4%	20%
Total	35%	35%	30%	100%

Fuente: Icfes (tabla 23, 2014, p.73)

Teniendo en cuenta lo mencionado en el párrafo anterior y los resultados obtenidos por los estudiantes en esas preguntas, el Informe de las pruebas saber 2014 (Icfes, 2015), afirman que la IETI José Antonio Galán es, relativamente:

- Fuerte en razonamiento y argumentación

- Débil en comunicación, representación y modelación
- Similar en formulación y resolución de problemas

Se cuestionó el significado de la palabra “similar” en los resultados obtenidos en formulación y resolución de problemas en el 2014, antes de decidir elegir los procesos con indicador “Débil”. Con lo cual se evidenció que la palabra “similar” en esta evaluación, significa que la problemática alrededor de este proceso de la actividad matemática es compartida. Este componente fue en el que menos respuestas acertadas obtuvieron los estudiantes de las diferentes instituciones evaluadas en el mismo grupo (Icfes, 2014).

Lo mismo sucedió en los resultados obtenidos en el año 2015. Según el informe de pruebas saber 2015 (Icfes, 2016), los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán en la competencia de planteamiento y resolución de problemas erraron entre el 40% y 100% de las preguntas efectuadas.

Tabla 3. Informe Prueba Saber 2015, Matemáticas 5º- IETI José A. Galán

IETI José Antonio Galán	Porcentaje de respuestas incorrectas por estudiante			
Competencias	<i>70% o más</i>	<i>Entre el 40% y 69%</i>	<i>Entre el 20% y 39%</i>	<i>El 19% o menos</i>
Comunicación	0%	40%	60%	0%
Razonamiento	0%	69%	31%	0%
Resolución	13%	88%	0%	0%

Fuente: Icfes (2016, pp.23-27).

Dentro del componente Numérico-Variacional para la competencia de resolución de problemas, la Prueba Saber evalúa los siguientes indicadores de desempeño (Icfes, 2014):

- Resuelve y formula problemas aditivos de transformación, comparación, combinación e igualación.
 - Resuelve y formula problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.
 - Resuelve y formula problemas de proporcionalidad directa e inversa.
 - Resuelve y formula problemas requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.

Estos indicadores están vinculados con aprendizajes de gran interés en la vida cotidiana de cualquier ciudadano, sin embargo, se observa que los aprendizajes alrededor de la proporcionalidad atraviesan todo el currículo escolar, en niveles de complejidad creciente. Por lo cual es importante generar vías de solución al respecto.

Además, de acuerdo con los informes del PTA (2015), en los estudiantes de la IETI José Antonio Galán, se evidencia falta de desarrollo en el pensamiento numérico cuando en la resolución de un problema de aritmética elemental, se encuentra algunos niños que realizan sumas de todos los números que aparecen en éste, sin discriminar a que se refiere cada uno de los números en dicho problema o cuándo realizan adiciones recurrentes de un mismo sumando, situaciones que tienen relación tanto con

dificultades para reconocer el significado de los números como con la comprensión de la estructura multiplicativa.

Asimismo, resulta problemático que en la revisión que se hace de los planes de área de la IETI José Antonio Galán, la organización de los saberes se encuentre por contenidos al igual que el desarrollo efectivo de este en el aula de clase, aun cuando el plan sostiene que el eje articulador del área es el proceso de resolución de problemas.

En cuanto al aprendizaje de la proporcionalidad simple se encuentra que ésta se ubica en el plan de área de la institución en todos los grados desde primero hasta once, en el último periodo del año escolar. Esa es una ubicación programática que dificulta, en muchos casos, que ese saber llegue al aula de clases.

Otro problema al cual es necesario generar una respuesta es al que Martínez (2008) saca a la luz con la siguiente afirmación: “raramente los estudiantes resuelven problemas que hayan sido propuestos por ellos mismos” (p.28), a lo cual añade:

Sin embargo, los investigadores en educación matemática han enfatizado a lo largo del tiempo el valor educativo que tiene el que los estudiantes inventen problemas y han sugerido que se incorporen a las clases de matemáticas actividades de invención de problemas (Brown & Walter, 1990; Ellerton, 1996; Kilpatrick, 1987; Mason, 2000; Polya, 1979; Silver, 1994). (p.10).

Lo anterior unido a una investigación realizada por Obando, Vasco, & Arboleda (2014), en la cual se realiza una relación amplia de trabajos sobre proporcionalidad, y en la que expresan la necesidad de hacer mayor investigación didáctica que permita

nuevas comprensiones de la problemática del aprendizaje de las razones, proporciones y proporcionalidad y, por esa vía, lograr mayores impactos en el sistema educativo, hace que se piense en una solución conjunta del problema desde una didáctica que integre el proceso de formulación de problemas en relación al objeto matemático proporcionalidad simple.

En aras de potenciar el desarrollo del pensamiento matemático, en este trabajo interesa enfatizar en el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple y directa. Esto debido a que, se considera importante asumir una ruta que vincule el aprendizaje de la proporcionalidad simple y directa con situaciones en las cuales los estudiantes puedan poner a prueba su capacidad de crear, tal como lo dice el MEN (2006) en la siguiente cita:

Más bien que la resolución de una multitud de problemas tomados de textos escolares, que suelen ser sólo ejercicios de rutina, el estudio de y análisis de situaciones problemas suficientemente complejas y atractivas, en las que los estudiantes inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas.” (p.52).

Además, lo que afirma Labarrere & Quintanilla (2002) sobre llenar de sentido y significado la actividad matemática de resolución y formulación de problemas es clave porque genera una respuesta a la reflexión realizada por el Icfes (2014), sobre las instituciones que permanecen en niveles de desempeño bajo e insuficiente, para que los estudiantes puedan realizar transferencia de sus aprendizajes a situaciones de la vida cotidiana, las matemáticas y otras disciplinas.

Desde un enfoque diferente de intervención en el aula de clases que mejore las dinámicas de aprendizaje de las matemáticas en esta institución educativa, puesto que el concepto de “aprendizaje” que tengan los y las docentes, constituye un problema a la hora de dirigir la acción en el aula ya que, diversos paradigmas o creencias de los profesores, a menudo restringe la clase a prácticas de enseñanza que no promueven los aprendizajes ni movilizan los saberes de los estudiantes de manera significativa. (Astolfi, 2003, pp. 33-38)

Por lo cual, uno de los presupuestos de este trabajo es que, para lograr una comprensión de los problemas que se les pide a los estudiantes resolver, se debe partir de un proceso de construcción del conocimiento en el cual los estudiantes conozcan de dónde salen los datos de un problema, cómo se relacionan los mismos, cómo se generan las condiciones del problema, en otras palabras, aprender a plantear o formular problemas aritméticos elementales.

Es por ello que, en este trabajo se busca hacer una apuesta de cambio desde un aprendizaje de tipo constructivista, en el cual el énfasis de las tareas se encuentre desde un principio en crear sentido y significado a los objetos matemáticos, para esto es necesario una propuesta que vaya en niveles de complejidad crecientes, desde situaciones que sirvan para aproximar al estudiante al conocimiento matemático y con esto permitir que el objeto matemático emerja y se vaya llenado de sentido paulatinamente en la medida en que el estudiante comparta significados con sus pares y con el profesor.

De ahí, que sea necesario que el protagonismo en el proceso de resolución y planteamiento de problemas, no solo este ubicado en que los alumnos resuelvan y aprendan a resolver problemas aritméticos distintos, sino que desde la intervención en el aula se generen ambientes favorables para que los estudiantes los formulen. Esta acción reconoce aspectos relacionados con el mundo de experiencias que coadyuvan a que los estudiantes sean matemáticamente competentes.

A fin de acotar el problema de intervención en el aula, se elige abordar el desarrollo del pensamiento numérico a partir del proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple y directa –concepto que aparece en situaciones tales como los repartos iguales, precios constantes o movimientos uniformes, situaciones que toda persona enfrenta en su cotidianidad–, en el marco de la teoría de las situaciones didácticas, a través de la siguiente pregunta:

¿De qué manera el intercambio de información, mediado por la Teoría de Situaciones Didácticas, moviliza el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple directa en los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán de Cali?

3. Justificación

Durante mucho tiempo la organización curricular de la educación básica y media de nuestro país, se encontraba dispuesta por contenidos programáticos en cada área. En este momento, los estándares básicos de competencias direccionan la acción en el aula mediante un uso comprensivo y significativo de los saberes escolares y una organización de procesos en niveles crecientes de complejidad que contribuyan al desarrollo de competencias en los estudiantes en las formas conocer, hacer y ser en diferentes contextos.

La nueva organización curricular de los estándares informa que el desarrollo de dichas competencias, se genera a través de procesos que realiza un estudiante cuando se encuentra inmerso en actividades propias de cada una de las áreas del saber. Sin embargo, el problema de investigación nos advierte varios procesos de la actividad matemática que se encuentran en desempeño insuficiente en la evaluación que realiza el Icfes a través de las Pruebas Saber. Por tanto, resulta imposible mejorar en estas evaluaciones sino se cambia la manera de trabajar en el aula.

A partir de lo anterior, el diseño de situaciones debe dar cuenta del trabajo por procesos generales de la actividad matemática, lo cual rompe con el esquema del trabajo por contenidos tan arraigado en las didácticas de muchos maestros. Por lo cual la intención de la propuesta de investigación se centra en el proceso de formulación de

problemas, sin dejar de lado los otros procesos, pues los vincula para potenciar su comprensión de manera indirecta.

Además, el trabajo que aquí se aborda, pretende realizar un aporte metodológico a la organización curricular de la Institución Educativa José Antonio Galán en los procesos didácticos de intervención en el aula de la clase de matemáticas y de los aprendizajes asociados a las estructuras multiplicativas y en particular de la proporcionalidad simple y directa; y establecer con ellos, una ruta de acción, que sirva como ejemplo para mejorar los aprendizajes de los estudiantes o como un referente de la intervención en el aula que informe sobre lo que significa trabajar por procesos.

También, representa un aporte en el tratamiento del aprendizaje de la proporcionalidad simple directa vinculada a los procesos de la actividad matemática en niveles crecientes de complejidad. Esto puede posibilitar mejoras en los desempeños que obtienen los niños y niñas de grado quinto de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán tanto en pruebas (internas y externas) como en la vida cotidiana.

Asimismo, al abordar el tema de los aprendizajes en el dominio conceptual y procedimental de las estructuras multiplicativas, con un enfoque pragmático del proceso de “planteamiento de problemas” se busca mejorar disposiciones naturales del aprendizaje humano desde la concepción de un discurso construido socialmente, en situaciones reales que motiven la resolución de un problema que se encuentre en su contexto socio cultural.

Se considera también, que el trabajo centrado en el proceso “de planteamiento de problemas” a largo plazo, contribuye a que la sociedad misma pueda formular de manera coherente y lógica sus propios problemas, y a partir de ello, buscar vías de solución a estos, puesto que su formación en la escuela así se lo facilita.

En cuanto al valor metodológico de la propuesta, esta forma de proceder busca reconocer a qué obedecen las dificultades de los estudiantes en la formulación de un problema, no solo para otorgarle herramientas matemáticas sino también para evidenciar deficiencias en el uso mismo del lenguaje con el que los estudiantes comunican sus ideas, la coherencia que logran establecer entre los datos suministrados y diferentes contextos en los cuales se pueden encontrar las situaciones problemas de proporcionalidad simple y directa.

Este proceso de la actividad matemática, el de formulación de problemas, es importante desarrollarlo de manera independiente al de resolución de problemas, porque genera conciencia en el estudiante de los elementos que componen un problema matemático elemental y las relaciones que se establecen entre los datos conocidos para luego poder dar respuesta a una cierta pregunta. Y no al revés como se hace normalmente: los niños tratan de comprender un problema que les es propuesto desde situaciones que otro reflexiona previamente.

4.Objetivo General:

Describir la evolución del proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple directa, a partir del intercambio de información entre los estudiantes de grado quinto de primaria de la IETI José Antonio Galán, en la implementación de situaciones didácticas en el aula de clase.

4.1.Objetivos Específicos:

Diseñar una situación didáctica para promover el intercambio de información entre los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán en el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple directa.

Implementar la situación didáctica diseñada en el aula de clase, para movilizar los aprendizajes sobre proporcionalidad simple y directa en los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán desde el proceso de formulación de problemas.

Evaluar la habilidad de los estudiantes para formular problemas de proporcionalidad simple directa.

Establecer cómo las situaciones didácticas desarrollan la habilidad para formular problemas de proporcionalidad simple y directa en los estudiantes de grado quinto de primaria.

5. Marco teórico

El presente trabajo de Investigación se enmarca en la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau (2007), la cual propone un enfoque constructivista “que permite las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden” (p. 7).

Antes de entrar a explicar los elementos de esta teoría, se muestran los referentes teóricos que nutren la situación didáctica desde de los siguientes conceptos: aprender, modelo de aprendizaje dialógico, movilizar, el juego como estrategia de aprendizaje, el intercambio de información, competencias y procesos de la actividad matemática, la formulación de problemas, la didáctica de las matemáticas, las estructuras multiplicativas y la proporcionalidad simple.

Dichos conceptos, se vinculan a la situación didáctica diseñada porque contienen elementos teóricos que constituyen la situación fundamental, el medio didáctico material que se va a utilizar o contribuyen al análisis sobre los intercambios de información en las fases de acción, formulación y validación que propone Brousseau en relación al conocimiento matemático que se desea abordar.

5.1. Aprendizaje

5.1.2. ¿Qué es aprender?

Según Vygotsky (1985) la mente es “como un conjunto de capacidades específicas independientes, en cierta medida, las unas de las otras, y cuyo desarrollo es también autónomo” (p.123). Pero para la adquisición de aprendizajes deben existir elementos comunes entre estas capacidades independientes, que posibilite la mejora de una función del conocimiento o un aspecto de su actividad. Lo cual coadyuva a que se pueda pensar en una serie de cosas distintas (pp. 123-124).

Para este psicólogo el aprendizaje y el desarrollo están interrelacionados desde los primeros días de nacido, pero todos los niños no muestran el mismo estado de desarrollo. Esto depende de la riqueza de experiencias que vive cada ser en los espacios socioculturales en los cuales se encuentre inmerso (p.124). Esto debido a que los nuevos aprendizajes se adaptan a los antiguos para mejorar una función del conocimiento.

Además, Vigotsky manifiesta que todo niño presenta funciones en distintos grados de madurez y esto se expresa en lo que el autor denomina “desarrollo real” con lo cual caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente. También, que el niño posee un desarrollo mental prospectivamente que se ubica como la *zona de desarrollo próximo*. La cual define de la siguiente manera:

La Zona de Desarrollo Próximo no es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente

un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinada a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de otro compañero más capaz. (Vigotsky, 1985, pp. 125).

En el anterior enunciado, Vigotsky confirma la naturaleza social del aprendizaje, la importancia de la escuela como medio de interacción en la cual emerge y la necesidad de promover sucesivos intercambios comunicativos tanto entre pares como entre personas de diferente edad y con distinto nivel de conocimiento.

Para Sfard (2008), aprender es “el proceso de cambiar de cierta manera, bien definida, las formas discursivas propias” (p.44), ella afirma “cualquiera que sea el tema de aprendizaje, la tarea del profesor es modificar e intercambiar el discurso existente más que crear uno nuevo de la nada” (p.44). Su modo de entender que alguien aprendió algo, está sujeto a su capacidad comunicativa.

Una capacidad, que afecta no solo el discurso con otros sino consigo mismo: “mi versión comunicacional del aprendizaje no excluye el pensar (...) Nuestro pensamiento es claramente un esfuerzo dialógico, en el que nos informamos a nosotros mismos, argumentamos, nos hacemos preguntas, y esperamos nuestras propias respuestas” (p. 45).

Según Meirieu (1997), el estudiante actúa de manera selectiva frente al conocimiento que se presenta ante sus ojos. Sus herramientas mentales de percepción se asocian con las de *identificación* y *utilización* en un proyecto personal que representa

una forma particular de entender y actuar del estudiante al interactuar con toda la información que le llega de afuera:

(...) el aprendizaje es a todas luces una producción de significado por la interacción de informaciones y de un proyecto, una estabilización de las representaciones y luego la introducción de una situación de disfunción en donde la inadecuación del proyecto respecto a las informaciones, o de las informaciones al proyecto, obliga a pasar a un grado superior de comprensión (Meirieu, 1997, p.12).

Este autor dice, además, que el aprendizaje se da de manera compleja y dinámica de acuerdo a unas informaciones que posee el individuo y crean sentido cuando lo que encuentra funciona. Por ejemplo, en un problema aritmético elemental particular, el estudiante puede identificar ciertos datos como relevantes para responder a algunas preguntas o problemáticas que se le plantean. Se espera luego de identificar estos datos que los pueda utilizar de forma empírica para satisfacer los requerimientos planteados:

Únicamente hay aprendizaje, es decir construcción de conocimientos, si previamente hay una interacción entre las informaciones y un proyecto, exactamente igual que en los estratos de clasificación más altos, los de la síntesis o los de la resolución de los problemas complejos. Ya que esta interacción, no es más que una nueva manera de describir lo se juega, en la historia de un sujeto, entre él y el mundo, es la dinámica misma de todo aprendizaje. (Meirieu, 1997, p. 9).

Brousseau (2007) establece una relación del acto de aprender con un acto de provocación del maestro, exige por medio de su propuesta educativa que el alumno, después de aceptarla, “por su propio movimiento, actúe, hable, reflexione y evolucione” (Brousseau, 2007, p.31), en un proceso que se define de la siguiente manera:

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje” (p. 30).

Ausubel (1983), propone una categoría específica de aprendizaje a la cual denomina aprendizaje significativo. Define éste como un mecanismo de anclaje que relaciona de modo sustancial y no arbitrario, “las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición” (p.18).

En cuanto a los procesos de intercambio de información, este autor dice que el “proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada.” (p. 120); esto se hace mediante el proceso cognitivo de asimilación, el cual explica de la siguiente manera “la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente” (p.71).

Como es posible observar en Vigotsky, Sfard, Meirieu, Brousseau y Ausubel aprender requiere del intercambio de información, dicho intercambio obedece a la necesidad del individuo de realizar una tarea, solucionar un problema o dar respuestas a cierto interrogante que le exige el medio con el que interactúa.

Eso vincula al aprendizaje al hacer, a un carácter de utilidad, de necesidad del individuo de tener un algo que le exija aprender, pero además un interlocutor que medie entre lo se aprende y el conocimiento por aprender: un proyecto, un medio, una persona. En la definición de Brousseau, se observa la importancia de las respuestas del estudiante, cualquier respuesta nueva en el proceso de adaptación del estudiante, puesto que estas nuevas respuestas manifiestan un aprendizaje.

Es conveniente rescatar dos procesos que estos autores han privilegiado para que se dé el aprendizaje, los de selección y adaptación, son importantes en la medida en se reconozca la importancia de un proyecto de acción y los conocimientos previos del estudiante; ya que estos serán la clave para que se activen los mecanismos de identificación y utilización del conocimiento nuevo. También lo esencial que resultan ser, los procesos de interacción y socialización en el acto de aprender, pues estos determinan la riqueza de la información que se intercambia entre los seres humanos en situación de aprendizaje.

Lo importante de tener en cuenta esto en el estudio presente, radica en que los aprendizajes, y en particular los aprendizajes de saberes culturales, son el soporte de toda sociedad, y como tal deben permitir una transformación del hombre que le

posibiliten comprender el mundo de manera inteligente y comprensiva. Así como convocar a los profesores y profesoras para que dirijan su acción pedagógica al reconocimiento de los procesos antes mencionados para que los estudiantes aprendan, es decir, para que cada niño y cada niña, pueda construir aprendizajes y con ellos, transformar la forma en se relacionan con el mundo.

Brousseau (2007), expresa que “la génesis de un conocimiento puede ser el fruto de la sucesión (espontánea o no) de nuevas preguntas y respuestas” (p. 29), en un proceso que él denomina dialéctico. En tal proceso, Brousseau advierte que “las situaciones de acción, formulación y validación pueden conjugarse para acelerar los aprendizajes (tanto si se presentan espontáneamente como si se provocan)” (p.29). Dada la utilidad de dicho proceso, es importante generar las condiciones para este, en el cual los estudiantes logren un ambiente favorable, de respeto mutuo y de libertad para intervenir.

Asimismo, para propiciar entre los estudiantes dicho intercambio de información, estos deben de estar en un espacio que les permita comunicarse de manera efectiva, es decir, que se puedan escuchar y respetar las enunciaciones de cada quien. Se cree aquí, a partir de un modelo de aprendizaje dialógico, que tal espacio es posible. Por lo cual se explica a continuación los aportes de Ferrada & Flecha, (2008), sobre el aprendizaje dialógico.

5.1.3. Modelo de aprendizaje dialógico.

El modelo de aprendizaje dialógico genera reglas de acción para los intercambios de información de los estudiantes. Se considera que sus ocho principios básicos establecen un ambiente académico donde las críticas o comentarios pueden ser tomados por los estudiantes como un aporte que es posible rechazar o asumir de acuerdo a la utilidad que represente en la construcción de su aprendizaje o en la realización de una tarea, de manera asertiva. Ferrada & Flecha (2008), enuncian el modelo dialógico como medio para promover interacciones en comunidades con predominio de la racionalidad comunicativa, de la siguiente manera:

El modelo dialógico de la pedagogía orienta toda su acción en la adopción de un concepto de educación entendido como un medio para promover interacciones humanas dirigidas a transformar las propias construcciones intersubjetivas de quienes participan en el acto educativo al interior de una comunidad con predominio de la racionalidad comunicativa. (, p. 54).

En efecto, los elementos que expone la definición de estos autores, promete posibilidades interesantes en la medida que se reconozca que la oralidad en la población que accede a procesos formativos en las instituciones públicas se encuentra en mejores condiciones que la lectoescritura y que se debe entonces tomar en cuenta para afianzar los aprendizajes en los estudiantes desde allí.

Dicho modelo de aprendizaje se expresa, según Ferrada & Flecha (2008) en ocho principios básicos: dialogo igualitario, inteligencia cultural, transformación,

dimensión instrumental, creación de sentido, solidaridad, igualdad de diferencias y emocionalidad; que, en su conjunto, contribuyen a generar un espacio propicio para el intercambio de información en una clase que busca el protagonismo de los estudiantes y movilizar un aprendizaje comprensivo y significativo para los mismos.

Además, que ayude a regular la participación de los estudiantes en un clima de confianza y respeto puesto que este según los autores desarticula expresiones de poder dominante tanto del docente como de los estudiantes que se encuentran en ventaja o desventaja cognitiva o social. Es importante resaltar que las relaciones de poder que aparecen con respecto al saber que posee el docente o un compañero más adelantado, no desaparecen, simplemente se regulan y autorregulan desde los ocho principios dilógicos.

A continuación, se expone la definición o requerimientos prácticos de cada uno de los ocho principios del enfoque de aprendizaje dialógico:

DIALOGO IGUALITARIO Se requiere de una participación en un plano de igualdad, donde son importantes los aportes de cada uno de los integrantes, según los argumentos presentados, no según la mayoría o según una imposición de poder.

INTELIGENCIA CULTURAL Es la capacidad de aprender a través del diálogo y de las habilidades comunicativas que tienen las personas. Desde este concepto todos los estudiantes y toda la comunidad son portadores de inteligencia.

TRANSFORMACION Es la superación del recurso de dictamen como etiquetaje paralizador y modificarlo en instrumento de transformación de una situación personal o social, enfatizando la transformación del contexto de aprendizaje.

DIMENSION INSTRUMENTAL Son los conocimientos científicos y técnicos y el desarrollo de habilidades instrumentales necesarios para actuar con éxito en la sociedad.

CREACION DE SENTIDO Dotar al estudiantado de múltiples proyectos de vida desde los cuales pueda tener alternativas de elección.

SOLIDARIDAD Es un valor que se consigue sólo a través de la práctica solidaria, como un valor que se pone en práctica en las interacciones que desarrollamos en el aula y, en primer lugar, por parte de las profesoras y profesores.

IGUALDAD DE DIFERENCIAS La verdadera igualdad respeta la diferencia, así, se asegura todas las personas tengan las mismas oportunidades a la vez que se fomenta la igualdad de resultados (éxito escolar, laboral y social).

EMOCIONALIDAD Es la aceptación de la corporalidad de cada persona en tanto ser amorosamente biológico requiere ser reconocido como tal de forma previa al proceso de aprendizaje escolar. (Ferrada & Flecha, 2008, p.58).

Estos ocho principios, ofrecen la oportunidad de abandonar la clase memorística por procesos en los cuales el estudiante transforma la clase, tal vez el conocimiento en sí, y afecta todo el entorno en diferentes dimensiones, las que tienen que ver en especial con la dimensión afectiva y emocional, indispensables para que

cualquier persona pueda sentirse en posibilidad de actuar e interactuar con los demás y abrirles campo a dimensiones como la intelectual, instrumental y cultural.

5.1.4. El concepto de “Movilizar”

Lo anteriormente dicho por los autores citados sobre el aprendizaje, se comprende mejor cuando se conoce el significado de la palabra “movilizar”. Según Brousseau (1997) la movilización de conocimientos, opera como una componente semántica del sentido que el individuo le da a una información antes y después de una acción. Y dicha componente coadyuva a la comprensión al trabajar de la mano con otros componentes que rigen diferentes repertorios de manipulación y describen las características de utilización de dichas informaciones en un momento dado. (p.52).

Este autor define la comprensión de saberes y conocimientos en relación al concepto de movilizar, de la siguiente manera:

(...) la comprensión es la movilización concomitante de saberes y conocimientos y la evocación de situaciones, no directamente necesarias para la decisión en la actividad en curso, pero que se suponen útiles para el control de los conocimientos que regulan esa decisión. (p.52).

Por consiguiente, la forma de ayudar a que los estudiantes movilicen sus aprendizajes es ponerlos en una situación en la cual deban usar los conocimientos que han sido objeto de enseñanza y aprendizaje para tomar decisiones, de modo que se pueda evidenciar la incorporación de estos a los modos de decisión a los que recurren los niños y niñas en las actividades propuestas.

La intervención en el aula y la planeación de situaciones didácticas, es entonces la manera de crear escenarios que posibiliten en los estudiantes momentos para evocar sus aprendizajes y generar instancias mínimas de control para otras situaciones que deba resolver en el futuro. En este sentido, Zambrano (2015) afirma que “Movilizarse es reunir las fuerzas para hacer uso de sí mismo como recurso” (p. 52), Para aclarar y ampliar esta idea recurre a Charlot (citado por Zambrano 2015) quien afirma que:

El niño se moviliza en una actividad cuando invierte sus energías, hace uso de sí como un recurso importante, es puesto en movimiento a través de los móviles que remiten al deseo, al sentido, al valor. La actividad entonces, adquiere aquí la dimensión de una dinámica interna. No olvidemos que toda dinámica supone un intercambio con el mundo, en donde el niño encuentra objetivos deseables, medios de acción y aparte de sí mismo, otros recursos. (p.52).

Charlot en esta frase, nos comunica la importancia que tiene en la clase que la propuesta educativa tenga en cuenta los intereses del niño o niña, el gusto por hacer algo, pues el problema no es el conocimiento que implica la actividad sino como se hace para que ellos lleguen a necesitarlo para responder a algo que les interesa resolver.

Así lo expresa Chacón (2008), cuando dice que cualquiera que sea la estrategia que use el docente para poner en actividad a sus estudiantes, esta actividad debe “contribuir a motivar a los niños y niñas para que sientan la necesidad de aprender” (parr.8). Se sabe, que una de las mejores formas de motivarlos es proponerles un juego, a continuación, se estudia este concepto como estrategia de aprendizaje.

5.1.5. El juego como estrategia de aprendizaje

Brousseau (2007) sostiene que en la creación de dispositivos (las piezas de un juego, un desafío, un problema, ...) como medios materiales para enseñar un conocimiento matemático o controlar su adquisición, se debe tener en cuenta que “solamente el funcionamiento y el desarrollo efectivo del dispositivo, las partidas efectivamente jugadas, la resolución del problema, etc. Pueden producir un efecto de enseñanza” (p. 18). Por lo cual, si se desea incorporar un juego a una situación didáctica es necesario que esté se presenten ciertas regularidades de las cuales los estudiantes puedan extraer respuestas cada vez que se repite una acción.

Al respecto. autores como Decroly & Monchamp (2002) dicen que el juego “puede intervenir de un modo más directo, aun en los ejercicios escolares propiamente dichos, como medio para facilitar la adquisición y la repetición de ciertos conocimientos indispensables, merced a procedimientos de autoeducación y de individualización” (p.27).

Para Crespillo (2007), el juego no sólo mejora el proceso de adquisición sino también el de participación, puesto que integra a la persona que aprende en toda su humanidad:

El juego es una actividad esencial para que el niño se desarrolle física, psíquica y socialmente. El niño necesita jugar no sólo para tener placer y entretenerse sino también, y este aspecto es muy importante, para aprender y comprender el mundo.
(p.3)

Chacón (2008), aduce que “La relación entre juego y aprendizaje es natural; los verbos «jugar» y «aprender» confluyen” (parr.4). A lo cual añade “Los juegos requieren de la comunicación y provocan y activan los mecanismos de aprendizaje” (parr.5) y la comunicación entre los estudiantes para generar aprendizajes es el componente indispensable para lograr la descripción de los intercambios de información que se propone en este trabajo.

5.1.6. Intercambio de Información

De acuerdo con el Collins Dictionary of the English Language (citado por Sfard, 2008, p. 75) la comunicación es “la transmisión o intercambio de información, ideas o sentimientos” sin embargo, para Sfard (2008) la comunicación es mucho más que eso que se define en dicho diccionario. Para ella, la concepción de comunicación está muy cerca a la de Levinson (citado por Sfard, 2008, p. 79) “La comunicación es un tipo complejo de intensión que se logra o satisface sólo al ser reconocida”.

En el presente trabajo, se desea tomar como punto de partida los intercambios de información para luego dar esa connotación de reconocimiento al intercambio de información que surge en el aula de clase, establecer un espacio propicio para que emerja tal intercambio y vincularlo a una intención comunicativa en el análisis de la *fase adidáctica*, concepto que será explicado más adelante.

Para continuar sobre las definiciones asociadas al proceso de intercambio de información, se cita a Bishop (2005), quién dice “la comunicación en una clase de matemáticas se ocupa de compartir significados y conexiones de índole matemática.

Sólo podemos compartir ideas exponiéndolas, y la charla es claramente un vehículo de la mayor importancia para exponer conexiones” (p.24).

Este autor pone de relieve tanto los conocimientos previos del docente como del estudiante en términos de conexiones, donde las conexiones que hace el docente en la clase están en línea con el resto de su conocimiento matemático, mientras el estudiante, es el constructor de significado, y debe establecer las conexiones entre la nueva idea y su conocimiento previo (p. 23).

Este autor, habla también, sobre los saberes que pueden ser parte de las dificultades que se tiene para construir conocimiento matemático, los cuales se mantienen ocultos a menos que la clase tenga presente procesos de interacción donde los estudiantes puedan realizar mediante el intercambio de información la construcción de su propio saber.

(...) si al constructo comunicación se le añade la dimensión del compartir, entonces el proceso de tres vías, de alumno a profesor, lo mismo que de profesor a alumno, y de alumno a alumno, nos muestra que tan ignorantes somos acerca de analogías, metáforas, contextos, ejemplos, etc., de los estudiantes y acerca de los métodos que posibilitan que todo ello se exponga y se comparta (Bishop, 2005, p. 24)

Lo que dice Bishop, está en concordancia con el objetivo de presente trabajo, pues es a través del intercambio de información entre los sujetos que se encuentran en el aula que se puede explicar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, las

conexiones surgen desde eso que Bishop nombra como la dimensión de compartir significados.

5.2. Matemáticas

5.2.1. Competencias y procesos de la actividad matemática

Brousseau (2007), expresa que toda situación de enseñanza y aprendizaje, incluye el sistema educativo en el cual tiene lugar. Por lo cual es importante observar regulaciones que tienen las políticas educativas en nuestro país, para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la escuela.

En lo que respecta a la política pública, en materia de educación vigente en nuestro país, los aprendizajes están en el centro de ella y esto se traduce en las pruebas Saber, los Lineamientos Curriculares de cada área de conocimiento y los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), los cuales “expresan una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación básica y Media...” (p.11). Además de ser una guía para la intervención en el aula, entre otras cosas. Estos documentos públicos, buscan que tales aprendizajes formen a los estudiantes en competencias básicas, laborales y ciudadanas.

Es mediante unos criterios públicos estandarizados que el quehacer de la escuela en Colombia se ha orientado por una perspectiva educativa por Competencias. La cual se define como: “Conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes,

comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí, para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores (MEN ,2006, p.49).

El término de competencias, en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, según el MEN (2006) sugiere *la necesidad de pensarse la acción en el aula como un proceso* en el cual los estudiantes puedan tener un aprendizaje significativo y comprensivo del conocimiento científico de éstas, que los haga ser matemáticamente competentes con el paso del tiempo.

Esto requiere un desarrollo del pensamiento que vincule a las matemáticas como una actividad humana visible en la cultura y en la historia de las personas, mínimamente porque éstas son útiles para la resolución de los problemas a los se enfrentan en su diario vivir y porque su uso facilita dicha resolución.

De lo anterior se deriva, conforme con el MEN (2006), que las personas matemáticamente competentes puedan mejorar su calidad de vida y sus disposiciones sociales como ciudadano, al aprender unos procesos generales de la actividad matemática, tales como: “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.” (p.51).

Es así, como la perspectiva curricular del enfoque por competencias está sobre los procesos matemáticos y no sobre las competencias mismas. Esto debido a que los

procesos de la actividad matemática son medios por los cuales llegar a *saber ser, saber hacer y saber conocer* (dimensiones que reflejan las competencias que la formación escolar en nuestro país traza como meta), en tanto permiten el uso flexible de los conceptos y procedimientos matemáticos.

Tales procesos, deben a su vez permitir que el objeto matemático que se quiere abordar emerja, para ello, se considera como entrada a la solución del problema que se enfrenta en este trabajo, cada una de las clases que Vergnaud designa para los problemas de isomorfismo de medida dentro de las estructuras multiplicativas, las cuales se explican en el siguiente apartado.

5.2.2. Las estructuras multiplicativas

Para definir el campo conceptual de las estructuras multiplicativas, Vergnaud recurre a la expresión “conjunto de situaciones”, de la siguiente manera:

El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de los conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones: proporciones simples y proporciones múltiple, función lineal y n-lineal, relación escalar directa e inversa, cociente y producto y producto de dimensiones, combinación lineal y aplicaciones, fracción, razón, número racional, múltiplo divisor, etc. (Vergnaud, 1991, p.197)

Dicha expresión, puede aprovecharse para vincular didácticamente un conjunto de situaciones que presenten una estructura multiplicativa con las situaciones de acción, formulación y validación que propone Brousseau en la teoría de situaciones didácticas.

Este autor, divide los problemas de tipo multiplicativo en tres grandes categorías: isomorfismo de medida, producto de medida y proporción múltiple. Sin embargo, en este trabajo solo se hará un despliegue conceptual de la primera categoría, puesto que envuelve el tipo de situaciones que requieren del concepto, relaciones y procedimientos correspondientes a los problemas entre magnitudes medibles que aumentan o disminuyen en la misma proporción.

Los problemas de isomorfismo de medidas tienen que ver con repartos iguales, precios constantes, movimiento uniforme, entre otros ejemplos y son conocidos como problemas de proporcionalidad simple, los cuales contienen dos magnitudes conocidas: los datos, y una magnitud por encontrar. El término magnitud está relacionado con el concepto de cantidad. Ésta puede ser una cantidad discreta o continua.

5.2.2.1. La proporcionalidad simple y directa

Los problemas de proporcionalidad simple son definidos por Vergnaud (2013), como una relación multiplicativa entre cuatro cantidades; dos cantidades son medidas de un cierto tipo, y el resto son medidas de otro tipo. (p.197). En los problemas más simples se sabe que una de estas cantidades es igual a uno (p.218).

A continuación, se describen las tres clases que según Vergnaud (1991, pp. 218-219), se consideran básicas en los problemas de proporcionalidad simple directa:

Figura 4. Clases de Isomorfismos de medida

1. Multiplicación:	búsqueda del total	$1 \rightarrow a$ $b \rightarrow x$
2. División:	búsqueda de un valor unitario	$1 \rightarrow x$ $b \rightarrow c$
3. División:	búsqueda de la cantidad de unidades	$1 \rightarrow a$ $x \rightarrow c$

Fuente: Vergnaud (1991, p.218-219).

Según Vergnaud estas clases se dividen a su vez, en numerosas subclases que ponen en evidencia dificultades muy diferentes en el manejo de magnitudes discretas y magnitudes continuas (p.219); de las cuales el autor dice que las subclases de división se pueden deducir fácilmente de los ejemplos que se presentan a continuación:

1. Subclase de multiplicación con números enteros pequeños:

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 4 \\ 3 \rightarrow x \end{array}$$

“tengo tres paquetes de yogur. Hay cuatro yogures en cada paquete. ¿Cuántos yogures tengo?”

2. Subclase con números enteros grandes

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 42 \\ 183 \rightarrow x \end{array}$$

3. Subclase con valor unitario decimal

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 2.75 \\ 7 \rightarrow x \end{array}$$

4.Subclase con números decimales

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 6.08 \\ 5.74 \rightarrow x \end{array}$$

“Mi mamá quiere comprar una tela que cuesta 6,8 dólares el metro para hacerse un traje. Necesita 5,74 metros de tela. ¿Cuánto deberá pagar?”

5.Subclase con valor unitario menor a uno.

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 0,25 \\ 7 \rightarrow x \end{array}$$

6.Subclase con número de unidades inferior a uno

$$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 6.08 \\ 0.42 \rightarrow x \end{array}$$

(Vergnaud, 1991, p.220).

Debido a la afirmación de Vergnaud, sobre las subclases derivadas de las clases de división, para el presente estudio se tendrá en cuenta únicamente las tres clases básicas, es decir, para calcular el total, el valor unitario y las unidades en cada problema de proporcionalidad simple que se formule; se dejan los ejemplos como oportunidad para dar continuidad a lo que se propone inicialmente aquí.

Para explicar estas clases, se toma de referencia el trabajo realizado por Torres (2003), el cual informa que la complejidad de la relación escogida para la solución del problema depende de si se toman cantidades del mismo espacio de medida, la unidad y lo que represente a en el problema, llamada también relación funcional; o si se toma una relación entre cantidades de diferente espacio de medida, la unidad y lo que represente b en el problema, llamada relación escalar.

Dicha complejidad radica según la autora, en que mientras el operador escalar no tiene unidades, pues al utilizarlo hacen pasar de un número a otro en el mismo espacio de medida; en la relación funcional se pasa de un espacio de medida a otro. (p. 166). Por ejemplo, si se tiene el siguiente problema: Una libra de sal cuesta \$ 250, ¿cuánto cuestan 4 libras de sal?

Escalar	1	→	250	Funcional	En la relación escalar se pasa de una libra de sal a 4 libras de sal; en la funcional se relaciona una libra de sal con su precio.
	4	→	x		

(Torres, 2003, pp. 166-167).

Además de lo anterior, es importante tener en cuenta, lo que dice Torres (2003) en la cita que se presenta a continuación con respecto a representar estas relaciones en una tabla de registro:

En esta tabla se representa el isomorfismo entre los espacios de medida (...) constituye una buena herramienta para comprender las relaciones de proporcionalidad que están involucradas en este tipo de problemas, en tanto permite ver la dependencia de las variaciones de los valores de un espacio de medida con respecto al otro espacio de medida. (p.172).

Esto es sustancial, en la medida en que, para mejorar los aprendizajes sobre proporcionalidad simple y directa, se debe hacer una apuesta efectiva que incluya dispositivos que faciliten la comprensión, por tanto, en el diseño de la situación didáctica, es importante pensar en las tablas de registro como un recurso de gran utilidad.

5.2.3. Proceso de formulación de problemas

En diversas investigaciones el concepto de formulación de problemas, aparece a través de nominaciones como: planteamiento de problemas, invención de problemas, reformulación de problemas, entre otras. Según Martínez (2008) esto es debido a que “la actividad de inventar problemas puede darse antes, durante y después de resolver un problema dado.” (p.10).

De acuerdo con Stoyanova (citado por Penalva, M. Carmen, Posadas, José Adolfo, & Roig, Ana Isabel. 2010), el planteamiento de problemas matemáticos se define “como el proceso por el cual, con base en situaciones concretas, se formulan problemas matemáticos significativos”. (p.28).

Martínez (2008), precisa el concepto de formulación de problemas matemáticos desde el término *invención de problemas* de la siguiente manera: “La invención de problemas se refiere a la creación de nuevos problemas a partir de una situación dada o bien a la formulación o reformulación de un problema durante el proceso de su resolución.” (p.10)

Es preciso entonces, decir que el concepto de “problema” que se utilizará en este trabajo es el que asumen Rizo & Campistrous (1999), en el cual se considera que un problema es:

(...) toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla. Se añade como condición que ‘la vía de solución tiene que

ser desconocida y la persona quiere realmente realizar la transformación'. Si estas dos últimas condiciones no se dan, la situación no constituye un problema para la persona. (p.4).

De lo anterior se deduce que, los estudiantes se enfrentarán durante la implementación de una situación didáctica al planteamiento de problemas de proporcionalidad simple y directa, que contengan un planteamiento inicial o enunciado unido a una condición de solución desconocida en forma de pregunta, la cual se puede responder desde los datos que están presentes en el enunciado.

Ahora bien, hablar de la escuela y de situaciones didácticas es traer a colación la enseñanza. Enseñar en los términos que se establecen aquí, exige que ésta involucre al estudiante en su aprendizaje; que el maestro diseñe dispositivos de acción donde el estudiante pueda actuar y descubrir. Lo cual conlleva a una forma reflexiva de ver la enseñanza, objeto de estudio del siguiente apartado.

5.3.Didáctica

5.3.1. ¿Qué se entiende por Didáctica?

Según Escribano (2004) la didáctica se divide en dos categorías “general” y “especial” las cuales define en los siguientes términos: “la didáctica general se ocupa de los principios, modelos, diseños, técnicas, procedimientos generalizables a situaciones o contextos diferentes, mientras que la didáctica especial se orienta a las materias o contenidos curriculares.” (p. 30).

En esta investigación se tienen en cuenta tanto aspectos de la didáctica general ya que, se toma el modelo de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau para la intervención en el aula y al mismo tiempo interesa una didáctica especial contenida en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud de la cual emergen las estructuras multiplicativas y la categoría de isomorfismos de medida para diseñar *la situación fundamental* de la cual habla Brousseau en la su teoría.

Para Vergnaud (2013) la didáctica es “el estudio de los procesos de transmisión y de apropiación de los conocimientos teniendo en cuenta los contenidos específicos que dichos conocimientos poseen” (p.146). Definición que se vincula con los hallazgos de su teoría en la cual resalta que, en cada campo de conocimiento, los procesos de conceptualización se presentan a partir de cierto tipo de situaciones y de fenómenos.

Para Brousseau (2007) el concepto de Didáctica se desprende de “la enseñanza”, puesto que la didáctica es “el proyecto científico de construir modelos de las situaciones utilizadas en la enseñanza- para analizarlas y, eventualmente, criticarlas – y proponer otras más apropiadas” (p.16).

La enseñanza es definida por él “como el proyecto y acción social de que el alumno se apropie de un saber constituido o en vías de constitución” (p.49). También dice “la enseñanza se convierte, pues en una actividad que concilia dos procesos: uno de enculturación y otro de adaptación independiente” (p.14). Los cuáles serán el objeto de estudio del didacta.

5.3.1.1. Didáctica de las Matemáticas

Brousseau (2007), aborda la didáctica de las matemáticas “como un área de investigación cuyo objeto es la comunicación de los saberes matemáticos y sus transformaciones.” (p.12). Ésta, forma de reconocer la didáctica resalta la importancia de los intercambios de información en el aula de clase.

(...) la didáctica de las matemáticas se convierte en «la ciencia de las condiciones de difusión y apropiación de los conocimientos matemáticos útiles a los hombres y a sus instituciones». La modelización conduce a utilizar el término «situación didáctica» (p. 49).

La modelización es el resultado de construir modelos de las situaciones utilizadas en la enseñanza; al respecto, Gálvez (1994) dice que:

(...) el objeto de estudio de la didáctica de matemáticas es la situación didáctica (...) [su objetivo principal] es averiguar cómo funcionan las situaciones didácticas, es decir, cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos y, subsecuentemente, de sus conocimientos. (p.41).

Piaget (1969), se refiere al edificio de las matemáticas en relación a las estructuras, para decir que estas corresponden a las estructuras de la inteligencia, por lo cual dice que es necesario basar la didáctica matemática en la organización progresiva de las estructuras operatorias. (p. 27).

Mientras las palabras de Piaget y Vergnaud enfatizan en la investigación didáctica de las matemáticas alrededor de las estructuras; Escribano, Brousseau y Gálvez ponen el acento en las situaciones. En este estudio se considera que estas dos posturas no requieren de divorcio alguno, puesto que la situación didáctica puede optar por favorecer una organización de las matemáticas para mejorar el proceso de conceptualización. En esta investigación, conviene entonces referirse a las estructuras multiplicativas y no sólo al concepto de multiplicación, en relación a los problemas de proporcionalidad simple y directa que se desean abordar.

Como es posible observar, si atendemos cada una de las definiciones anteriores en el marco de la didáctica de las matemáticas, estas hacen alusión a situaciones, fenómenos o contextos en los cuales la Didáctica tiene su campo de estudio. Por lo cual, es indispensable ahora, aclarar el significado de “situación didáctica”.

5.3.2. ¿Qué se entiende por situación didáctica?

La teoría de las situaciones didácticas, fue enunciada por primera vez por Guy Brousseau, investigador y matemático francés. Este autor, dice que “una Situación es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado” (p.17) y la situación didáctica “es todo el entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo” (p.18). Dicho modelo de interacción se vuelve didáctico si hay una intención transformadora consciente:

(...) una interacción se vuelve didáctica si y sólo si uno de los sujetos exhibe la intención de modificar el sistema de conocimientos de otro (los

medios de decisión, el vocabulario, los modos de argumentación, las referencias culturales). (p. 49).

Otero (2014) por su parte menciona que “las situaciones y la actividad del sujeto en situación, se refieren al aspecto inmediato de la conceptualización, pero hay además un aspecto mediato, es decir, el desarrollo de los esquemas que permite dominar un cierto campo conceptual.” (p.17)

Phillipe Meirieu (1997), define la situación didáctica como “un medio de aprendizaje elaborada por el docente que proporciona por un lado los materiales que permiten recoger la información y por otro lado la instrucción meta que pone al sujeto ante un proyecto que debe ejecutar” (pp.211-212)

Vergnaud (2013), establece un puente entre las teorías del aprendizaje de Piaget y Vigotsky. Él reconoce la importancia que revierte para el desarrollo cognitivo, *la situación* en la cual dicho desarrollo tiene lugar, puesto que el niño y el adolescente obtienen un desarrollo de su cognición a la vez que se efectúa un aprendizaje.

Este autor, entiende que es en ciertas *situaciones y problemas* que se origina la conceptualización, primero como teorías en acto y luego como definiciones en actos donde el papel fundamental no solo es del sujeto que aprende, sino también de quien guía el proceso y del saber. Los aportes de este autor alrededor del aprendizaje tendrán un lugar especial en el presente trabajo, en la estructuración de las situaciones en las cuales es posible el aprendizaje de la proporcionalidad simple y directa.

La situación dice Vergnaud (citado por Rita Otero, 2014, p.16), tiene el carácter de tarea y toda situación compleja puede ser analizada como una combinación de tareas. Este al estudiar las dificultades de aprendizaje en situación se dio cuenta que estas no son las misma en un campo conceptual que en otro. (1988, p.181).

En su obra sobre la teoría de los Campos Conceptuales, el desarrollo cognitivo depende de situaciones y conceptualizaciones específicas. Dice que son las situaciones que dan sentido a los conceptos y no al contrario. “Un campo conceptual es un espacio de problemas o de situaciones- problema en los que el tratamiento implica conceptos y procedimientos de varios tipos en estrecha conexión” (Piaget, 1981, citado por Castro & et. al., 1995, p. 53)

Para Astolfi (2003), las situaciones didácticas son dispositivos didácticos para trabajar un objetivo conceptual. Dichos dispositivos son virtualmente diversificados:

Se distinguen tanto por el tipo de situación elegida como por la herramienta seleccionada, la naturaleza de la tarea solicitada, o el destino de la producción final. Cada dispositivo de base puede ser incluso de numerosas variables, de acuerdo con la forma en que sea administrado didácticamente: conducción predominantemente inductiva o deductiva, dirección fuerte o débil, estrategia de contacto o captación por el signo, etc. El carácter constante del objetivo puede ser el desafío conceptual (ligado al objetivo) o un desafío dramático (ligado al funcionamiento satisfactorio de la secuencia. (p. 217)

Dichas situaciones, según Brousseau (2007), tienen el propósito de transformar el estado de los conocimientos antiguos del estudiante, de ubicarlo en el plano de la acción, de la formulación de supuestos teóricos, utilización y validación de hipótesis; y además de generar espacios de institucionalización por parte del profesor para el cumplimiento del objetivo propuesto; entendida esta última como la forma de insertar a los estudiantes en los saberes culturalmente constituidos de la matemática o en vías de constitución.

En el estudio que aquí se presenta, se entiende por “situación didáctica” un modelo de interacción en el aula construido por el profesor, que provoca la movilización del estado de conocimientos del individuo que aprende. Este debe estar provisto de varias situaciones debidamente secuenciadas que permitan que el estudiante se adapte y construya significado de los objetos matemáticos en interacción con el medio didáctico construido por el profesor y mediante el intercambio de información con sus compañeros y profesores.

En este escenario amplio en el cual las situaciones didácticas tienen lugar, Gálvez (1994), manifiesta su preocupación frente a la necesidad de que el investigador de los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas participe en el diseño de las situaciones didácticas, y no solamente se reduzca a la observación y análisis de procesos que tienen lugar cotidianamente en el aula (p. 41).

Lo anterior nos pone en el plano propiamente dicho de “la teoría de las situaciones didácticas”, puesto que hablar del diseño en la investigación, es referirse a

un objeto de estudio que busca primeramente modelar las prácticas del aula, insertarse en ella y desde allí crear conclusiones útiles a ésta.

5.4. La teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau

Como ya se había mencionado en el apartado anterior, Brousseau (2007) define la situación didáctica como “todo el entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo”, en el cual se considera un dispositivo diseñado por alguien que quiere generar una interacción didáctica con “la intención de modificar el sistema de conocimientos de otro (sus medios de decisión, vocabulario, modos de argumentación y referencias culturales).” (p. 49).

El intercambio de información que se genera con la situación didáctica es un proceso de comunicación que tiene el propósito de servir como instrumento de control o regulación del alumno sobre cierto medio. El medio constituye un dispositivo, que produce un patrón de respuesta denominado *modelo implícito de acción* al cual Brousseau define como “la capacidad mínima de control”. (p.51) a lo cual añade “La conciencia que puede tener el sujeto que aprende de su capacidad de control sobre una situación o un medio dado es identificada como «su» conocimiento.” (p.51).

Este, *modelo implícito*, es posible analizarlo gracias a que “los esquemas de acción y formulación conllevan procesos de corrección, ya sea empírica o apoyada en aspectos culturales, para asegurar la pertinencia, adecuación, adaptación o

conveniencia de los conocimientos movilizados” (p.26), a los cuales Brousseau llama esquemas de validación desde los cuales, si existen dudas, un estudiante puede “pedir una demostración o que el otro aplique sus declaraciones en la acción con el medio” (p.27).

Se entiende por *esquemas de acción*, a las anticipaciones que hace el sujeto como patrón de respuesta a la reacción del medio “si el medio reacciona con cierta regularidad, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones” (p.24);

Por *esquemas de formulación* el autor se refiere a una capacidad del sujeto de retomar el conocimiento, (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico) para comunicarlo a un interlocutor en una situación a-didáctica (p.25), es decir, “fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional”. (p.31).

Y por *esquemas de validación* hace referencia a procesos de corrección, justificación y prueba que los interlocutores comunican en cooperación para la búsqueda de la verdad o en oposición cuando hay dudas en el conocimiento declarado en situación didáctica (p. 26).

En dicho modelo de interacción, este autor reconoce que no en todas las acciones del sujeto que aprende, se manifiestan sus conocimientos de la misma manera, las manifestaciones que se expresan muestran el nivel de pensamiento en el cual se

encuentra el alumno en la situación didáctica, por lo cual dice que pueden ser clasificadas, al menos, en tres grandes categorías:

- Intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones)
- Intercambio de informaciones codificadas en un lenguaje (mensajes)
- Intercambios de juicio (sentencias que se refieren a un conjunto de enunciados que tienen un rol de teoría). (p.23)

Brousseau aprovecha estas tres categorías, para el diseño de la situación de interacción donde sea necesario que el alumno movilice sus esquemas de aprendizaje en situaciones de acción, formulación y validación. Fases que mostraron por si solas ventajas de tipo constructivistas, porque según él: “permite identificar, concebir y mejorar las condiciones específicas de la construcción autónoma de los conocimientos matemáticos” (p.47).

Pero, también, estas tres fases, permitieron emerger obstáculos epistemológicos: “el funcionamiento natural de las situaciones “constructivistas” conduce al alumno a comportamientos localmente adaptados, pero en la mayoría de veces se revelaron, más adelante, insuficientes o incluso falsos y algunos se constituyeron en obstáculos” (p.47).

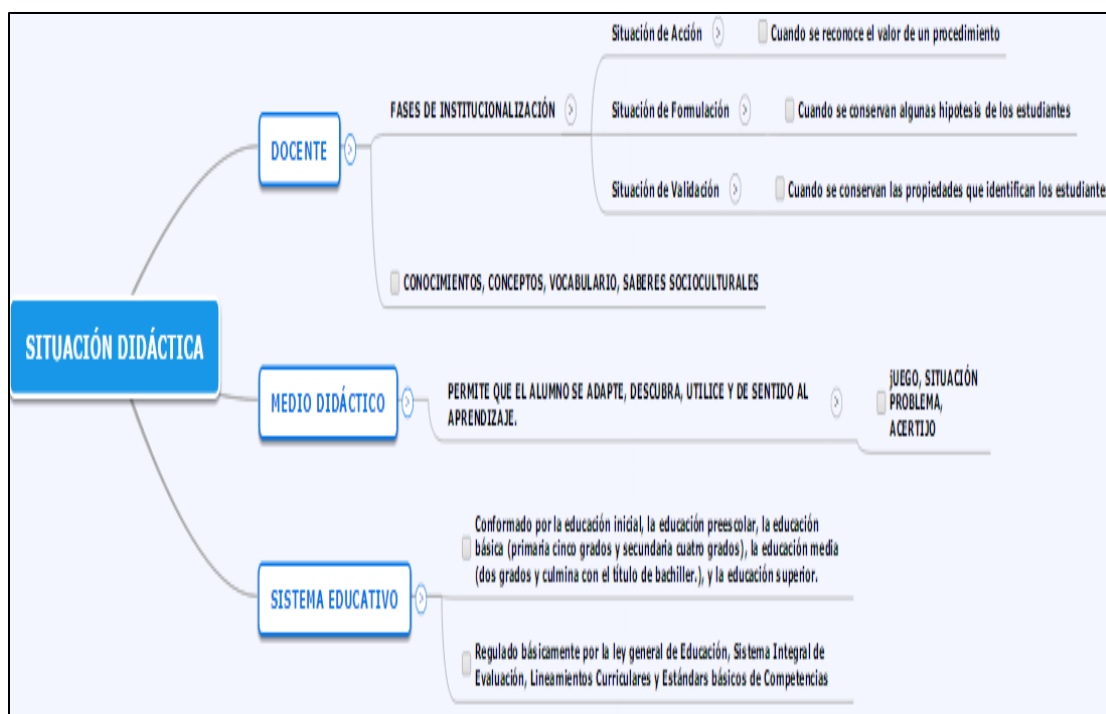
Estos hechos hicieron necesario la entrada de una cuarta interacción denominada situación de institucionalización, que permite dar a los conocimientos

emergidos en situación el estado cultural de saberes. Además, propiciaron la modelización de la enseñanza.

La “situación didáctica” en matemática le permite al profesor establecer un entorno del alumno que contribuya específicamente a la formación matemática de este. (p.49). Es así como, la situación de Institucionalización según Brousseau (2007) se convierte en una etapa ineludible en la situación didáctica pues ofrece la oportunidad de tomar en cuenta el objeto de conocimiento por parte del alumno y el aprendizaje del alumno por parte del docente, esto impide según este autor reducir la enseñanza a la organización de los aprendizajes. (p.98)

La fase de Institucionalización se da tanto en una situación de acción, cuando se reconoce el valor de un procedimiento; como en una situación de formulación en la que es necesario conservar algunas hipótesis de los estudiantes, así como en las situaciones de prueba en las que hay que identificar las propiedades que se deben conservar. (p.98).

Figura 5. Función de cada componente del entorno en una situación didáctica



Fuente. Elaboración propia, basada en la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau.

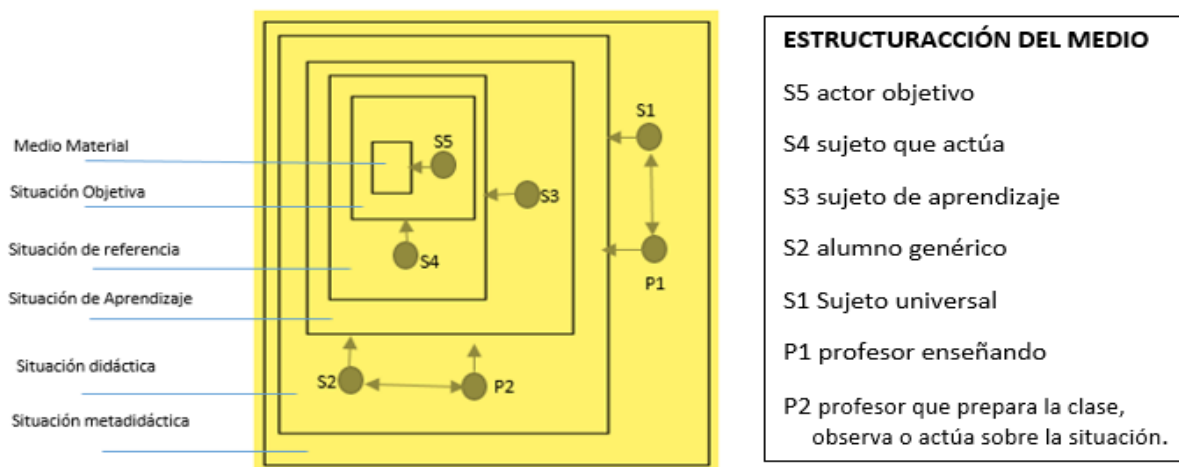
“El alumno mismo aprende por regulaciones de sus relaciones con su medio.” (p.52), regulaciones efectuadas por el profesor que observa las acciones y enunciaciones de su alumno y las encausa con el fin de no perder los objetivos de enseñanza en la *situación adidáctica*, ésta es de acuerdo con Brousseau (2007):

Situaciones que encuentre fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional. (...) las situaciones adidácticas preparadas con fines didácticos determinan el conocimiento enseñado en un momento dado y el sentido particular que este conocimiento va a tomar por efecto de las restricciones y deformaciones aportadas por la situación fundamental. (pp.31-32).

En tanto que, *la situación fundamental* en matemáticas es el conocimiento matemático que caracteriza y diferencia una situación de las demás (p.31). En particular, mientras la situación adidáctica en este trabajo estará conducida por un juego y los ocho principios del aprendizaje dialógico, la situación fundamental lo estará, por las clases básicas de isomorfismos de medida de Vergnaud.

A continuación, se describe la forma como Brousseau realiza la *estructuración del medio*:

Figura 6. Estructuración del Medio Didáctico



Fuente: Brousseau (2007, p.53).

El autor, comienza por diferenciar las posiciones que ocupan tanto maestro como alumno en los diferentes momentos de la clase, al profesor le otorga dos posiciones, la de sujeto que *enseña* y la de *sujeto que prepara su clase*; mientras al alumno le asigna cinco posiciones distintas (s1, s2, s3, s4, s5), el *alumno universal* es designado por (s1).

En el momento que el profesor prepara su clase, organiza un *medio material* con el que se supone debe interactuar el alumno o *actor objetivo* (s5). Este par medio-actor constituyen la *situación objetiva*, y en ésta el alumno debe situarse como *sujeto que actúa* (s4), en las fases de acción, formulación y validación de la situación didáctica. Estas en conjunto se convierten en una *situación de referencia* para que el alumno construya los teoremas en acto y será también el *medio objetivo* para el observador.

El medio objetivo es movilizado en una situación de acción que incluye las situaciones de formulación y validación del conocimiento en cuestión. El sujeto aprende corrigiendo sus acciones y anticipando sus efectos y se establece como *sujeto de aprendizaje* (s3), en una situación o *medio de referencia* sobre los cuales ejerce sus capacidades de construcción de conocimientos y aprendizaje. El profesor, ahora como sujeto que enseña, interactúa con el *alumno genérico* (s2) y con el medio en la situación de aprendizaje.

En el momento en el cual se establecen relaciones de interacción entre conocimientos o transformación de conocimientos en saberes es que surgen las *situaciones didácticas*. Luego estas son el insumo o *medios didácticos*, sobre el cual el profesor reflexiona y se posiciona para preparar una nueva clase.

En esta *situación meta-didáctica* de planeación, el profesor tiene en cuenta, las decisiones que tuvieron lugar en cada momento de la clase, los comportamientos expresados en acciones, los conocimientos y el estado de los saberes

institucionalizados. (pp. 54-55). La relación del sujeto universal (s.1) “con un medio de nivel diferente exige conocimiento, conceptos, vocabulario, saberes diferentes [o socioculturales]. El profesor trata el conjunto de estas sujeciones.” (p.55). El sujeto que aprende puede comprender de manera diferente e incluso equivoca lo que el docente quiere decir, mostrar o dar a entender.

Por consiguiente, el reparto de responsabilidades, deben ser asumidas tanto por el profesor como por el alumno, con lo cual surge los conceptos de devolución y de contrato didáctico. “Estas responsabilidades abarcan, ante todo, la emisión de conocimientos –su comunicación, validez, novedad, valor, interés o estado cultural- y las condiciones en las que estos podrán manifestarse, ser recibidos, aprendidos, reproducidos, etc.” (p. 56).

El concepto de *devolución* está relacionado con las siguientes declaraciones que realiza Brousseau para su enunciación:

Declaración 1: la enseñanza tiene como objeto principal el funcionamiento del conocimiento como producción libre del alumno en sus relaciones con el medio a-didáctico. (p. 85)

Declaración 2: el alumno adquiere conocimientos a través de diversas formas de adaptación a las restricciones de su entorno. (p.86)

Además, la razón por la cual el profesor crea un medio didáctico del que *no puede decir previamente al alumno cuál es la respuesta exacta que espera de él* (p.87),

es que necesita algo que conduzca a que el alumno se adapte, descubra, utilice y le dé sentido al medio para dar respuesta a los requerimientos de la situación por sí mismo:

El sentido de un conocimiento está formado por: la trama de razonamientos y pruebas en las cuales está implicado (...) la trama de reformulaciones y formulaciones con la ayuda de las cuales el alumno puede manipularlo (...) los modelos implícitos que están asociados (...) las relaciones más o menos asumidas entre esos diferentes componentes, relaciones esencialmente dialécticas (...) el hecho de articular buenas respuestas con buenas preguntas conduce a reformular de un modo pertinente (diremos dialécticamente) unas y otras. (pp. 96-97).

El autor define dicho concepto, así “el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctico) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia.” (p.87)

En cuanto al contrato didáctico, Brousseau dice que:

(...) la relación didáctica no puede dar lugar formalmente a un contrato, las cláusulas no pueden escribirse, las sanciones en caso de ruptura no pueden ser previstas, etc. Sin embargo, la ilusión de que hay un contrato es indispensable para que la relación se dé y, eventualmente, tenga éxito. Cada uno, el maestro y el alumno, se hacen la idea de lo que el otro espera de él y de lo que cada uno piensa que el otro piensa... y esta idea crea las posibilidades de intervención, de devolución de la parte adidáctica de las situaciones y de la institucionalización. (p.70).

De ese modo, aun cuando la relación didáctica no genere formalmente un contrato, este se vincula a la práctica de enseñanza y aprendizaje de diversas maneras. Brousseau, advierte una distinción entre dos tipos de contratos didácticos: los débilmente y fuertemente didácticos; frente al tipo de contrato didáctico que se asume en la teoría de situaciones didácticas al cual llama *sistema didáctico*.

Del primero dice, tanto los fuertes como los débilmente didácticos, muestran su carácter insuficiente para construir un saber canónico (p.106). Puesto que estos contratos “toman en cuenta el proyecto de hacer que un interlocutor, tomado como sujeto epistémico, pero no como sujeto efectivo, se apropie del saber” (p. 67). Y que los únicos educandos a los cuales se puede dirigir este tipo de contratos son “los que se ubican en posición de autodidactas” (p.68).

La responsabilidad sobre la claridad de las emisiones, la comprensión de estas y las incertidumbres que surgen, recaen completamente sobre el alumno; el profesor no es creador de sentido, solo se entera de aquellas dificultades que son comunicadas por decisión del alumno. El profesor “se dice lo que quiere que el alumno sepa, se le explica y se verifica si lo aprendió.” (p. 99).

En cuanto a los contratos fuertemente didácticos, Brousseau manifiesta que tratan de un saber nuevo, que en algunos casos son solo la impronta de algo que se ha legitimado históricamente, como es el caso de la reproducción formal del conocimiento, que supone que la actividad en sí misma es la fuente y la prueba del aprendizaje; definiciones **ostensivas** que no permiten deducir las propiedades

características de los objetos matemáticos; aprendizajes de tipo empirista a cargo del medio y de la naturaleza, en los cuales se evitan los procesos intermedios, cognitivos o culturales; o constructivistas.

Y en los contratos fuertemente didácticos, la responsabilidad se delega a las adquisiciones, los conocimientos antiguos son prerequisites para formular las condiciones iniciales de la situación, el problema o la estrategia de base, acomodándose en la mayoría de casos a contradicciones. (pp. 99-106).

Por el contrario, *el sistema didáctico* se caracteriza por la existencia de una memoria didáctica que permite la transformación de los saberes antiguos, desde el reconocimiento de que estos surgen históricamente en medio de rupturas, modificaciones y no de manera lineal y acumulativa, que emprende continuamente, un acto de revisión de ésta como parte de las situaciones didácticas.

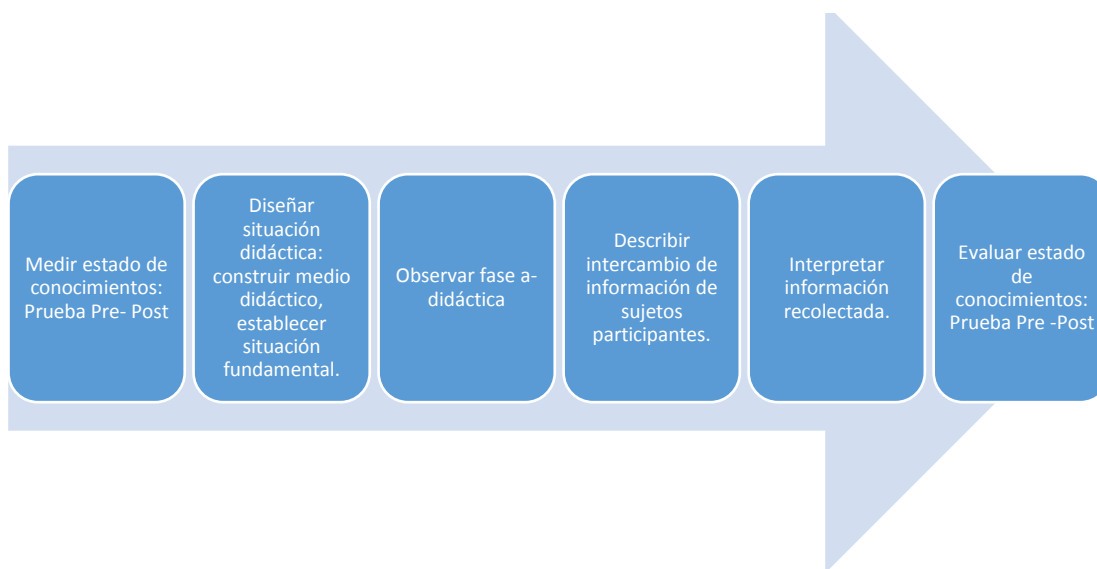
El profesor es consciente de que, dicha revisión, constituye uno de los instrumentos principales de la institucionalización (p. 109), con la cual debe crear “una zona «próxima» de aprendizaje donde los conocimientos aparecen bajo formas provisionarias (no evaluables formalmente, pero perceptibles para el profesor) antes de su adquisición como saberes” (pp.109-110). A esto en este trabajo se le denomina prueba diagnóstica. El contrato en un sistema didáctico, además de tomar en cuenta la historia del sujeto que aprende; acepta las responsabilidades que tienen tanto profesores como alumnos en la constitución de los saberes culturales al realizar las siguientes acciones:

cuestionar el orden empírico, el orden axiomático o la organización cultural para adaptarse al orden genético. Aceptar la realidad de los aprendizajes por acomodación, la existencia de los obstáculos y la necesidad de conocimientos provisorios, «transpuestos» y revisables en el proceso de enseñanza. (p.107).

Es decir, el sistema didáctico, genera una memoria didáctica que es necesario revisar de manera particular en la experiencia que, tanto el profesor como del alumno, han adquirido. No es posible hacer prescripciones, solo los sujetos que participan del sistema didáctico cuentan con los hechos, acciones pasadas, situaciones formuladas para reconstruir, racionalizar y justificar nuevas situaciones.

6. Metodología de la investigación

Figura 7. Esquema metodológico de la investigación



Fuente. *Elaboración propia.*

El presente estudio, es cualitativo de tipo descriptivo y no experimental, busca en el marco de un proceso de aprendizaje constructivista describir el intercambio de información entre los estudiantes en situación de aprendizaje en el aula de clase. De acuerdo con Hernández, Fernández & Baptista (2006):

“La investigación cualitativa se basa, ante todo, en el proceso mismo de recolección y análisis. Recordemos es interpretativa, ya que el investigador hace su propia descripción y valoración de los datos. El planteamiento se va enfocando en ciertos temas de acuerdo con la información recabada” (p.527).

Entonces, esta investigación es un estudio cualitativo que se hace con el fin de interpretar en sus propios términos la actuación de los niños y niñas de grado quinto de

la Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán. Las actuaciones de los estudiantes, serán comparadas con los términos de los saberes culturales en el área de matemáticas, como resultado de un saber que adopta criterios hermenéuticos en relación con la interpretación de productos y saberes sobre acciones realizadas por los mismos estudiantes (Pérez, D.A., 2011, p.30), en situación a-didáctica.

Este estudio es no experimental según Hernández, Fernández & Baptista (2006) porque los individuos sobre los que recae la investigación pertenecían a un grupo preestablecido (estudiantes de grado 5-1 de la IETI José Antonio Galán), también porque la recolección de la información es:

(...) sistemática y empírica en la que las variables independientes no se manipulan porque ya han sucedido. Las inferencias sobre las relaciones entre variables se realizan sin intervención o influencia directa, y dichas relaciones se observan tal como se han dado en su contexto natural (p.153).

La teoría de las situaciones didácticas construida por Guy Brousseau (2007), dice que, para que el diseño de un medio didáctico promueva un aprendizaje nuevo a partir de lo que los estudiantes ya saben, es necesario reconocer el estado de conocimientos que estos poseen y las dificultades que se deben superar.

Por lo cual, en el presente trabajo, como parte del proceso metodológico se considera, en primer lugar, la obtención de información mediante una Prueba Pre-Post, en la cual se proponen algunas preguntas en un medio escrito con la cual se desea

valorar el estado de sus aprendizajes alrededor del proceso de formulación de problemas de estructura multiplicativa de proporcionalidad simple directa.

Esta prueba constituye un primer momento del intercambio de información, aun cuando el intercambio sea pasivo, se considera útil para identificar los elementos que deben configurar el medio didáctico, para entender las dificultades que se presenten en el proceso de construcción de conocimiento por parte de los estudiantes, y reconocer los avances que se susciten con la ejecución de la de situación didáctica diseñada.

En segundo lugar, para realizar ese proceso continuo de metacognición, Brousseau (2007) afirma que el docente debe poseer los conocimientos, conceptos y procedimientos de la cultura matemática que se relacionan con el objeto de estudio; un vocabulario formal y unos saberes socioculturales que le permitan hacer transposición didáctica, actos de revisión y generar andamiajes que aproximen al estudiante al conocimiento matemático, de modo que con esto, pueda ayudar a movilizar los aprendizajes aferentes de sus estudiantes en situación de acción, formulación y validación. Por lo cual, se diseñó un juego como andamiaje de aproximación a los isomorfismos de medida de proporcionalidad simple.

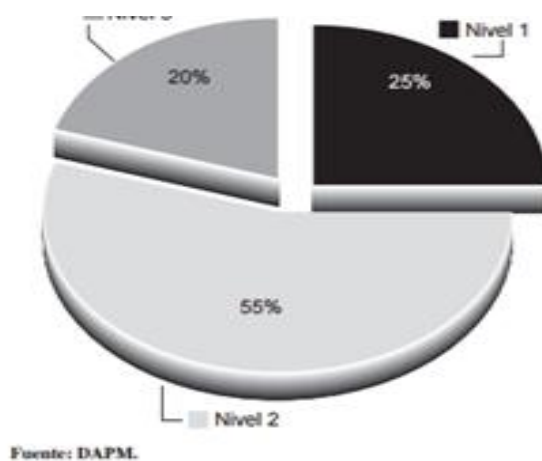
En tercer lugar, se observará el funcionamiento general de la fase adidáctica, es decir, los intercambios de información que realicen los estudiantes sin la intervención del docente; y los procesos de metacognición que establezca el profesor durante la observación de esta fase para determinar que elementos de la clase conservar, cuando intervenir, además de la forma y razones para hacerlo.

En las situaciones de acción, formulación y validación se medirán diferentes competencias en el estudiante. En las de acción su capacidad mínima de control, es decir, las acciones que este emprende en el momento que en inicia el juego: gestos, operaciones o expresiones que lo instalan en el juego; en las de formulación se medirá su capacidad para reconocer mejores formas de proceder frente a los requerimientos de la tarea; y en las de validación su capacidad de hacer procesos de corrección y justificación de sus acciones.

6.1. Contexto empírico de la investigación

La institución Educativa José Antonio Galán se encuentra ubicada en la comuna 4 de Santiago de Cali, en el barrio Guillermo Valencia, los estudiantes pertenecían en su mayoría al estrato 2. Durante el año 2016, la institución contaba con 960 estudiantes: 390 en básica primaria, 70 en preescolar, 370 en secundaria y 130 en educación para adultos.

Figura 8. Distribución de la población de la comuna 4.



Fuente: Alonso et al. (2007)

Tabla 4. Barrios de la Comuna 4

Código	Barrio, urbanización o sector	Código	Barrio, urbanización o sector
0401	Jorge Isaacs	0413	La Isla
0402	Santander	0414	Marco Fidel Suárez
0403	Porvenir	0415	Evaristo García
0404	Las Delicias	0416	La Esmeralda
0405	Manzanares	0417	Bolivariano
0406	Salomia	0418	Barrio Olaya Herrera
0407	Fátima	0419	Unidad Res. Bueno Madrid
0408	Sultana Berlin San Francisco	0420	Flora Industrial
0410	Popular	0421	Calima
0411	Ignacio Rengifo	0423	Industria de Licores
0412	Guillermo Valencia	0497	La Alianza

Fuente: DAPM.

Fuente: Alonso et al. (2007)

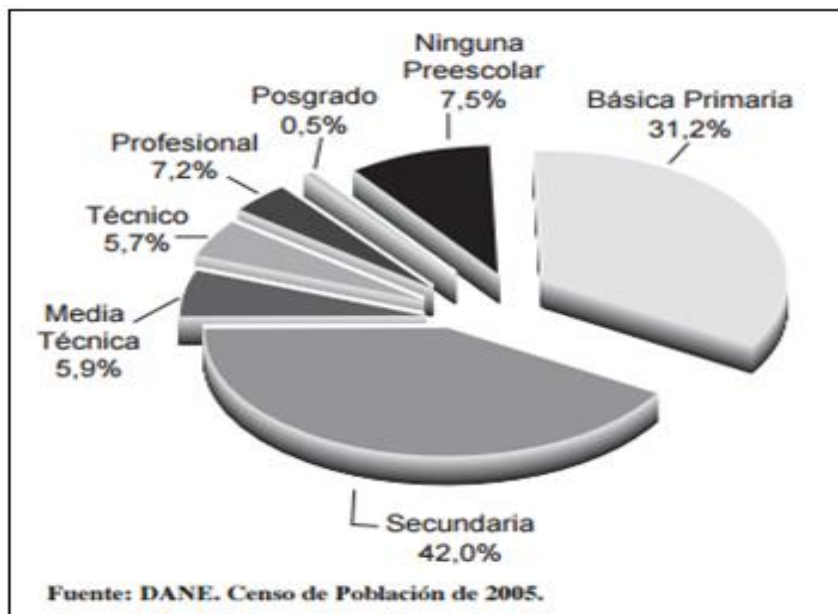
En Alonso, J. C., Solano, M. A., Vera, R., & Gallego, A. I. (2007), Se encontraron los siguientes datos que versan sobre la composición, ubicación y aspectos sociodemográficos de la comuna cuatro, con los cuales es posible entender las condiciones sociodemográficas de la población que rodea el escenario de la Institución educativa José Antonio Galán:

(...) compuesta por veinte barrios y dos urbanizaciones y sectores [industriales]

(...) el trabajo generado por las unidades económicas para esta comuna, encontramos que el 41,4% corresponde al sector industria, el 34,5% corresponde al sector comercio y el 24,2% al sector servicios. E 76,4% de las unidades económicas de esta comuna corresponden a locales, oficina, fábricas y puestos fijos y el 16,4% a viviendas con actividad económica. (...) en cuanto a la experiencia migratoria de los habitantes de la comuna; el 45,5% de la población de la comuna 4 cambió de residencia en los últimos cinco años lo hizo por razones

familiares; el 34,3% por otra razón; el 14,2% por dificultad para conseguir trabajo y el 2,3% por amenaza para su vida. (pp. 26-27)

Figura 9. Nivel Educativo alcanzado por población de la comuna 4.



Fuente: Alonso et al. (2007)

6.2. Descripción de los sujetos de la investigación (Muestreo).

La población sobre la cual recae la investigación es un grupo de estudiantes de grado quinto de primaria (5-1), de la Institución Educativa técnica Industrial José Antonio Galán, sede Rafael Zamorano. En el cual hay un total 32 estudiantes, 21 niños y 11 niñas. La mayoría de los estudiantes tienen edades entre los 10 y 12 años, hay dos estudiantes con nueve años y un estudiante en extra edad.

La encuesta sociodemográfica realizada a los estudiantes de este grupo nos informa que para el año 2016, la mayoría vivían en alguno de los barrios de la comuna,

su desplazamiento hasta la institución fue normalmente a pie y con un trayecto que duraba entre 5 y 20 minutos; solo una estudiante provenía de la comuna 6, y pese a la lejanía se desplazaba hasta las instalaciones de la institución a pie, lo cual le significaba hora y media de desplazamiento, sin embargo, su rendimiento académico era muy bueno.

De total de personas encargadas de la crianza de los estudiantes el 12 % no completaron primaria, el 20% realizaron estudios hasta quinto de primaria, 18% no culminaron bachillerato, el 30% estudiaron hasta completar bachillerato, el 12% tienen estudios técnicos y el 8 % tecnológicos o universitarios. Lo que refleja un 50% de adultos con baja preparación académica, un 42% de educación media y el 8% superior. Esto genera un indicador importante para entender algunas situaciones familiares asociadas al bajo rendimiento escolar.

El 97 % de las viviendas de los estudiantes están conectadas al alcantarillado público, el 85% tienen piso recubierto con baldosa, el 22% con cemento y 3% sin recubrimiento (tierra); el 90% de las paredes de las viviendas se encuentran construidas con bloque o cemento y el 10 % con otro material (boñiga, esterilla o barro). El 38% vive en casa familiar, el 53% en vivienda arrendada, 9% en vivienda propia.

La ocupación laboral tanto de los hombres como de las mujeres encargadas de la manutención de los estudiantes es variada, entre los hombres el empleo más recurrente es como conductor (25%), seguida de vigilantes (19%), operarios de máquinas industriales (17%) y técnicos varios de trabajo informal (13%). En las

mujeres se encuentra que un 25% de las mamás son amas de casa, el 9% se encuentran desempleadas y el 66 % trabaja. Algunas en ventas u oficios ocasionales y el empleo más recurrente era como operarias de máquinas para la confección de prendas de vestir y marroquinería (38%).

En cuanto al vínculo familiar con alguno de sus progenitores, se encuentra que doce de ellos viven con su papá y su mamá, cinco con su mamá y su padrastro, siete viven solo con la madre, diez estudiantes no viven con ninguno de sus dos padres de los cuales, nueve viven con los abuelos u otros familiares porque sus padres se encuentran fuera de la ciudad o conformaron otro hogar y uno de ellos convive con papás sustitutos de un programa del ICBF. El 75% de los hogares, están conformados por cinco o más miembros.

Como es posible observar, la familia nuclear solo está representada por el 37% y un alto porcentaje de los hogares está conformado por más de cinco miembros lo cual incide en que las condiciones de espacios para, por ejemplo, la lectura, el descanso y el estudio en casa se dificulten.

6.3. Instrumentos utilizados en la recolección de la información

El presente trabajo contó con tres instrumentos de recolección de información, a saber: Cuestionario sociodemográfico, Prueba Pre-Post y observación de clase en situación didáctica. Los cuales se describen a continuación.

6.3.1. Instrumento A: cuestionario sociodemográfico

Se tomó como base para describir el contexto sociodemográfico de los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán el cuestionario que aplica el Icfes (2015, ver anexo 1), para la presentación de las pruebas Saber quinto, en la cual se busca medir los contextos donde se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes evaluados a través de 18 preguntas.

En estas se indagan, el nivel educativo de los padres o acudientes, el número de personas de su hogar trabajan, las características de su vivienda, materiales de pisos, paredes y conexión al alcantarillado, la dotación de bienes en su hogar y el uso de bienes culturales.

Mientras los estudiantes diligenciaban el cuestionario se procuró que diferenciaran en la encuesta si vivían con el padre, padrastro o padre adoptivo, así como los correspondientes al status de la madre. También, se solicitó a los estudiantes escribir tanto si vivían en casa propia de su padre o madre, de algún familiar o en arriendo; como especificar la ocupación de sus padres, padrastros o encargados de su manutención.

6.3.2. Instrumento B: Prueba Pre-Post

Se diseñó, una Prueba Pre-Post, con la cual se valoró el punto de partida (y de llegada) de los aprendizajes de los estudiantes. Dicha prueba abarca aspectos relacionados con conceptos y procedimientos útiles para formular problemas

aritméticos elementales de proporcionalidad simple y directa tales como: reconocer las partes de problema aritmético elemental (contexto, enunciado y pregunta), los datos conocidos y el dato desconocido, como se encuentran relacionados los datos conocidos con la pregunta que se realiza y con la operación necesaria para resolver el problema aritmético. (ver Anexo 2)

La prueba tuvo una duración de dos horas y contenía seis preguntas. A continuación, se detalla la intencionalidad de cada pregunta:

Pregunta 1 y 2. Saber si el estudiante reconoce algunas características de la multiplicación y división y las usa para expresar una situación problema.

Pregunta 3. Saber si organiza de manera coherente la información de un problema aritmético elemental, dadas las frases de este.

Pregunta 4. Saber si reconoce información implícita y explícita en una tabla de datos y si es capaz de relacionar información para calcular el producto y el valor unitario en un isomorfismo de medida.

Pregunta 5. Saber si reconoce la correspondencia entre números naturales y numerales proporcionales (doble, triple, cuádruple, etc.).

Pregunta 6. Saber si reconoce los datos conocidos y el dato desconocido de un problema aritmético elemental, cómo se encuentran relacionados y qué operación es necesaria para resolverlo.

6.3.3. Instrumento C: La observación cualitativa

La observación se realizó mediante el registro descriptivo de los intercambios de información de los estudiantes tanto en la situación adidáctica como en la situación didáctica. En la fase adidáctica se describieron los intercambios de información en forma directa, tal cual ocurrían estos, sin interferir con la espontaneidad de los estudiantes participantes, además, se registraron notas que orientaban el proceso de reflexión para la fase didáctica. En la situación didáctica que se dio en plenaria, se describieron los intercambios tanto del docente como de los estudiantes.

Para promover dichos intercambios, se diseñó un juego que incorporó las tres clases básicas de isomorfismos de medida que propone Vergnaud como variables, al cual se le dio por nombre “Cajón”. Este juego, fue construido con base a la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau (2007), se diseñó para que el estudiante se adaptara, descubriera, hiciera uso de sus saberes socioculturales, mecanismos cognitivos para alternar conocimientos y procedimientos y se involucrara afectivamente con la actividad matemática, de modo que al ponerlos en función de las tareas que debía realizar para jugar y para ganar el juego, los nuevos aprendizajes tuvieran sentido. Estos aprendizajes nuevos se fueron automatizando y además reflexionando.

El juego, en este trabajo fue el *medio didáctico material* del que habla Brousseau (2007). Permitted que los estudiantes detectaran esquemas que se repetían en una situación les era cercana y fácil de ejecutar. La situación generó un modelo o

proceso de acción en la experiencia de jugar, invitó a los estudiantes a buscar las formas operativas de hacer los cálculos para hallar los datos solicitados y llevarlos en una *tabla de registro*.

Con el medio didáctico se obtuvo el intercambio de información entre los estudiantes, mediante observación directa. Y, a partir de estos se hizo el análisis de las interacciones verbales y no verbales. Se separó el medio (la situación didáctica) del contenido (la concepción de proporcionalidad simple directa).

En el juego se establecieron dos procesos de observación, uno en manos de los estudiantes y el otro en las del profesor. El estudiante dispuso de una hoja de observación en la cual escribieron el tipo de operación u operaciones que sus compañeros usaron para obtener los datos con los cuales llenaron cada tabla de registro y registraron el comportamiento asumido en el desarrollo de las actividades y tareas.

En plenaria, los estudiantes de grado quinto de la IETI José A. Galán se reunieron con la motivación de debatir asuntos específicos e inherentes al juego, siguieron un orden del día diseñado por el profesor, los acuerdos a los que los estudiantes llegaron quedaron plasmados en el cuaderno de matemáticas de cada estudiante. El intercambio de información de los estudiantes durante el juego se convirtió en un insumo para que el profesor organizara la plenaria.

Después, se caracterizó la evolución de los aprendizajes de los estudiantes durante el proceso de implementación, mediante el registro de los intercambios de información que se relacionaban con los propósitos del estudio. Finalmente, se aplicó

de nuevo la Prueba Pre-Post y se emitieron las conclusiones sobre la efectividad de la situación didáctica implementada.

Aunque, como afirma Brousseau, la “situación simula un entorno que guarda secretos pero que pueden revelar deduciendo informaciones adecuadas que se obtienen del mismo medio” (p.95), al abordar el intercambio de información de los estudiantes de grado quinto, se pudo averiguar algo de este grupo social y de las potencialidades del medio para generar tales intercambios. En concordancia con la teoría de situaciones didácticas se asumió como medio, tanto el material que organizó el profesor para generar el intercambio de información como el sujeto que realizó el intercambio comunicacional.

La teoría de las situaciones didácticas en la práctica, permitió la interpretación de los modelos implícitos de acción extraídos de las informaciones emitidas o emuladas por los estudiantes y el docente, en cinco tipos de situación, a saber:

1.Situaciones de acción, con las cuales se interpretó los intercambios de información no codificadas (IIA), expresadas en gestos y decisiones no verbales.

2.Situaciones de formulación, el interés se centró en los intercambios de información codificadas (IIF) en un lenguaje (mensajes)

3.Situaciones de validación, estas mostraron intercambios de juicio (IIV) en forma de sentencias que se referían a un conjunto de enunciados con un rol de teoría.

4.Situaciones de Institucionalización (IIR) las cuales buscaban regular el proceso comunicativo en situación didáctica entre los alumnos con el propósito de

llevarlos a los saberes culturales contruidos o por construir, en el aprendizaje que se movilizó.

5.Situación Meta-didácticas las cuales ofrecieron los insumos para la planeación (IIP), el profesor tuvo en cuenta, las decisiones que dieron en cada momento de la clase, los comportamientos expresados en acciones, los conocimientos y el estado de los saberes institucionalizados.

Para la participación en el juego, se formaron ocho equipos con 4 estudiantes cada uno, con una distribución de los estudiantes en relación con lo que Hernández et al (2006) denomina *muestra por cuotas*. Para dicha distribución, se tomó como referencia la valoración obtenida por cada estudiante en el segundo periodo en el área de matemáticas; los estudiantes que obtuvieron las 8 mejores valoraciones lideraron cada grupo, seguidos por los 8 que obtuvieron las valoraciones más bajas, integrando luego los 8 del nivel medio superior y finalizando con los 8 del nivel medio inferior. (ver anexo 3).

A continuación, se numeraron los grupos y se colocaron los respectivos numerales en una bolsa. De la cual, se sacó al azar uno de los numerales para escoger el grupo al que se le realizó la videograbación del total de sus intercambios de información.

6.4. Situación Didáctica

OBJETIVO: formular y resolver problemas impliquen repartos proporcionales simples y directos.

Variable 1: Calcular el total.

Clase 1:

Duración: 3 horas (el bloque de tres horas constituye un día de clases)

Querido/querida estudiante:

Te invito a jugar Cajón, un juego matemático que he creado para que aprendas a formular problemas de proporcionalidad simple y directa. Para jugar debes recordar ocho principios que te ayudaran a participar de manera más cómoda y agradable en el juego, léelos con cuidados y discute con tus compañeros y con tu profesor (a) sobre lo que significa cada uno para ti y porqué son importante para el buen funcionamiento del juego.

Figura 1. Adaptación de los ocho principios dialógicos



Fuente: elaboración con base en los 8 principios dialógicos de Ferrada & Flecha (2008, p.58).

A continuación, encontrarás la descripción del juego y la forma en que puedes participar en él. Luego se realizarán algunas preguntas que te ayudarán a tomar conciencia sobre los datos, relaciones y preguntas que se deben tener en cuenta para formular un problema aritmético elemental. Para terminar, se realizará una plenaria en la cual participan todos los estudiantes, con el fin de compartir conocimiento y mejorar los aprendizajes que se obtienen en la clase con el juego del Cajón.

Nombre del Juego: CAJÓN

Número de participantes: 4

Materiales se requiere:

- Cajón de madera con 8 orificios etiquetados con las palabras doble, triple, cuádruple, quintuple, séxtuple, séptuple, óctuple y nóuplo.
- Tres arandelas plásticas o metálicas
- Una tabla de registro para los puntajes obtenidos por participante
- Hoja en blanco para realizar operaciones.
- Una tabla de observación por participante.
- Un par de dados.
- Una hoja para la formulación de los problemas de proporcionalidad simple.
- En cada equipo los jugadores deberán rotar sus funciones así: lanzador, recogedor de arandelas, supervisor y observador. A continuación, se detalla las tareas que debe cumplir cada estudiante en su Equipo:

Lanzador:

1. Lance el par de dados para obtener el puntaje base.
2. Escoja el mayor de los números que se puede formar con ellos. Por ejemplo, si al lanzar los dados se obtiene 2 y 3, el puntaje base será 32.
3. Escriba en el lugar indicado en la tabla de registro el puntaje obtenido.
4. Arroje cada una de las tres arandelas desde la línea de lanzamiento.
5. El objetivo es introducir cada arandela en alguno de los ocho orificios del cajón.
6. Realice los procedimientos necesarios en la hoja de operaciones para obtener el puntaje solicitado en cada orificio que acierte.
7. Escriba los resultados en la tabla de registro.

Supervisor:

1. Asegurarse que el lanzador obtenga su puntaje base con un solo lanzamiento de los dados,
2. Cerciórese que el lanzador tenga únicamente 3 oportunidades de lanzamiento de las arandelas en cada ronda.
3. Verificar que el lanzador se pare detrás de la línea de lanzamiento.
4. Constate que el lanzador anote correctamente el puntaje obtenido en la tabla de registro.

El recogedor de arandelas:

1. Entregue las tres arandelas al lanzador
2. Recoja las arandelas que caigan por fuera del cajón
3. Saque las arandelas que caigan dentro del cajón.

Observador:

1. Marque con una equis (X) la forma en que el lanzador realiza las operaciones.
2. Señale con una equis (X) el comportamiento del lanzador durante el juego.
3. Escriba en cada ronda lo que observó sobre la forma en que el compañero/a, a quien le corresponde observar hizo las operaciones y su comportamiento de acuerdo a los principios dialógicos.

Nota: Tenga en cuenta que en cada clase se realizará una Plenaria como cierre de la actividad mediada por el juego. (El profesor debe recoger las tablas de datos y las hojas de observación de los grupos, debidamente diligenciadas, analizar y devolver a los estudiantes en la próxima clase).

Clase 2:

Duración: 3 horas

Recordemos los 8 principios dialógicos:

El día de hoy jugaran nuevamente al Cajón, y con el primer acierto que tenga cada integrante del equipo, va formular un problema, en el cual alguien deba realizar lo ustedes hacen en el juego y en la tabla de registro, para resolver el problema.

Plenaria: Se invita a cinco estudiantes a compartir sus problemas aritméticos elementales.

Actividad para realizar en el cuaderno.

Completemos los siguientes enunciados

1. Si la unidad se relaciona con el Puntaje base. El doble se relaciona con _____
2. Si el triple se relaciona con _____, El séptuple se relaciona con _____
3. Si el nóuplo se relaciona con _____, La unidad se relaciona con _____
4. Si el puntaje base se relaciona con _____ El puntaje _____ se relaciona con óctuplo
5. El puntaje _____ se relaciona con el séptuple. El puntaje _____ se relaciona con el quíntuple.
6. Escoge la relación entre cuatro datos de la tabla 1, para crear un problema aritmético elemental.

Contexto: el juego del Cajón

Dato 1. Puntaje base: _____

Dato 2: la unidad 1

Dato 3: La arandela se introdujo en el orificio dice puntaje _____.

Dato 4: desconocido _____

Clase 3

Duración 3 horas

Respondan las siguientes preguntas en equipo (15 min)

Equipo N° _____

1. ¿Qué sucedería si se desconocieran el valor del puntaje base y los datos conocidos fueran el valor obtenido con la operación que realizaste y el dato del orificio del cajón?
2. ¿Cómo formularías el problema en la nueva situación?
3. ¿Cómo se resuelve el nuevo problema?

Nota: recuerde que el profesor recoge las respuestas de los grupos como insumo para la plenaria.

Clase 4.

Duración: 3 horas

Variable 2: obtener el puntaje base

Vamos a jugar:

Se han cambiado las etiquetas que estaban al lado de los orificios del cajón. Ahora debes calcular el puntaje base.

Descripción del juego CAJÓN II:

Al lado de cada orificio del cajón en donde se introducen las argollas, se colocarán dos cifras, una representa el producto y la otra las veces en que se ha multiplicado un puntaje base para obtener el producto: doble, triple, cuádruple...; los participantes de cada grupo deben completar la tabla calculando el puntaje base, en cada caso. El rol de los participantes y la dinámica del juego es igual al del juego en CAJÓN I, pero esta vez llenan una sola tabla entre todos. (ver anexo 2)

Completa la siguiente tabla, de acuerdo a los aciertos obtengas jugando Cajón:

Clase 5:

Duración: 3 horas

A cada grupo se le ha devuelto la tabla de registro de la clase pasada, con las correcciones pertinentes en cada caso. En la tabla observaran que hay una información a la cual se le denomina datos conocidos y otra, la calcularon, esta no se le menciona y debe permanecer oculta en una pregunta. Teniendo eso en mente relacionen los datos conocidos con el dato desconocido para formular un problema aritmético elemental. Utiliza como contexto un tema les guste mucho. Por ejemplo, el futbol, la farándula, el juego de canicas, entre otros.

Completa las siguientes tablas de datos y escribe ¿Qué información y cuál o cuáles operaciones utilizarías para completar el espacio vacío?

Tabla de precios de helados de paletas en la tienda "SUMERCÉ"					
Nº de Hel	1	2	3	4	5
Precio	\$750	\$1.500	\$3.000	\$3.750

Tabla de precios del transporte público de Pereira					
Nº de pasaje s	1	2	3	4	5
Precio	\$3.800	\$5.700	\$9.500

Guía para la PLENARIA:

Se han transcrito 4 problemas de los se crearon en la clase anterior, con el fin de proyectarlos y entre todos podamos, reconocer sus partes, los datos conocidos y desconocidos, relaciones, completarlos si les falta algo, y la forma de resolverlos.

Para esto, se escogerán tres estudiantes del grupo, en algunas ocasiones más, para contestar algunas preguntas sobre los problemas que se proyectarán.

(Se proyecta el primer problema)

Un problema matemático elemental tiene tres partes básicamente: el contexto, el enunciado y la pregunta. En el problema que se encuentra proyectado en pantalla, identifiquen cada parte de forma individual y escribanla en las hojas se les ha proporcionado. Me indican cuando estén listos. ¿Qué escribió ...? ¿Estás de acuerdo con lo dice tu compañero, qué le añadirías? ¿Cómo podemos completarlo?

(Se proyecta el segundo problema).

En letra roja aparecen algunas palabras y frases que se consideraron necesarias para completar el problema.

Escriban ¿cuál es el dato que se desconoce, por el cual se pregunta? (¿Qué contestó...?) (¿Quién contestó algo diferente? ¿Cómo argumentas esa respuesta? ...)

(Se proyecta el tercer problema).

En este problema como se relacionan las partes conocidas con las desconocidas. Nuevamente se han adicionado palabras o frases con letra roja.

¿Identifiquen en este problema los datos conocidos y desconocidos y diga cuales se relacionan y por qué? ¿estás de acuerdo con lo dice tu compañero, qué le añadirías?

(Se proyecta el cuarto problema).

(Se ha mejorado la redacción, y corregido la ortografía, pero esta vez, todo el problema tiene el mismo color de letra)

Escribe al frente de las palabras contexto, enunciado y pregunta, la parte correspondiente del problema que se observa en la pantalla.

Contexto: _____.

Enunciado: _____

 _____.

Pregunta: _____
 _____.

¿Cuáles escribiste tú? ¿quién escribió un dato diferente?

Ahora, circulen en el problema los datos conocidos y desconocidos.

¿Cuáles encerraste tú? ¿quién encerró un dato diferente?

¿cómo se relacionan los datos conocidos con la pregunta?

¿Qué harían para contestar la pregunta se hace en el problema?

¿Existe proporcionalidad simple y directa entre los datos? Explica tu respuesta.

¿Estás de acuerdo con lo dice tu compañero, qué le añadirías?

Variable 3: obtener las veces se repite el puntaje base

Vamos a jugar:

Se han cambiado las etiquetas estaban al lado de los orificios del cajón. Ahora debes calcular el numeral multiplicativo o veces se repite el puntaje base.

Descripción del juego CAJÓN III:

En los orificios se colocará una cantidad que representa el producto y el valor base, el jugador deberá encontrar el número de veces que se repite en la cantidad anterior y registrar el dato en la tabla cada vez acierte en su respectivo lanzamiento. El participante debe completar la tabla colocando los datos conocidos y calcular los desconocidos, es decir, las veces que se repite el puntaje base el doble, triple, cuádruple..., en cada caso. El rol de los participantes y la dinámica del juego es igual al del juego en CAJÓN I. (ver anexo 3)

Escribamos problemas aritméticos en los cuales se pregunte Cuántas veces está o se encuentra una cantidad en otra. Recordemos ubicar el problema en un contexto, escribir los datos conocidos en relación a un dato desconocido, lo que conduce a la formulación de una pregunta.

Anexos.

Tabla 1. Tabla de registro variable I: Calcular el total

TABLA DE REGISTRO CAJÓN									
Nombre del Lanzador:									
Puntaje base	Puntaje Doble	Puntaje triple	Puntaje cuádruple	Puntaje quintuple	Puntaje séxtuple	Puntaje séptuple	Puntaje óctuple	Puntaje nóñuplo	Puntaje décuplo
Unidad									
<i>Arroje las dados para obtener este valor</i>									

Fuente: elaboración propia

Tabla 2. Tabla de registro. Variable 2. Calcular la unidad

TABLA DE REGISTRO CAJÓN II								
DATOS CONOCIDOS	PRODUCTO	DOBLE	PRODUCTO	TRIPLE	PRODUCTO	CUÁDRUPLE	PRODUCTO	QUÍNTUPLE
	24	2	36	3	48	4	60	5
¿Cuál es el Puntaje base?								
TABLA DE REGISTRO CAJÓN II								
DATOS CONOCIDOS	PRODUCTO	SÉXTUPLE	PRODUCTO	SÉPTUPLE	PRODUCTO	ÓCTUPLE	PRODUCTO	NÓNUPLO
	72	6	84	7	96	8	108	9
¿Cuál es el Puntaje base?								

Fuente: elaboración propia

Tabla 3. Tabla de registro. Variable 3. Calcular las unidades

TABLA DE REGISTRO CAJÓN III									
DATOS CONOCIDOS	TOTAL	P. BASE	TOTAL	P. BASE	TOTAL	P. BASE	TOTAL	P. BASE	
¿Cuántas veces está el Puntaje base en el puntaje total?									
TABLA DE REGISTRO CAJÓN III									
DATOS CONOCIDOS	TOTAL	P. BASE	TOTAL	P. BASE	TOTAL	P. BASE	TOTAL	P. BASE	
¿Cuántas veces está el Puntaje base en el puntaje total?									

Fuente: elaboración propia

6.5. Materiales

El profesor dispuso para la organización de la fase de plenaria y para la descripción de los intercambios de información entre los estudiantes, de un celular con cámara de video, un cuaderno de apuntes y de las hojas tanto de registro como de tareas diligenciadas por los estudiantes.

6.6. Procedimiento de recolección de la información

Como se dijo anteriormente, se aplicó una Prueba Pre-Post como primera y última intervención de la clase; seguidamente, el grupo de estudiantes (32 en total) se dividió en ocho subgrupos con cuatro estudiantes cada uno, con el fin de observar la evolución de sus aprendizajes en la construcción compartida del conocimiento por medio del intercambio de información entre ellos en la implementación de las situaciones didácticas en el aula.

A continuación, se grabó por medio de un celular, uno de los 8 grupos (G1-G8) formados por cuatro estudiantes (E1, E2, E3, E4), durante las siete sesiones (class1 – class7) que se requirieron para implementar la situación didáctica en la clase de matemáticas y en las sesiones de plenaria (PLEN1-PLEN7) donde participaban todos los estudiantes; el tiempo de la grabación dependió de la duración de la clase. Así el intercambio de información (IIA, IIF, IIV) dado en la Clase 2 entre los estudiantes E1 y E3 del grupo cinco (5) en situación de acción, fue denotada (IIA, class2, -E15-E35)

Se tomaron apuntes, con el fin de conservar información relevante para la plenaria que se realizaba al final de cada clase y se observaron las video grabaciones.

El registro incluyó: una descripción detallada de algunos segmentos en los que se presentaron intercambios de información entre los alumnos y en la que los objetos de conocimientos fueran relevantes para los objetivos de la situación didáctica, incluyendo una transcripción de los episodios de preguntas y respuestas en los que participaba la maestra y la categoría a la que pertenecía cada segmento de intercambios de información.

6.7. Proceso

Para el funcionamiento de la situación didáctica; es decir, el conjunto de situaciones que según Brousseau (2007), tiende a provocar el funcionamiento del saber y de los conocimientos, estrategias y habilidades propias de cada estudiante, como producción libre en sus relaciones con un medio a-didáctico. (p.85); se pasó por los siguientes momentos:

Primero, se explicaron los ocho principios del aprendizaje dialógico y se realizó una prueba piloto sobre la forma como se desarrollaría el trabajo en clase y los objetivos que se esperaban obtener. Luego se conformaron los equipos y se eligió un grupo de observación permanente.

Seguidamente, tal como lo propone Brousseau, la docente preparó al alumno para el funcionamiento a-didáctico, integrándolo en fase didáctica: “el alumno sólo puede aprender produciendo, haciendo funcionar y evolucionar su saber” (p.87). Es decir, integró al estudiante a un juego en el cual él, debía producir una serie de acciones

que le permitieran al mismo tiempo que jugaba hacer evolucionar sus saberes sobre proporcionalidad simple y directa.

Todo el aprendizaje se organizará alrededor de una misma situación base, la cual se repetirá evolucionando. (p.89). La repetición del juego permite a los alumnos comprender la consigna y el vocabulario técnico mínimo (p.90). Para mejorar las anticipaciones el maestro puede ofrecer descripciones de la estrategia y dar lugar a pequeños debates sobre respuestas y tácticas. Evitando institucionalizar el saber prematuramente. (p. 92).

Para la integración de los estudiantes en la fase didáctica, se explicó a estos, las acciones que debían realizar para llenar las tablas de registro y las hojas de observación. De ahí, en adelante la misma situación didáctica nutria la experiencia para determinar cómo continuar con la actividad de aula, sin que se perdieran los objetivos de aprendizaje planteados inicialmente.

7. Resultados Cuantitativos

7.1. Datos cuantitativos

De acuerdo a los resultados obtenidos en la aplicación inicial de la Prueba Pre-Post, los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán presentaron dificultades con aprendizajes que se presumían previos para abordar la resolución de problemas de proporcionalidad simple, tales como la identificación de la estructura de un problema elemental de matemáticas y de los numerales proporcionales, tal como se muestra en los siguientes porcentajes:

Al 79% de los estudiantes se les dificulta ordenar de forma coherente las frases que componen un problema aritmético elemental. Lo mismo sucedió, con el reconocimiento de los numerales proporcionales, los cuales indican multiplicación en el caso de las cantidades discretas y división en su forma fraccionaria. Aun cuando estos son objeto de estudio desde grado primero, se observó que el 79% no relacionaron adecuadamente cantidades del 1 al 10, con las expresiones doble, triple, cuádruple, ..., correspondientes.

Por otro lado, al ubicar información en tablas de registro, el 32% de los estudiantes no relacionaron la información registrada con las preguntas formuladas y el 68% restante de los estudiantes solo relacionó información explícita, demostrando con esto que se ubican en un nivel de reproducción de información. El 0% reconoció que todas las situaciones problema se pueden resolver con los datos de la tabla. El 0% reconoció que las situaciones que implicaban multiplicación o división.

En las preguntas relacionadas con las tres subclases básicas de los problemas de proporcionalidad simple y directa se obtuvo que el 89% de los estudiantes, no responden a cada una de las preguntas que se hicieron sobre los tres problemas propuestos y se restringieron a hacer cálculos, limitándose en un 71% a dar la respuesta al problema, desconociendo lo que se les pregunta, aún cuando se les devolvía la prueba al observar partes sin resolver, escribían o decían que no sabían cómo responder las preguntas relacionadas con la estructura de un problema aritmético elemental.

Además, fue posible conocer que el 96% no relacionaron los tres problemas aritméticos propuestos con las operaciones de multiplicación y división, y llegaban a una respuesta por conteo. Lo cual explica porque se les dificultó formular un problema de estructura multiplicativa. En el cual, el 68% de los estudiantes no escribió un problema aritmético elemental que se resolviera con el uso de la multiplicación de números naturales, porcentaje que se vio aumentado cuando la operación solicitada era la división. Los estudiantes en su mayoría proponían situaciones que se resolvían con la estructura aditiva de composición.

Tabla 5. Resultados de la Aplicación inicial de la Prueba Pre-Post Grupal

RUBRICA DE EVALUACIÓN PRUEBA PRE- SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE Y DIRECTA								
ASPECTO EVALUADO	Alto (4)	Básico (3)	Bajo (2)	Deficiente (1)	(4)	(3)	(2)	(1)
La redacción del problema aritmético elemental se	La redacción del problema aritmético elemental se	La redacción del problema aritmético elemental se	La redacción del problema aritmético elemental se	La redacción del problema aritmético elemental no	4%	11%	18%	68%

Formula Problemas que se resuelven con una multiplicación	resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	resuelve con una multiplicación, pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	se resuelve con una multiplicación, no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.					
Formula problemas que se resuelven con una división	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división , pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental no se resuelve con una división no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	3%	4%	18%	75%	
Ordena las frases que componen un problema de tipo multiplicativo	Ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo de manera coherente	Ordena tres de las cuatro frases de un problema multiplicativo de manera coherente.	Ordena dos de las cuatro las frases de un problema multiplicativo de manera coherente.	No ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo de manera coherente	14%	7%	0%	79%	
Reconoce situaciones que pueden resolver con los datos que se encuentran en una tabla	Reconoce información Explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información explícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	No Reconoce información explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	0%	0%	68%	32%	
Conoce el significado de los numerales proporcionales	Relacionan adecuadamente todas las cantidades discretas con los numerales	Relaciona de 7 a 9 cantidades discretas con los numerales	Relaciona de 4 a 6 cantidades discretas con los numerales proporcionales	Relaciona menos de cuatro cantidades discretas con los numerales	32%	32%	68%	0%	

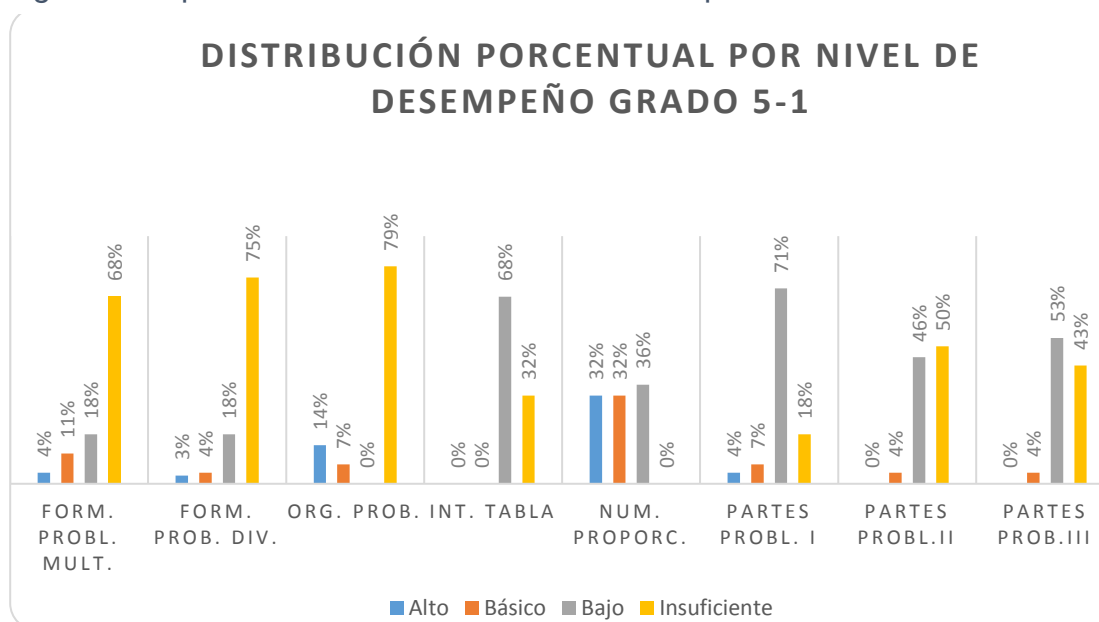
	proporcionales.	proporcionales.		proporcionales.					
Identifica las partes de un problema aritmético tipo I y la operación que lo resuelve.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	4%	7%	71%	18%	
Identifica las partes de un problema aritmético tipo II y la operación que lo resuelve	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	0%	4%	46%	50%	
Identifica las partes de un problema aritmético tipo III y la operación que lo resuelve.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	0%	4%	53%	43%	
Porcentaje de estudiantes ubicado en cada nivel					7%	9%	39%	45%	

Fuente: Elaboración Propia

A continuación, se presentan los hallazgos encontrados en la aplicación inicial de la Prueba Pre-Post a la muestra observada, grupo 5, del grado quinto uno. En este grupo, los aprendizajes que se dificultaron mayormente, fueron los que tenían relación con la estructura de un problema aritmético elemental en relación con la estructura multiplicativa, los estudiantes en general no reconocieron la relación inversa entre la multiplicación y la división, se les dificultó interpretar información tanto implícita como explícita en una tabla de registro.

Además, fue evidente la falta de comprensión de las partes que componían un problema aritmético elemental y la forma de obtener su resolución, aun cuando estos se ubicaran en la categoría de problemas sencillos de proporcionalidad simple que tienen lugar en la enseñanza de la proporcionalidad en los niveles de primero a tercero de primaria.

Figura 10. Aplicación Prueba Pre-Post Inicial Grupal



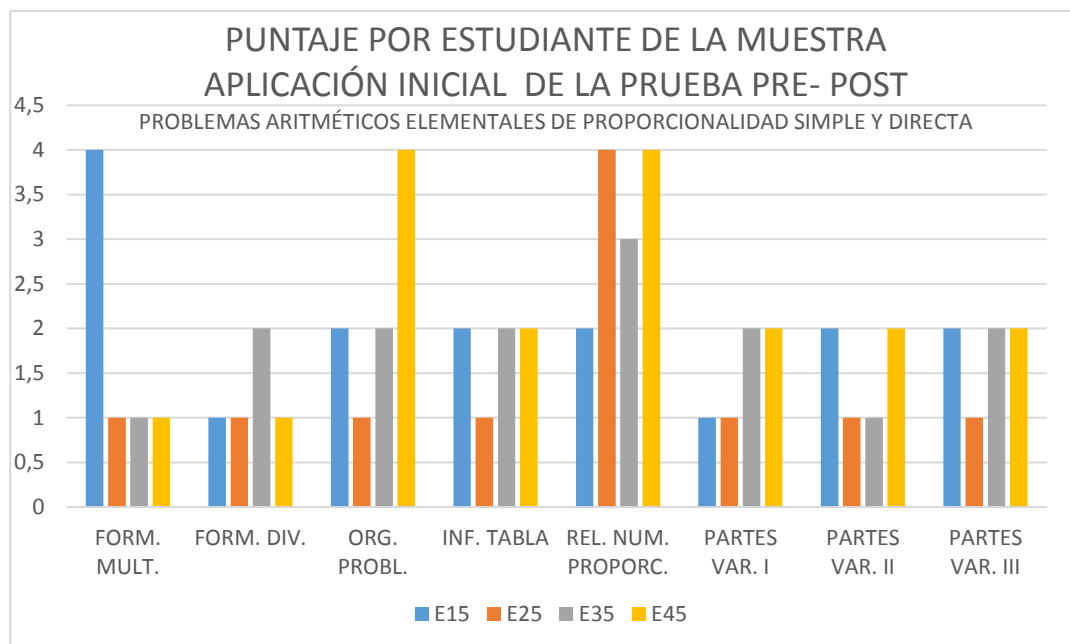
Fuente: elaboración propia

Tabla 6. Puntajes de la aplicación Inicial de la Prueba Pre-Post al grupo muestral

RUBRICA DE EVALUACIÓN DE LA APLICACIÓN INICIAL DE LA PRUEBA PRE-POST SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE Y DIRECTA								
Subgrupo objeto de observación					Puntaje por Estudiante			
TÓPICO	Alto (4)	Básico (3)	Bajo (2)	Deficiente (1)	E1	E2	E3	E4
					5	5	5	5
Formulación de Problemas que se resuelven con una multiplicación	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación, pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	4	1	1	1
Formulación de Situación problema que se resuelva con el uso de la división	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división, pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	La redacción del problema aritmético elemental no se resuelve con una división, no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	1	1	2	1
Ordena las frases de un problema de tipo	Ordena las frases de un problema de tipo	Ordena tres de las cuatro frases de un problema	Ordena dos de las cuatro frases de un problema	No ordena las frases de un problema de tipo	2	1	2	4

multiplicativo	multiplicativo de manera coherente	multiplicativo de manera coherente.	multiplicativo de manera coherente.	multiplicativo de manera coherente					
Situaciones que se pueden resolver con los datos que se encuentran en una tabla	Reconoce información Explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información explícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	No Reconoce información explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	2	1	2	2	
Relación cantidad vs numerales proporcionales	Relacionan adecuadamente todas las cantidades discretas con los numerales proporcionales.	Relaciona de 7 a 9 cantidades discretas con los numerales proporcionales	Relaciona de 4 a 6 cantidades discretas con los numerales proporcionales	Relaciona menos de cuatro cantidades discretas con los numerales proporcionales	2	4	3	4	
Reconocimiento de las partes de un problema aritmético y la operación que lo resuelve.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	1	1	2	2	
En Variable I									
En Variable II					2	1	1	2	
En Variable III					2	1	2	2	
Puntaje Total					16	11	15	18	
<i>Fuente:</i> Elaboración propia.									

Figura 11: Gráfico de los Puntajes Obtenidos por los Estudiantes de la Muestra



Fuente: Elaboración propia

Para E15, el estudiante que lideró el grupo por haber obtenido mejor promedio de notas que sus compañeros, la ganancia fue del 50%, logrando el puntaje máximo contemplado en la prueba; mientras para E25, el estudiante que obtuvo el menor promedio de los cuatro, la ganancia fue del 54%, con lo cual llegó al 75% de dominio en la prueba; E35, mejoró en un 35% y obtuvo un 72% de preguntas aprobadas y E45, 31% de ganancia, alcanzando el 81% del puntaje total. Como es posible observar los cuatro estudiantes observados lograron responder de manera satisfactoria más del 70% de la prueba después de la situación didáctica.

Tabla 7. Resultados de la aplicación final de la Prueba Pre-Post

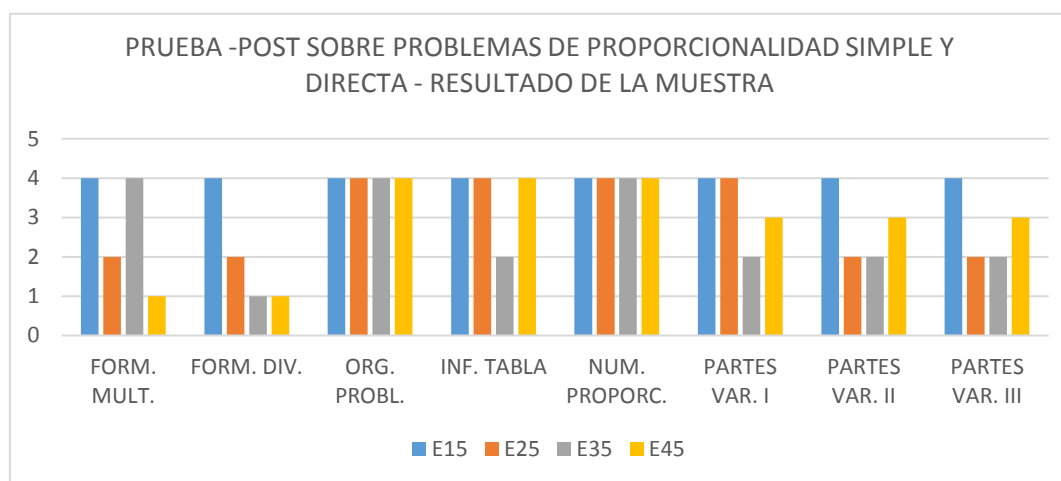
RUBRICA DE EVALUACIÓN PRUEBA PRE- POST FINAL SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE Y DIRECTA								
ASPECTO EVALUADO	Alto (4)	Básico (3)	Bajo (2)	Deficiente (1)	(4)	(3)	(2)	(1)
Formula Problemas que se resuelven con una multiplicación	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación, pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental no se resuelve con una multiplicación, no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	57 %	18 %	11 %	14 %
Formula problemas que se resuelven con una división	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división , pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental no se resuelve con una división no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	57 %	11 %	21 %	11 %
Ordena las frases que componen un problema de tipo multiplicativo	Ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo de manera coherente	Ordena tres de las cuatro frases de un problema multiplicativo de manera coherente.	Ordena dos de las cuatro las frases de un problema multiplicativo de manera coherente.	No ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo de manera coherente	93 %	7 %	0 %	0 %

Reconoce situaciones que se pueden resolver con los datos que se encuentran en una tabla	Reconoce información Explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información explícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	No Reconoce información explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	32 %	18 %	50 %	0%
Conoce el significado de los numerales proporcionales	Relacionan adecuadamente todas las cantidades discretas con los numerales proporcionales.	Relaciona de 7 a 9 cantidades discretas con los numerales proporcionales	Relaciona de 4 a 6 cantidades discretas con los numerales proporcionales	Relaciona de menos de cuatro cantidades discretas con los numerales proporcionales	96 %	4%	0%	0%
Identifica las partes de un problema aritmético tipo I y la operación que resuelve.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	50%	11%	28%	11%
Identifica las partes de un problema aritmético tipo II y la operación que resuelve	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	46%	13%	28%	13%
Identifica las partes de un problema aritmético tipo III y la operación	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve.	46%	14%	28%	12%

que resuelve.	lo problema aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.	problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	problema o la solución del mismo.	Tampoco emite la solución al mismo.
Porcentaje de estudiantes ubicado en cada nivel				61% 11% 21% 7%

Fuente: Elaboración propia.

Figura 12. Puntaje aplicación inicial Prueba Pre -Post Muestral



Fuente: Elaboración propia.

Las preguntas 1 y 2 de la Prueba Pre-Post, estaban orientadas a evaluar si los estudiantes eran capaces de formular problemas de estructura multiplicativa, en la primera el estudiante tenía que formular un problema que implicara calcular el total, es decir, la operación que permitía su resolución era la multiplicación, vemos que el nivel de desempeño alto pasó del 4% en la aplicación inicial al 57% en la aplicación final. Y en la pregunta dos cuya resolución implicaba obtener la unidad o las unidades en las clases de isomorfismo de medida, el nivel alto se movilizó del 3% al 57%. Tal como

se muestra en la tabla 7; en las preguntas 6-I, 6-II Y 6-III, cuyas preguntas median la capacidad de los estudiantes para reconocer las partes de un problema de estructura multiplicativa en cada una de las clases de isomorfismos de medida que fue objeto de estudio en la situación didáctica, con lo cual se obtuvo una ganancia del 46% en el nivel de desempeño alto en los aprendizajes de los estudiantes de grado quinto, tal como se observa (ver tablas 6 y 7).

Tabla 8. Puntajes de la aplicación Final de la Prueba Pre-Post al grupo muestral

RUBRICA DE EVALUACIÓN PRUEBA PRE-POST- FINAL, SOBRE PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE Y DIRECTA

ASPECTO EVALUADO	Subgrupo objeto de observación				Puntaje por Estudiante			
	Alto (4)	Básico (3)	Bajo (2)	Deficiente (1)	E15	E25	E35	E45
Formulación de Problemas que se resuelven con una multiplicación	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una multiplicación, pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental no se resuelve con una multiplicación, no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	4	2	4	3
Formulación de Situación problema que se resuelven con el uso de la división	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta. Además, es clara y coherente	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera coherente.	La redacción del problema aritmético elemental se resuelve con una división , pero no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara.	La redacción del problema aritmético elemental no se resuelve con una división , no relaciona datos conocidos y desconocidos en una pregunta de manera clara y coherente.	4	2	3	3
Ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo	Ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo de manera coherente	Ordena tres de las cuatro frases de un problema multiplicativo de manera coherente.	Ordena dos de las cuatro frases de un problema multiplicativo de manera coherente.	No ordena las frases de un problema de tipo multiplicativo de manera coherente	4	4	4	4
Situaciones se puede resolver con los datos que se encuentran en una tabla	Reconoce información Explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	Reconoce información explícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	No Reconoce información explícita e implícita en una tabla de datos para resolver un problema de tipo multiplicativo	4	4	2	3
Relación cantidad vs	Relacionan adecuadamente todas las cantidades	Relaciona de 7 a 9 cantidades discretas con	Relaciona de 4 a 6 cantidades discretas con	Relaciona menos de cuatro cantidades	4	4	4	4

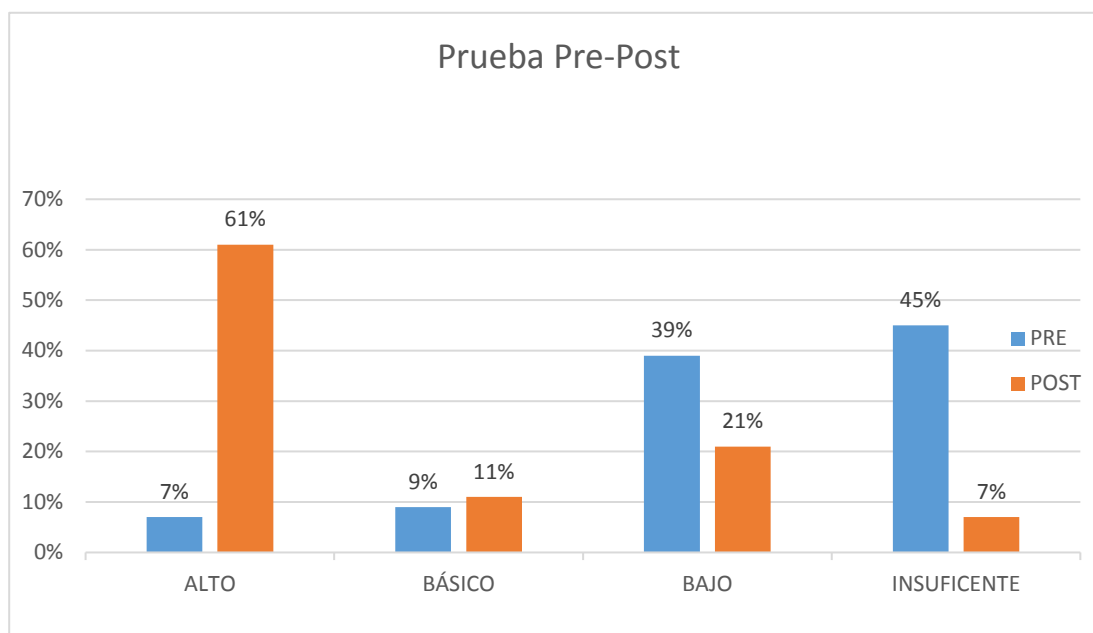
numerales proporcionales	discretas con los numerales proporcionales.	los numerales proporcionales	los numerales proporcionales	discretas con los numerales proporcionales				
Reconocimiento de las partes de un problema aritmético y la operación que lo resuelve.	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; la operación que resuelve el problema	Identifica los datos conocidos y aquel por el cual se pregunta; emite la solución del problema, pero, no es explícita la operación que usó para su resolución.	No identifica las partes del problema aritmético elemental solo escribe la operación que resuelve el problema o la solución del mismo.	No identifica las partes del problema aritmético elemental ni la operación que lo resuelve. Tampoco emite la solución al mismo.	4	4	2	3
En Variable I								
En Variable II	aritmético elemental; y escribe la solución del mismo.				4	2	2	3
En Variable III					4	2	2	3
Puntaje Total					32	24	23	26

Fuente: elaboración propia.

7.2. Análisis y discusión de resultados cuantitativos

7.2.1. Aplicación Inicial: Prueba Pre-Post

Figura 13. Gráfico Comparativo Prueba Pre- Post Grupo 5-1



Fuente: elaboración propia

Como resultado de la aplicación inicial de la Prueba Pre-Post se logró, que la evaluación previa a la implementación de una situación didáctica, ofreciera elementos para el diseño del medio didáctico, puesto que informó sobre aquello que era factor de dificultad para los estudiantes a la vez de mostrar algunos conocimientos cercanos a la proporcionalidad simple con los cuales se podía establecer un punto de partida, cercano a la zona de desarrollo real de los estudiantes evaluados.

Además, estos resultados dejaron ver, tal como lo prescribe Sfard (2008), que el aprendizaje nuevo ocurría desde un discurso existente, ninguno de los saberes evaluados se encontraba en cero por precaria que fuera su situación en la evaluación,

por eso en el diseño del medio didáctico se tuvo en cuenta la frase de Sfard “cualquiera que sea el tema de aprendizaje, la tarea del profesor es modificar e intercambiar el discurso existente más que crear uno nuevo de la nada”.

En consecuencia, el diseño del medio didáctico material para la situación didáctica implementada en el aula de clase, tuvo en cuenta elementos que reportaban algunos saberes previos de los estudiantes, pues se abordó situaciones en las cuales estaban incluidos los numerales proporcionales y con ellos se ayudó a dar sentido a las operaciones de multiplicación y división en contextos de la vida cotidiana.

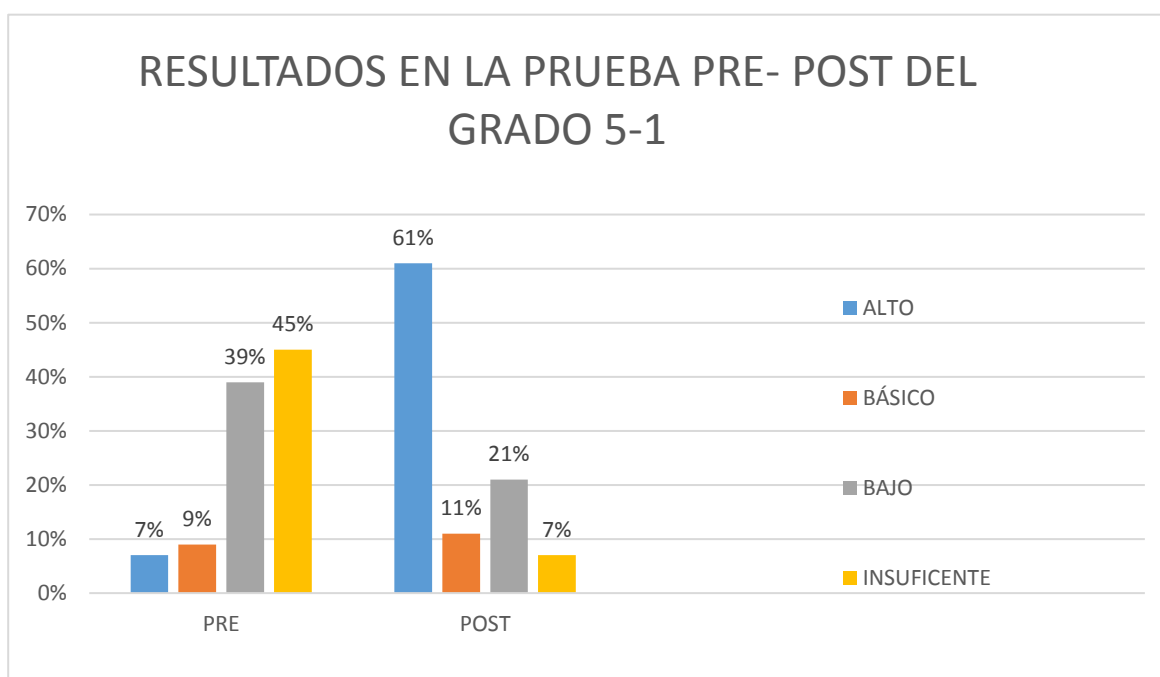
También se tuvo en cuenta información ubicada en tablas de registro, puesto que, como lo dice Torres (2003), “constituye una buena herramienta para comprender las relaciones de proporcionalidad” (p.172) y los resultados muestran la falta de comprensión que tienen sobre el manejo de estas.

7.2.2. Aplicación final: Prueba Pre-Post

De acuerdo con Brousseau (citado por D' Amore, 2006:243; Sadovsky, s.f.:2) el aprendizaje se manifiesta con las nuevas respuestas, como es posible constatar en los resultados de la aplicación final de la Prueba Pre-Post, muestran precisamente eso, los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán al enfrentarse nuevamente a la prueba que sirvió de diagnóstico, presentaron una ganancia significativa en sus aprendizajes que contribuyeron a disminuir el porcentaje de respuestas ubicadas en el nivel bajo e insuficiente y aumentar por ende los niveles alto y básico. La respuesta a

una experiencia ya vivida, fue diferente y más acertada. Tal como se observa en el siguiente gráfico:

Figura 14: Gráfico Comparativo Prueba Pre- Post Grado 5-1



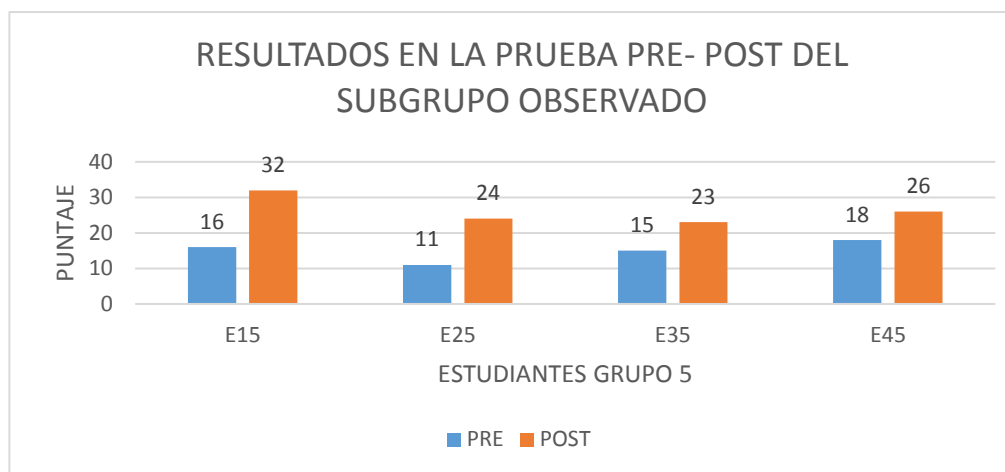
Fuente: Elaboración propia

Luego de la implementación de la situación didáctica, la aplicación final de la Prueba Pre-Post, mostró que los estudiantes de grado quinto, pasaron de un 16% de los saberes ubicados en el nivel alto y básico, a un 72% (ver tabla 8.); y en el grupo observado, dejó ver también, que todos los estudiantes obtuvieron en diferente grado, una ganancia en sus aprendizajes, logrando al menos un 70% de aprobación, tal como se muestra en la figura 13 y la tabla 9.

Las preguntas básicas, tales como la de ordenar las frases de un problema aritmético elemental de estructura multiplicativa y la que solicitaba relacionar números cardinales con numerales proporcionales, no presentaron dificultad alguna (ver tabla 9)

En cuanto a la redacción del problema aritmético elemental de estructura multiplicativa, se logró una evolución tanto a nivel de razonamiento matemático, como del uso de la lengua materna.

Figura 15. Gráfico Comparativo Prueba Pre-Post Grupo Muestral



Fuente: elaboración propia

Esto se asocia a que la situación didáctica permitió en las plenarios que los estudiantes corrigieran errores en la formulación de los problemas aritméticos, errores ortográficos y problemas de coherencia, adecuación y claridad de ideas.

Finalmente, desde el proceso de formulación de problemas se contribuyó a que los estudiantes tomaran conciencia de las partes de un problema aritmético elemental y sobre todo de la relación que se establece entre los datos conocidos y pregunta a resolver, tal como se observa en la ganancia obtenida en el nivel de desempeño alto en

la pregunta seis, con la variación de los porcentajes en la aplicación de la Prueba Pre-Post inicial y final del 4% al 50% en el isomorfismo de clase I y del 0% al 46% en los isomorfismos de clase II y III.

8.Resultados cualitativos

8.1. Variables de estudio

En la teoría de situaciones didácticas se toman como variables de estudio el intercambio de información de los estudiantes, clasificadas en tres grandes categorías (Brousseau, 2007, p.23):

1. Intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones): Intercambio de informaciones de Acción (IIA)
2. Intercambio de informaciones codificadas en un lenguaje (mensajes): Intercambio de informaciones de Formulación (IIF)
3. Intercambios de juicio (sentencias que se refieren a un conjunto de enunciados que tienen un rol de teoría): Intercambio de informaciones de Validación (IIV)

Cada una de éstas en relación a las variables que muestran una evolución en la formulación de problemas en las tres subclases básicas de los isomorfismos de medida, tal como lo propone Vergnaud (1991), las cuales se introducen como variables del juego que se usa en la situación didáctica como medio didáctico material:

- 1- información para calcular el total,
- 2- información para calcular el valor unitario,

3- información para calcular para calcular las unidades.

Además, en la formulación de los problemas aritméticos elementales, es preciso que los estudiantes realicen una reflexión que vaya más allá de establecer la operación que los resuelve. Es necesario, que ellos, los estudiantes, puedan entender la información en la que se sitúa el problema y la pregunta que se plantea. La pregunta establece una relación entre los datos que se dan a conocer en el problema y el dato desconocido por el cual se pregunta. Por lo cual se deben considerar tres variables más, relativas al problema aritmético elemental, a saber:

- 1- estructura del problema,
- 2- relación entre los datos y la pregunta,
- 3- operación que resuelve el problema.

8.2. Análisis y discusión de resultados cualitativos

Figura 16: Fotografía de los estudiantes en situación a-didáctica



Fuente: Elaboración propia

8.2.1. Variable 1: IIA.

Los primeros resultados de tipo cualitativo que se dieron en situación adidáctica, mientras los estudiantes jugaban, tenían que ver con la elección de una operación más efectiva para calcular el total, una de las clases que propone Vergnaud para abordar los problemas de proporcionalidad simple. Seguida por la necesidad de aprender a dividir para no estar en desventaja en el juego en la segunda fase en la cual la variable era calcular la unidad. Tal como se muestra en *IIA-G5-Class1* y En *IIF-PLN1-Class1*.

Figura 17. Variable 1. Calcular el total

$$\begin{array}{r}
 43 \\
 + 43 \\
 \hline
 86
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 43 \\
 + 43 \\
 + 43 \\
 \hline
 129
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 129 \\
 + 43 \\
 \hline
 171
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 171 \\
 + 43 \\
 \hline
 214
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 43 \\
 \times 9 \\
 \hline
 387
 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia

Cuando E25, escribe una suma para hallar el doble de su puntaje base y luego escribe tres sumandos iguales para hallar el puntaje triple. Observe lo sucede en *IIA-G5-Class1*:

E35: "..., usted ya había sumado estos dos" (señalando los dos sumados para hallar el doble.)

E25, termina de hacer la suma, pero E35 insiste.

E35: “Sumá el ochenta y seis con cuarenta y tres, y veras te da lo mismo”.

E25, realiza la suma propuesta por su compañero y dice “*ah sí si da*”.

Poco después E25, inserta la arandela en el orificio rotulado con el nóuplo.

Recupera la suma del triple y añade cuarenta y tres.

E35: “..., vas a repetir todo eso”

E25: “no tengo de otra”

E35: “Multiplicá”.

E25: ¿Cómo así?

E35: nueve por cuarenta y tres.

E25 realiza la multiplicación que su compañero le propone y seguidamente multiplica cuarenta y tres por dos y cuarenta y tres por tres. Y sonrío. A partir de ahí continúa haciendo multiplicaciones para llenar la tabla.

Figura 18. Nota de observación del estudiante E32

¿Cómo hace el procedimiento?

El hacía primero sumas en la
nota y después las pasaba
resolvía todo muy organizado
resolvio tres tablas y
resolvio todo con sumas.

Puntaje base	Puntaje doble	Puntaje triple
55	110	165

$$\begin{array}{r} 55 \\ + 55 \\ \hline = 110 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia

El intercambio de información entre los estudiantes, contribuyó a darle valor a la multiplicación como factor multiplicante. Situación que no estaba resuelta para varios de ellos. E25, por ejemplo, comprueba si lo que dice su compañero es cierto, él se asegura que las respuestas sean las mismas, tanto en el momento en que recupera la suma anterior como cuando acoge la multiplicación para seguir operando.

Aquí tal como lo menciona Meirieu (1997), el estudiante actúa de manera selectiva frente al conocimiento que le presenta su compañero. Sus herramientas mentales de percepción se asocian con las de *identificación* y *utilización* en su proyecto personal.

Lo mismo le sucedió a E45 cuando se le dificultó multiplicar su puntaje base por diez (decuplo):

E45 multiplica 64 por 10 y le da 6040.

E15: eso está malo.

E45: por qué

E15: la multiplicación por cero da cero y por uno da el 64.

E45: 640.

E15: sí.

Sin embargo, E45, no muy convencido con el resultado regresa a la suma y comprueba el resultado.

E45: si funciona.

El sistema didáctico que genera la situación didáctica en la cual se encuentran los estudiantes, muestra tal como lo dice Brousseau, la existencia de una memoria didáctica que permite la transformación de los saberes antiguos, el reconocimiento de rupturas y las modificaciones que tiene el saber, un acto de revisión que se da de manera espontánea como parte de las acciones que emprenden los estudiantes en situación adidáctica.

Las situaciones anteriores, son recurrentes en otros subgrupos de grado quinto, las hojas de observación de los estudiantes muestran en la tarea de calcular el total

obtenido desde un puntaje base que cada vez que insertaban una arandela en los orificios marcados con los numerales proporcionales, el comportamiento generalizado de los estudiantes frente al uso de operaciones y estrategias fue diferente al inicio de la clase, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 9. Procedimiento seguido en situación a-didáctica

Variable 1: Calcular el valor total				
Procedimiento /estudiantes	Le pregunta a un compañero cómo hacerlo	Usó de la suma	Usó suma a partir de otro sumando	Usó la multiplicación
Estado inicial	4	10	9	13
Estado final	0	0	0	28

Fuente: elaboración propia

Eso que se da en la clase, refleja lo que afirma Bishop (2005), los estudiantes en esta clase de matemáticas comparten significados y conexiones de índole matemática. Comparten sus ideas, la participación de cada estudiante es importante y el aprendizaje se hace a través del dialogo entre iguales, tal como lo propone Ferrada & Flecha (2008).

En *IIF-PLNI-Class1*, se encuentran informaciones codificadas (IIF) en palabras que tienen el rol de teoría, cuando dichas palabras están parcialmente adaptadas a los saberes culturalmente construidos, la intervención del maestro es definitiva para que la comprensión de la situación no afecte el estado de

conocimiento de los estudiantes, pero no siempre se está muy atento a dichas situaciones de formulación:

Profesora: E35, ¿por qué realizas multiplicaciones?

E35: porque cuando multiplico por tres me da el triple.

Profesora: E25 ¿y tú por qué multiplicas?

E25: Porque se repite.

Profesora: ¿qué se repite?

E25: ¡aah! usted sabe siempre que un número se repite varias veces uno multiplica.

Cuando E35 afirma *siempre que un número se repite varias veces uno multiplica*, la profesora debió cuestionar la palabra “siempre”. Al no hacerlo, posibilitó la entrada de un error en la comprensión de sus estudiantes, sobre el uso de la estructura multiplicativa en situaciones que no implican multiplicación entre los números que se repiten y generar las condiciones para que la generalización del estudiante que quizás en el fondo estaba bien, fuera clara y precisa.

Por ejemplo, pudo someter a prueba el siguiente problema: **43 niños compran 43 porciones de pizza por \$3200 cada una ¿cuánto dinero gastaron en total?** Un problema que en los términos expresados en la situación posibilitan que un niño use lo que escuchó en clase para validar la multiplicación entre los números que se repiten en el enunciado.

Sin embargo, el hecho de haber realizado la omisión en esa clase, no es pretexto para dejar la situación en ese estado. El proceso de registro debe ayudar al maestro a

hacerse consciente de sus omisiones, desplegando con ello situaciones de metacognición continua, las cuales ofrecen insumos para la planeación y la búsqueda de alternativas para superar las omisiones o dificultades que se presenten en la siguiente intervención que realice en el aula.

En *IIV-PLENI-Class1*, se presentó una situación de validación, que mostraba intercambios de juicio (IIV) así:

Profesora: ¿Todos realizaron multiplicaciones desde un principio?

E33: E34 no

E34: yo hacía sumas y E33 me dijo que, si sale el quíntuple, quintuplica y con el triple triplica.

Profesora: ¿E33 y cómo te diste cuenta de esa regla?

E33: yo busque óctuplo, y me salió todo sobre esas palabras del juego.

Profesora: y qué más nos puedes decir sobre las palabras doble, triple, cuádruple, ...

E33: Son palabras “multiplicantes” por dos, por tres, ¡ja! hasta por treinta.

El aporte de los niños pertenecientes a otros grupos, fue muy importante para asegurar el uso de la multiplicación en situaciones en las se usan numerales proporcionales. Con el uso de la internet, un estudiante del grupo tres ayudó a encontrar alternativas para superar la dificultad que muchos estudiantes tenían con relación a los numerales multiplicativos, además fue una solución que el estudiante tenía a la mano para superar su falta de comprensión.

Éste aprendizaje fue, como afirma Meirieu (1997), selectivo en la búsqueda de información y la utilizó para mejorar su participación en clase y además fue, como dice Ausubel (1983), un aprendizaje que “implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario” (p.62), multiplicante, produciendo en suma un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva.

Al respecto, Brousseau dice que:

La acción y luego la formulación, la validación cultural y la institucionalización parecen construir un orden razonable para la construcción de saberes. Este orden suele ser observado en la génesis histórica de las nociones donde vemos suceder formas protomatemáticas y para matemáticas que preceden a las formas matemáticas propiamente dichas. (p.29)

Además, este hallazgo hubiese pasado desapercibido si la docente no realiza preguntas sobre intercambios de información ocurridos en la fase adidáctica que consideró importantes, esto en lo que Brousseau (2007) denomina situación de institucionalización, intercambios (IR) que buscan regular el proceso comunicativo en situación adidáctica entre los alumnos con el propósito de llevarlos a los saberes culturales construidos o por construir.

Siempre que el profesor intervenga está institucionalizando algo, no siempre lo que se conoce como saber sabio. Es por esto muy importante seguir sigilosamente la clase, observar y registrar.

Los estudiantes galanistas a través del intercambio de información, en cada una de las fases de la situación didáctica, mostraron una evolución de los aprendizajes, esto es evidente según Brousseau (2007) cuando su sistema de conocimientos es modificando en sus medios de decisión, vocabulario, modos de argumentación, referencias culturales. (p. 49). La formulación de problemas se da inicialmente como consecuencia de una experiencia vivida, de acuerdo con definición de Stoyanova, (2010) “con base en situaciones concretas, se formulan problemas matemáticos significativos”.

Tal como sucede en la siguiente situación, en la que luego de escribir el problema aritmético elemental, se preguntó en plenaria *IIA-PLLEN2-Class2* si algunos querían escribir su problema en el tablero y recibir algunas críticas para mejorar lo que escribieron. Salieron cinco estudiantes y escribieron lo siguiente (en la transcripción se conservan los errores ortográficos y gramaticales):

1. *¿Breiner octubo 21debase porque tiro los dados y octubo de base 21 y su puntaje es triple?*
2. *¿Rivas como tiene que hacer para que lede la respuesta con el quíntuple donde callo la arandela con el puntaje 33? obtuvo 33 de la base y su puntaje fue 5*
3. *Luisa multiplico 51 con 2 y el resultado fue=102.*
4. *¿Juan obtuvo 31 de puntaje base cual es su puntaje triple?*
5. *Para que me de el puntaje base 61 arroje los dados y medio 61 el puntaje base luego tire la arandela y en choclo en el nonuple ¿Cuál es mi puntaje haora?*

Las primeras intervenciones de los compañeros se dirigieron a corregir la ortografía, y los problemas de segmentación de las palabras en los enunciados, pero luego empezaron emerger frases (*IIF-PLEN2-Class2*) como las que se detallan a continuación:

E18: En el problema 1 usan los signos de interrogación, pero no hay pregunta

E 35: En el problema 3 tampoco hay pregunta

E12: En el 3 no hay problema, sino resultado

E18: los únicos problemas buenos son el de E14 (problema 4)

y el de E73 (problema 5).

Desde estas críticas la intervención del profesor tenía sentido, su intervención se limitaba a hacer nuevas preguntas, desde un discurso existente como lo propone Sfard (2008), no planeadas sino como consecuencia del saber que poseían los estudiantes. También, desde *La Zona de Desarrollo Próximo* que plantea Vigotsky (1985) es decir, desde la distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo próximo de cada estudiante.

Agotar a través de preguntas las posibilidades de respuesta a una situación determinada, permitió mejorar los productos académicos de estos estudiantes, hizo que resignificaran su saber y tomaran conciencia de la forma en que formulaban los problemas aritméticos elementales. Estos intercambios de información en plenaria,

contribuyeron a la toma de conciencia sobre las partes que tiene un problema aritmético elemental.

8.2.2. Variable 2: IIF.

Cuando se preguntó a los grupos ¿Qué sucedería si se desconociera el valor del puntaje base y los datos fueran el valor obtenido con la operación que realizaste y el dato del orificio del cajón? los estudiantes no podían entender a qué se refería la pregunta, y tuvieron un momento de estancamiento en el cual todos se quejaban y buscaban a la profesora para que les dijera que tenían que hacer, la docente abrió la plenaria para indagar a cada uno sobre lo que creían que debía hacerse, las frases eran vagas y algunas desalentadoras hasta que un estudiante inició el siguiente dialogo con su compañera del lado, que activó el camino a seguir:

IIA-PLEN3-Class3:

E31: si obtengo 60 con el quíntuple, pues adivine ¿cuál es mi puntaje base?

E22: 60 por 5 da 300, y los puntajes con los dados tienen solo dos números. No entiendo.

E31: por eso, no puedes multiplicar

E25: ya la cogí, hay que dividir.

Todos sonrían y la profesora dice: ¡háganlo!

La profesora no confirma que ese sea el camino y espera el momento preciso para revisar el resultado cognitivo que obtuvieron los estudiantes con la estrategia.

P: obtuvieron el puntaje base con la división.

E15: si señora

P: porque creen que funciona con la división.

E31: porque es el proceso al revés, como el de la suma y la resta.

P: Explícanos eso.

E31: si le sumo 8 a 15 me da ehh 23, si le quito a 23 ocho, pues vuelvo al 15

P: y con la multiplicación ¿cómo es?

E31: fácil, 7 por 4 es 28 y 28 dividido 4 es 7

P: muy bien.

El juego interviene como medio para facilitar la adquisición y la repetición de ciertos conocimientos indispensables, así como lo menciona Decroly & Monchamp (2002). La fase inicial del juego en la cual debían calcular el total, dio la información necesaria para que E22 y E31 pudieran determinar el valor buscado era menor que el que la multiplicación de los datos conocidos le proporcionaba, sus mecanismos de identificación y utilización se activan para producir un aprendizaje (Meirieu, 1997).

El juego, además, contribuye para que los niños y niñas sientan la necesidad de aprender cuando se sienten motivados, así como lo prescribe Chacón (2008) “el juego y aprendizaje confluyen”, los estudiantes avanzan en sus aprendizajes a la vez que avanza la situación didáctica propuesta, interviene mejorando los mecanismos de participación de cada estudiante, pues como lo dice Crespillo (2007), lo integra en toda su humanidad.

La actividad anterior ayudó a los estudiantes a que escogieran realizar una división para encontrar los datos que llenaban las tablas de registro, desde un proceso metacognitivo que mostraba la división como operación conveniente a los que el problema aritmético elemental preguntaba. Tal como lo muestra la tabulación de las respuestas que presentó cada grupo a la pregunta realizada.

Tabla 10. Elección de la operación en variable 2

Variable 2: Calcular la unidad		
¿Qué sucedería si se desconociera el valor de puntaje base y los datos fueran el valor obtenido con la operación realizaste y el dato del orificio del cajón?		
Acción	Dicen cambia porque ahora deben dividir para obtener el puntaje base	No saben / no responden
Cantidad	6 Grupos (24 estudiantes)	1 Grupo (4 estudiantes)

Fuente: elaboración propia

Sin embargo, la respuesta grupal dependía de quienes sabían dividir, la dificultad se generó cuando cada estudiante en la variable 2, de las clases de Isomorfismos, debía ayudar a completar la tabla de registro, porque la mayoría de los estudiantes no sabían dividir. La profesora y algunos estudiantes ayudaron a superar esta dificultad al ofrecer apoyo a quienes lo requerían. Realizó primero un sondeo (ver tabla 13) sobre quienes sabían dividir y revisó como lo hacían.

Tabla 11. Dificultad para dividir vs técnica empleada

Reconocimiento del algoritmo de la división							
Estudiantes				Técnica			
Estudiantes	saben	no	saben	División	División	División	por
participantes	dividir	dividir		directa	por restas recurrentes	descomposición	
28	9	19		5	3	1	

Fuente: elaboración propia

Se convino realizar un circuito, en el cual cada estudiante podía enseñarles a dos compañeros a dividir y luego estos dos cambiaban de instructor de modo que pudieran mostrar que habían aprendido o aprendieran la forma en su instructor lo hacía, la profesora siempre recibía a uno de los estudiantes por vez.

Aquí, tal como lo advierte Brousseau (2007) la movilización de conocimientos, opera como una componente semántica del sentido que el individuo le da a una información antes y después de una acción, la cual coadyuva a la comprensión (p.52).

En esta actividad los estudiantes invierten todas sus energías en aprender a dividir, su deseo se une al sentido y al valor que encuentran en la situación didáctica en la cual están inmersos, quieren jugar y están dadas las condiciones para aquello que les hace falta, pueda superarse, en consecuencia, están dadas las condiciones según Charlot (citado por Zambrano 2015, p.52) para que se movilicen los conocimientos de estos estudiantes. Ahora en palabras de Brousseau (2007):

El sentido de un conocimiento está formado por: la trama de razonamientos y pruebas en las cuales está implicado (...) la trama de reformulaciones y formulaciones con la ayuda de las cuales el alumno puede manipularlo (...) los modelos implícitos que están asociados (...) las relaciones más o menos asumidas entre esos diferentes componentes, relaciones esencialmente dialécticas (...) el hecho de articular buenas respuestas con buenas preguntas conduce a reformular de un modo pertinente (diremos dialécticamente) unas y otras. (pp. 96-97).

IIF-G5-Class4 Durante la formulación de un problema aritmético elemental, en el grupo 5 se dio el siguiente intercambio de información, el cual muestra de manera clara el deseo de los estudiantes de entregar un buen producto de aprendizaje:

E15: pongamos primero de acuerdo.

E25: a mí me gusta el futbol.

E35: a mí también

E45: tiene que ser de algo nos guste a todos

E35: eso no importa, lo que importa es nos quede bien

E15: ¡a lo bien! cada uno escriba uno y escogemos el mejor

En este dialogo se observan, elementos muy importantes del aprendizaje dialógico que propone Ferrada & Flecha, (2008), los estudiantes se escuchan, respetan sus diferencias y se dan la oportunidad de poner su punto de vista, además saben algo de su saber, que este puede ser transformado cuando lo exponga ante sus compañeros de grupo.

Después de unos minutos cada uno, mostró su problema aritmético, los cuales decían lo siguiente:

Figura 19. Problema formulado por E15

Contexto: La Piscina de Confondi
 Problema: En las piscinas de Confondi los viernes se abren y los domingos dentro 500 personas. Cuántas personas dentro en un día.

Figura 20. Problema formulado por E25

Problema: Los diablos jugaron de la noche a mañana y ganaron 320 los -ocasional de 40 a los 8 diablos.

Figura 21. Problema formulado por E35

Contexto: Fútbol
 Problema: En un partido de Fútbol del Real Madrid vs Barcelona, el Real Madrid gana 5-3 y el Barcelona necesitaba hacer el doble de goles. ¿Cuántos goles necesita el Barcelona para hacer el doble de goles?

Figura 22. Problema formulado por E45

Contexto: Parque de la el avion
 Problema: División, y Multiplicación.
 En el Parque del avion fueron 06 ~~en~~ equipos de Personas y entonces y la entrada vale 4800 en total. ¿Cuánta ~~de~~ Plata toca quedar?

A continuación, se transcriben los problemas 19, 20, 21 y 22, con el fin de mejorar la lectura de los mismos, se conservan errores gramaticales y ortográficos:

E15: En la piscina de confandi los viernes, sabados y domingos dentran 500 personas ¿cuántas dentran en un año?

E25: Los diablos duraron de la mañana astala 11 de la noche y ganaron 320 les tocarían de 40 a los 8 diablos.

E35: En un partido de futbol del real Madrid vs Barcelona. El real Madrid gano 5-3 y el Barcelona necesitaba hacer el doble de goles ¿Cuántos goles necesito el Barcelona para hacer el doble de goles?

E45: En el parque del avión fueron 6 equipos de personas y entonces y la entrada vale 4800 en total ¿Cuánta plata toca que dar?

Lo cual suscito el siguiente intercambio de información:

E45: la profe dijo que el problema era de división,

E35: el mío no sirve.

E25: ¿el tuyo es de división?

E15: no, el tuyo ni se entiende, (ríe)

E35: no se entiende, pero es el más bacano. Le falta la pregunta.

E45: pero ese también es de división, la plata la tienen que repartir.

E15: A mí no me gusta el de E45. Que eso de seis equipos de personas, no se sabe cuántas personas. Ese problema no sirve.

E25: arreglemos el mío.

E35 y E15: sí.

La discusión en IIV-G5-Class4, ayudó a establecer que unos problemas se resolvían con la división y otros no, la intervención de E45, fue esclarecedora para el resto de estudiantes, cuando valoró el problema de E25 como de división. Veamos que sucede luego:

E45: entonces el mío no.

E15: no, escriba el 320 completo y póngale el signo pesos

E35: que dice aquí

E25: tocaron

E35: ¡no sabes escribir! (ríe). Ponga desde que horas empiezan a bailar

E25: a las 8

E45: quitá la respuesta, ese 40.

E25: cuál es la pregunta.

E35: de a cuánto les toca

E15: debe decir que a todos por igual. Así es la división

E35: Bueno así quedó

Los estudiantes realizan actos de revisión y adecuación que demuestran una mejora en su capacidad mínima de control en la situación de referencia, son capaces de localizar información relevante, faltante y no conveniente, con lo cual pueden presentar en plenaria un problema que cumple con las condiciones establecidas para que sea un problema de proporcionalidad simple.

Los diablos tocaron desde las 8 de la mañana asta las 11 de la noche y ganaron \$320.000, ¿a los 8 diablos, de a cuánto les toca? Nota: a todos les toca por igual.

De acuerdo con Martínez (2008), la formulación de problemas matemáticos “se refiere a la creación de nuevos problemas a partir de una situación dada o bien a la formulación o reformulación de un problema durante el proceso de su resolución.” (p.10), lo cual hace que los estudiantes puedan trasladar los conocimientos adquiridos en las formulaciones iniciales a otros contextos como se observa en los problemas que los estudiantes están inventando en esta fase del juego.

8.2.3. Variable 3: IIV.

En IIA-G5-Class 6 se da el siguiente intercambio de información, en el cual se manifiesta lo que afirma Brousseau (2007) el alumno se adapta, descubre, utiliza y le

da sentido al medio para dar respuesta a los requerimientos de la situación por sí mismo:

E15: el número de veces se refiere a los multiplicantes,

E25: están en desorden

E15: si

E35: pues hagamos divisiones, cual es la mitad

E15: hay unos fáciles. El del doble es 80 y 40

E45: si y el de 60 y 15 es el cuádruple.

E25: hagámoslo jugando

E15: Así nos demoramos más, la profe nos está mirando. (ríe)

E35: le pegué a 12600 y 1800 ¡está muy difícil ;

E15: Si cancelas los ceros te queda 126 y 18.

E35: ¡ah sí ;18 por 2, 36 y por 4, 72; el doble 144, por 7, 126 es el séptuple.

E25: ¿cómo haces eso?

E35: unas veces sumo y otras multiplico, la suma sirve para doblar más que todo.

E25: noo lo del séptuplo, te dio 144

E35: noo, el doble de 4 es 8 y el de 72 es 144, quito 20 y da 124, le sumo 2 y da 126; ves quite 20 y era 18 por eso sumo 2.

E15: a mí ya me había dado 7 la división. Yo uso el 20 para llegar fácil al 126.

(Cuenta en los dedos de 20 en 20), me da 6 pero con 6 el residuo es mayor que 18, entonces le hago con el 7 y me da.

En los intercambios de IIF-G5-Class 6, la forma en que asumen la actividad y las críticas de sus compañeros muestran que hay un aprendizaje que se ha movilizad, sus afirmaciones se basan en argumentos suficientes para aceptar que algo puede ser descartado o aprobado, tal como lo afirma Zambrano (2015) le han encontrado sentido a la actividad.

En los siguientes problemas la condición dada es que deben usar la frase *cuántas veces* en la formulación de un problema aritmético elemental:

- E15: Mi mejor amigo saco un puntaje base de 15 y le dieron 60 puntos al jugar ¿Cuántas veces aumento su puntaje base?
- E25: ¿Cuántas veces está el 1800 en 12600?
- E35: Si el puntaje de Breiner pasa de 40 a 80 ¿Cuántas veces se multiplica su puntaje?
- E45: Sarita tenía la oportunidad de aumentar sus muñecas jugando la ruleta, en el parque de diversiones, ¿Cuántas veces aumentaron sus muñecas de 12 a 96?

Con base a la formulación de los problemas anteriores ocurre el siguiente dialogo (producido después de que cada estudiante del grupo 5 presenta un problema con el fin de escoger uno para la plenaria), IIV-G5-Class 6:

E35: todos los problemas están buenos, ¡bueeno el de E25 no tiene contexto, pero está bueno!

E15: descartado por no tener contexto, (ríe)

E45: si todos están buenos.

E15: los datos no deben estar en la pregunta.

E25: descartado (saca el de E45)

E45: descartado el de E35, porque está muy fácil, (ríe).

E15: ¡aprobado!

Es prudente en este momento recordar la frase de Meirieu (1997), para acompañar estos intercambios de información que tienen lugar en el aula de clase, los cuales gracias a una situación didáctica permitieron en los estudiantes su adaptación y la selección y asimilación de conocimientos nuevos a los que ellos traían:

(...) el aprendizaje es a todas luces una producción de significado por la interacción de informaciones y de un proyecto, una estabilización de las representaciones y luego la introducción de una situación de disfunción en donde

la inadecuación del proyecto respecto a las informaciones, o de las informaciones al proyecto, obliga a pasar a un grado superior de comprensión (p.12).

Los estudiantes pueden en este momento determinar si el problema cumple la condición de representar un problema de división, por lo cual pueden decir que su formulación está buena, además advertir en sus actos de corrección, adecuación y conveniencia que hay otras cosas que se han venido solicitando que faltan como es el caso del contexto, o son inconvenientes como datos en un espacio del problema inadecuado o un problema cuya resolución resulta demasiado fácil.

9. Conclusiones y recomendaciones

A partir de los hallazgos encontrados en el análisis de resultados después de la implementación de una situación didáctica en el aula de clase se puede concluir que:

1. La evolución de los aprendizajes que los estudiantes de grado quinto de primaria de la IETI José Antonio Galán lograron, a partir del intercambio de información durante la implementación de situaciones didácticas en el aula de clase, en el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple directa, se pueden describir desde los siguientes elementos:
 - La mecanización de ciertos conocimientos y procedimientos indispensables, relacionados con los numerales proporcionales y con las operaciones de multiplicación y división, cada vez que los estudiantes repetían el proceso de calcular el total, la unidad o las unidades que solicitaba el juego en cada una de sus variables.
 - Actos de revisión, adecuación, adaptación y conveniencia de los procesos efectuados tanto para calcular como para plantear problemas de proporcionalidad simple y directa, con el fin de obtener un puntaje como equipo en el juego que sirvió como medio material en la situación didáctica.
 - La adaptación a un medio didáctico, que les proporcionaba elementos conceptuales, procedimentales y dialógicos para el proceso de formulación

de problemas y para compartir conocimientos, en los cuales el estudiante en las situaciones de formulación demostraba su capacidad para reconocer mejores formas de proceder frente a los requerimientos de la situación; y en las de validación su capacidad de hacer procesos de corrección y justificación de sus acciones.

2. El diseño y la implementación de la situación didáctica promovió el intercambio de información entre los estudiantes en el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple directa a través de:

- **Un juego unido a los intereses de los estudiantes**, que ayudó al proceso de instalación y adaptación a la fase adidáctica, los niños y niñas querían jugar y se arriesgaron sin mucha antesala a entablar una relación con el juego y al mismo tiempo con el saber, tenían claro que en todo juego se puede perder o ganar.
- **El juego para mejorar los mecanismos de participación de cada estudiante**, hizo que ellos se comunicarán mediante el uso de un vocabulario cada vez más adecuado a las exigencias de la situación. Este daba respuestas a los estudiantes de la forma que en funciona el conocimiento de manera reiterada, en una relación diferenciada de saberes entre los integrantes de cada equipo.
- **Una necesidad conceptual o procedimental**, promovió los intercambios de información alrededor de la interpretación de una prueba inicial Pre- Post que mostraba tanto fortalezas como debilidades de los estudiantes alrededor de los

isomorfismos de medida como punto de partida para el diseño de un juego didáctico.

- **El juego unido a tareas matemáticas**, tanto para formular los problemas como para la llenada de las tablas de datos y para escoger la operación para calcular el puntaje que iba obteniendo cada estudiante y cada grupo, contribuyó para develar una necesidad conceptual o procedimental de forma espontánea y no impuesta, en cada momento de la situación.
- **Regular el poder centrado en el docente y en los estudiantes más aventajados**, los estudiantes estaban jugando, para ellos lo importante no era ganar la materia sino el juego, sin timidez los que no sabían dividir manifestaron que se encontraban en desventaja y ante la propuesta de armar un circuito para superar este problema todos mostraron disposición de aprendizaje y en efecto lo lograron.
- **La motivación unida a la necesidad de aprender**, el juego contribuyó para que los niños y niñas sintieran la necesidad de aprender, estuvieran motivados y avanzaran en sus aprendizajes a la vez que prosperaba la situación didáctica propuesta.
- **La relación diferenciada de saberes**, con la cual se conformaron los equipos, promovió un intercambio de información entre pares con niveles de conocimiento diferente, lo cual permitió que se afectará la zona de desarrollo real de cada estudiante y se llevará a su zona de desarrollo próximo.

- **La observación sistemática de las interacciones**, posibilitó un intercambio de información desde las posibilidades de comprensión de algunos estudiantes, es decir, de su zona de desarrollo próximo y una oportunidad de observarlos detenidamente para obtener pistas sobre cómo ayudarlos a aprender, mediante unos intercambios de información en un contexto real y cercano.
 - **Incentivar la realización de críticas y acuerdos**, esto promovió el intercambio de información de los estudiantes desde explicaciones, justificaciones que los mismos estudiantes ofrecían o desde las nuevas preguntas que realizaba el profesor, desde un discurso existente o una intervención efectiva, desde *La Zona de Desarrollo Próximo* que reflejaba cada estudiante, o desde aquello que ellos querían que se les explicase para no seguir en desventaja con otros equipos.
3. La aplicación de la Prueba Pre-Post permitió evaluar la habilidad de los estudiantes para formular problemas de proporcionalidad simple directa.
- La aplicación inicial de la Prueba Pre-Post, proporcionó elementos para el diseño del medio didáctico e informó mediante sus resultados sobre aquellos aspectos que eran factor de dificultad para los estudiantes.
 - Luego de la implementación de la situación didáctica, mostró que el grado quinto pasó de un 16% de los saberes ubicados en el nivel alto y básico a un 72%; y en el grupo observado, dejó ver que todos los estudiantes lograron en diferente nivel, una ganancia en sus aprendizajes, logrando al menos un 70% de aprobación.

- Los resultados de esta prueba dejaron ver a su vez, que el aprendizaje nuevo ocurre desde un discurso existente, ninguno de los saberes evaluados se encontraba en cero, por eso con el diseño del medio didáctico en relación a los resultados obtenidos se modificó e intercambió el discurso que poseían los estudiantes más que crear uno nuevo de la nada, tal como lo sugiere Sfard (2008).
4. Esta situación didáctica en particular desarrollo la habilidad para formular de proporcionalidad simple y directa desde:
- Un dispositivo que produce un patrón de respuesta a partir de los numerales proporcionales para calcular el total, calcular la unidad, calcular las unidades y para formular problemas.
 - Una situación fundamental, la de formular problemas, la cual requería que los estudiantes reconocieran las partes y las relaciones que se establecen entre los datos en el enunciado y el dato por el que se pregunta en un problema de proporcionalidad simple y directa.
 - El intercambio de información entre los estudiantes que posibilitaba que evolucionaran en sus medios de decisión y posibilitara la adquisición de nuevas destrezas conceptuales y procedimentales.
 - Un proceso de observación sistemática de la maestra de los intercambios de información, que activaba un proceso de indagación orientado refinar afirmaciones, develar generalizaciones falsas y animar nuevas puestas en escena.

5. La manera en que los intercambios de información en la situación didáctica implementada en este trabajo, movilizó el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple directa, presentó las siguientes características:

- La situación didáctica no se desarrolla desde definiciones ostensivas de los isomorfismos de medida.
- El estudiante no se asume como autodidacta, puesto que se reconocen conocimientos y procedimientos localmente adaptados, algunos falsos y otros que constituyen obstáculos para el aprendizaje por lo cual la maestra debía hacer intervenciones desde los mismos intercambios de información que los estudiantes producían.
- Se aprovechó la memoria didáctica que proporcionaba tanto el juego como las situaciones de acción, formulación y validación emitidas por los estudiantes para que la intervención del docente tuviera sentido.
- Los procesos de corrección estaban orientados tanto por los estudiantes en la fase adidáctica como por el docente en la plenaria.
- La clase continuaba para el docente en actos de revisión y metacognición de lo sucedido en cada sesión.

Luego de establecer las anteriores conclusiones, orientadas a dar respuesta a la pregunta de investigación y a los objetivos propuestos, es importante hacer algunas reflexiones de lo que significó implementar la teoría de situaciones didácticas en el aula de clase:

- El profesor, se alejó de ser un docente explicador, con lo cual se pudo implementar un modelo didáctico socio-constructivista en la práctica, que no se quedará en el mero discurso, lo cual fue posible gracias a la fase a-didáctica que propone Brousseau en su teoría de situaciones didácticas.
- La propuesta que realiza Brousseau de una fase a-didáctica, generó una oportunidad para observar como aprenden y comunican sus ideas los estudiantes, además de crear un espacio para entender el estado de los aprendizajes de los estudiantes. Fue interesante observar que hasta los estudiantes de muy bajo rendimiento tenían aportes para que el grupo evolucionara, o entendiera mejor algún aspecto que se revelaba en el juego.
- En medio de la situación didáctica se respetó los ritmos de aprendizaje de los educandos y se entendió su nivel de conocimientos.
- En el proceso de implementación de esta situación didáctica, se presentó la oportunidad tanto de escuchar como de leer los intercambios de información, en la escritura salieron a relucir, cuestiones que tienen que ver con el uso de la lengua materna, problemas de coherencia, de segmentación de las palabras, omisión de letras y sílabas, uso de palabras con un significado totalmente diferente al que se quería otorgar en el problema; lo que impedía entender en muchas ocasiones lo que los chicos querían decir. Este suceso, llama la atención porque muestra el retraso cultural de los estudiantes y las deficiencias del proceso de enseñanza aprendizaje en el cual están inscritos.

- También sirvió, para observar que el orden en que se generaron los aprendizajes, lo establecieron los estudiantes de acuerdo al estado de sus comprensiones; fueron entendiendo paulatinamente la potencialidad de una operación sobre otra, crearon conceptos desde palabras que les significaban (multiplicantes) y les permitían entender el valor de unas palabras, denominadas numerales proporcionales.
- En ese sentido, Brousseau afirma que dicho orden parece oponerse a aquel donde los saberes son primero “reorganizados en discursos comunicables según el destinatario y luego solamente aplicados” (p.29) más aun advierte que no hay una ley que califique o descalifique uno u otro de estos procesos, por lo cual es necesario examinar las propiedades de cada uno, es decir, no echarlos a la borda simplemente por innovar.
- Quizá lo más valioso que se localizó en la descripción de los intercambios de información en la situación adidáctica, fue que la mayoría de los niños y niñas participantes, hacen una especie de recorrido epistemológico que va del conteo, a la suma, al agrupamiento y finalmente a la multiplicación para efectuar los cálculos del puntaje base en relación a los numerales multiplicativos. (ver *IIA-Class1*, *IIF-PLEN1-Class1* y *IIV- PLEN1- Class1*). Esto se considera valioso porque en la clase de grado quinto se supone como aprendizaje previo todo este recorrido.
- El intercambio de información entre los estudiantes al mismo tiempo, contribuyó a la conceptualización en matemáticas, una muestra de esto es el

valor tenía la multiplicación antes y después de la situación didáctica en sus estrategias de resolución de problemas con numerales proporcionales.

- Es posible en este momento concebir como conclusión que los niños requieren más que información matemática para enfrentarse al conocimiento, esto solo es posible advertirlo cuando observamos como ellos intercambian información. El intercambio de información revela el estado de sus comprensiones, los niños y niñas además de ir entendiendo paulatinamente la potencialidad de una operación sobre otra fueron comprendiendo el funcionamiento de su lengua materna para la formulación de problemas en los cuales debían establecer una relación entre los datos conocidos y desconocidos en una pregunta.
- Igualmente, esta información favoreció a que, en el proceso de formulación de problemas de proporcionalidad simple y directa, los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán obtuvieran una ganancia en su aprendizaje lo cual se observó tanto en la comunicación de saberes en situación adidáctica y en plenaria como en la aplicación final de la Prueba Pre-Post.

Sin embargo, es preciso decir que el funcionamiento a-didáctico no se puede prever, está completamente condicionado por los procesos de adaptación que los estudiantes tengan con el medio didáctico y al anclaje de los conocimientos nuevos a conocimientos antiguos de los estudiantes mismos.

Lo que sí podemos hacer es dejar que emerjan las necesidades y dificultades alrededor de un concepto, procedimiento o propiedad de los objetos matemáticos y proporcionar espacios de reflexión y retroalimentación entre pares y entre estudiantes

y docente, para que estos mejoren sus herramientas conceptuales y dialógicas, de modo que el aprendizaje de aquello que es factor de dificultad se movilice y se vuelva significativo.

Tampoco es posible advertir, el gusto que los estudiantes le van a encontrar a las actividades propuestas, antes de ponerla en funcionamiento. Es por ello que se debe indagar a los estudiantes sobre las cosas que les gustan, estar atentos cuando en la clase emerjan sus necesidades reales y ser flexible frente a ciertos cambios y adecuaciones que los estudiantes realicen a la clase, para mejorar su funcionamiento.

Tal como lo dice Brousseau (2007), “la matemática constituye el campo en el que el niño puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad” (p. 11) pero esa racionalidad es inicialmente social y para ello, se deben abrir espacios para la discusión, abrir esos espacios no es un paso fácil de dar, sobre todo en escuelas donde se desea que el aula de clase este en silencio; en este estudio se encontró que mientras los niños se acostumbran a debatir su forma de pensar toma tiempo para lo hagan de una manera adecuada y para que los principios dialógicos les ayuden a autorregularse.

Es preciso también advertir, que el docente tiene una tarea ardua, la de institucionalización. Esta, opera antes, durante la clase y más allá de ella, por lo cual el profesor debe ser intuitivo, observador sistemático, organizado, tener claro los conceptos, los procedimientos, los teoremas, no para dictarlos de manera generosa a sus estudiantes sino para regular su aprendizaje, desde el conocimiento del estado de los aprendizajes de los estudiantes, los giros que se pueden presentar con las

afirmaciones de estos y desde la devolución de preguntas que se adapten a su estado de conocimiento.

Sobre todo, porque en el acto mismo de conocer como lo dice Brousseau (2007) aparecen “una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones” (p.46), como en el caso del estudiante que dice *siempre que se repiten los números se multiplica*. (ver *IIF-PLN2-Class2* p.98). El docente no debe dejar pasar esto en una clase, aun cuando el tiempo de la clase haya culminado, se debe preparar para hacerle frente a la situación en la siguiente clase, hacer un proceso de metacognición que le permita entender el suceso y darle solución.

En cuanto al problema de los bajos desempeños en el planteamiento y resolución de problemas de proporcionalidad simple y directa, detectado en las pruebas saber, este va más allá de la simple actividad de cambiar el lugar donde aparece este conocimiento en el Plan de Área de matemática, la situación didáctica mostró en su diseño muchas variables a tener en cuenta, algunas con respecto al tipo de estructura matemática a la cual pertenecen, y otras desde el proceso de formulación y resolución de problemas y desde el tipo de intercambios de información se deben suscitar en situación didáctica.

Pero quizá, a lo que hay que prestar mayor atención, y en eso es útil pensarse con juicio y detenimiento el proceso de formulación de problemas, es al uso efectivo y a la comprensión que logran los estudiantes de su lengua materna. Ya que, en la implementación de esta situación didáctica, fue evidente en los intercambios de

información de ellos, unas necesidades que comprometen otras áreas del saber en el avance del proceso de comunicar adecuadamente las ideas, comprenderlas y conectarlas a la realidad que se estaba viviendo. Además de algunos vacíos conceptuales que no corresponden a las estructuras multiplicativas, pero que se pudieron abordar porque la metodología las hacía visibles.

Si bien es cierto que, con la implementación de esta situación didáctica, se mejoró la habilidad de los estudiantes para formular problemas de proporcionalidad simple y con ello a entender las relaciones que se establecen entre los datos; si se desean aprendizajes de mayor alcance, el proceso de formulación de problemas debe ubicarse en el centro de la actividad matemática. Porque éste, es fundamental para mejorar al mismo tiempo competencias lectoras y escritoras que contribuyan al proceso de comprensión y significación de los objetos matemáticos, Los cuales, sin importar en que registro de representación se encuentren, siempre están sujetos a una lectura en lengua materna.

También se puede decir que, alrededor del interés institucional de esta propuesta de intervención en el aula, se puede concluir que la teoría de situaciones didácticas establece un escenario que posibilita que la actividad del estudiante en el aula sea el centro del proceso de enseñanza – aprendizaje y motiva a los docentes a realizar un movimiento de orden pedagógico, a planear desde una reflexión aunada a su práctica, al estado de sus conocimientos, al proceso de investigar y a una labor desde los problemas propios de su aula de clase. También lo invita a modificar el currículo existente para adaptarlo a aquello que ha descubierto como factor de dificultad.

Finalmente, es posible recomendar esta apuesta didáctica en el aula de clase, puesto que permite que la labor docente sea sobre todo para la transformación cultural, más que para llenar a los estudiantes de unos contenidos inconexos con su propia realidad.

Asimismo, porque contribuye a llenar de sentido la actividad de los estudiantes en el aula de clase, mejorando su participación al mismo tiempo que su comprensión de los conocimientos que tienen lugar en la clase.

10 Anexos

Anexo 1. Instrumento A

CUESTIONARIO SOCIODEMOGRÁFICO GRADO 5°, 7° y 9°		
<p>¿Eres hombre o mujer?</p> <p>1 <input type="radio"/> Hombre <input type="radio"/> Mujer</p>	<p>Marca cuáles de los miembros de tu hogar trabajan</p> <p>-Puedes rellenar varias opciones-</p> <p>8 <input type="radio"/> Tu padre, padrastro o padre adoptivo <input type="radio"/> Tu madre, madrastra o madre adoptiva <input type="radio"/> Tus hermanos o hermanas mayores <input type="radio"/> Tus hermanos o hermanas menores <input type="radio"/> Otras personas de tu familia</p>	<p>Sin contar, periódicos, revistas y tus libros del colegio, ¿cuántos libros hay en tu casa o apartamento?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>14 <input type="radio"/> 0 a 10 libros <input type="radio"/> 11 a 25 libros <input type="radio"/> 26 a 100 libros <input type="radio"/> Más a 100 libros</p>
<p>¿Cuántos años tienes?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>2 <input type="radio"/> 9 años o menos <input type="radio"/> 10 años <input type="radio"/> 11 años <input type="radio"/> 12 años o más</p>	<p>¿De qué tipo de material están hechos la mayoría de los pisos de tu vivienda?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>9 <input type="radio"/> Alfombra o tapete, madera pulida o mármol <input type="radio"/> Baldosa, tableta <input type="radio"/> Cemento, gravilla, tabla o tablón <input type="radio"/> Tierra o arena</p>	<p>Marca cuáles de las siguientes actividades realizaste con tu familia durante los últimos 12 meses</p> <p>-Puedes rellenar varias opciones-</p> <p>15 <input type="radio"/> Asistir a conciertos, recitales, presentaciones de música <input type="radio"/> Visitar ferias y exposiciones artesanales <input type="radio"/> Asistir a carnavales o fiestas municipales <input type="radio"/> Visitar parques, reservas naturales y zoológicos <input type="radio"/> Ir al circo <input type="radio"/> Visitar parques de juegos o de diversiones <input type="radio"/> Ver títeres o ir al teatro <input type="radio"/> Visitar museos o casas de la cultura <input type="radio"/> Ir a la biblioteca <input type="radio"/> Ir al cine</p>
<p>¿Tienes hermanos o hermanas menores de 17 años que NO están estudiando?</p> <p>3 <input type="radio"/> Sí <input type="radio"/> No</p>	<p>¿De qué tipo de material están hechas la mayoría de las paredes de tu vivienda?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>10 <input type="radio"/> Bloque o cemento <input type="radio"/> Madera <input type="radio"/> Otro</p>	<p>¿Cuáles de las siguientes actividades has realizado durante los últimos 12 meses?</p> <p>-Puedes rellenar varias opciones-</p> <p>16 <input type="radio"/> Asistir a cursos o talleres de música, danza, pintura o teatro <input type="radio"/> Asistir a una escuela o club deportivo (por ejemplo, cursos de natación, patinaje, escuela de fútbol, etc.)</p>
<p>Marca con quiénes de estas personas vives,</p> <p>-Puedes rellenar varias opciones-</p> <p>4 <input type="radio"/> Tu padre, padrastro o padre adoptivo <input type="radio"/> Tu madre, madrastra o madre adoptiva <input type="radio"/> Tus hermanos o hermanas mayores <input type="radio"/> Tus hermanos o hermanas menores <input type="radio"/> Otras personas de tu familia <input type="radio"/> Personas que no son de tu familia</p>	<p>¿Con qué tipo de sanitario cuenta tu vivienda? -Rellena solo una opción-</p> <p>11 <input type="radio"/> Está conectado al alcantarillado. <input type="radio"/> Está conectado a un pozo séptico. <input type="radio"/> No hay servicio de sanitario.</p>	<p>¿Cada cuánto los adultos que viven contigo leen libros?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>17 <input type="radio"/> Nunca <input type="radio"/> Por lo menos una vez al año <input type="radio"/> Una o dos veces por mes <input type="radio"/> Una o dos veces por semana <input type="radio"/> Todos los días</p>
<p>Incluido tú, ¿cuántas personas viven en tu casa o apartamento?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>5 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 o más</p>	<p>¿En cuántos cuartos duermen las personas que viven contigo?</p> <p>-Rellena solo una opción-</p> <p>12 <input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 o más</p>	<p>¿Cada cuánto los adultos que viven contigo leen algún periódico o revista?</p> <p>- Rellena solo una opción-</p> <p>18 <input type="radio"/> Nunca <input type="radio"/> Por lo menos una vez al año <input type="radio"/> Una o dos veces por mes <input type="radio"/> Una o dos veces por semana <input type="radio"/> Todos los días</p>
<p>¿Cuál es el último nivel educativo alcanzado por tu padre, padrastro o padre adoptivo? -Rellena solo una opción-</p> <p>6 <input type="radio"/> No completó la primaria. <input type="radio"/> Completó la primaria. <input type="radio"/> No terminó el bachillerato. <input type="radio"/> Terminó el bachillerato. <input type="radio"/> Obtuvo un título técnico o tecnológico. <input type="radio"/> Obtuvo un título universitario. <input type="radio"/> No sé.</p>	<p>Marca cuáles de estas cosas tienen en tu casa o apartamento.</p> <p>-Puedes rellenar varias opciones-</p> <p>13 <input type="radio"/> Televisión por cable o satelital <input type="radio"/> Calentador o ducha eléctrica <input type="radio"/> DVD <input type="radio"/> Homo microondas <input type="radio"/> Teléfono celular con conexión a Internet <input type="radio"/> Carro <input type="radio"/> Nevera <input type="radio"/> Computador <input type="radio"/> Lavadora de ropa <input type="radio"/> Internet <input type="radio"/> Un escritorio solo para estudiar</p>	
<p>¿Cuál es el último nivel educativo alcanzado por tu madre, madrastra o madre adoptiva? -Rellena solo una opción-</p> <p>7 <input type="radio"/> No completó la primaria. <input type="radio"/> Completó la primaria. <input type="radio"/> No terminó el bachillerato. <input type="radio"/> Terminó el bachillerato. <input type="radio"/> Obtuvo un título técnico o tecnológico. <input type="radio"/> Obtuvo un título universitario. <input type="radio"/> No sé.</p>		

Fuente: Icfes (2014)

Anexo 2. Instrumento B

Prueba Pre-Post.

Nombre del Estudiante: _____

Fecha de aplicación: ___/___/2016 Grupo: 5-1

- Querido estudiante, a continuación, encontraras algunas preguntas con las cuales se desea caracterizar los saberes previos de los estudiantes de grado quinto de la IETI José Antonio Galán, alrededor del proceso de formulación de problemas de estructura multiplicativa. Por lo cual, es importante que respondas con sinceridad y de forma completa cada una de las preguntas.

- 1) Escriba una situación problema que se resuelva con el uso de la multiplicación de números naturales

- 2) Escriba una situación problema que se resuelva con el uso de la división de números naturales

Prueba Pre-Post.

- 3) El siguiente problema se presenta con sus frases en desorden, organice el texto (o las frases) para poder construir su solución:

- a. cuántas habitaciones puede pintar
- b. Se necesita 2 litros de pintura por cada habitación.
- c. Jazmin tiene 33 litros de pintura
- d. Jazmin está pintando su casa.

- 4) Cuál de las siguientes situaciones se puede resolver con los datos que se encuentran en la tabla, explique su respuesta:

Jugos	Paquete de 4 unidades	Paquete de 6 unidades
Mandarina	\$3.200	\$4.800

- a) Cuánto cuestan 10 unidades de jugo de mandarina.
- b) Cuánto cuesta un jugo de mandarina
- c) El costo de 10 paquetes de jugo de mandarina
- d) El costo de un paquete de 6 unidades.
- e) Todas las anteriores
- f) Ninguna de las anteriores

- 5) Relacione las cantidades que hay en la columna A con cada una de las palabras que están en la columna B.

Columna A

8
5
1
3
2
6
7
9
10
4

COLUMNA B

Doble
Décuplo
Cuádruple
Quintuple
Séptuple
Triple
Nónuplo
Octuplo

Prueba Pre-Post.

6) En Cada una de los problemas que se dan a continuación, responda:

- a) ¿Cuáles son los datos del problema?
- b) ¿Qué operación es necesaria para resolver el problema?
- c) ¿Cuál es la pregunta?
- d) Establezcan la relación entre los datos dados y la pregunta

I. para llenar un balde con agua se necesitan 10 litros; ¿cuántos litros de agua se necesitan para llenar el triple de baldes?

- a)
- b)
- c)
- d)

II. Para llenar un balde con agua se necesitan 10 litros; ¿con 50 litros de agua cuantos baldes se pueden llenar?

- a)
- b)
- c)
- d)

III. Si hay 40 litros de agua para llenar 4 baldes y a cada uno se le deposita la misma cantidad. ¿Con cuántos litros de agua queda cada balde?

- a)
- b)
- c)
- d)

¡Muchas Gracias!

Anexo 3. Distribución por cuotas

Institución Educativa Técnica Industrial José Antonio Galán Distribución por cuotas para la conformación de equipos de trabajo en la situación didáctica Grado 5-1 Sede Rafael Zamorano							
Equipo 1	Cal.	Equipo 2	Cal.	Equipo 3	Cal.	Equipo 4	Cal.
E11-	4,9	E12-	4,7	E13-	4,5	E14-	4,3
E21-	2,0	E22-	2,4	E23-	2,5	E24-	2,5
E31-	3,8	E32-	3,8	E33-	3,7	E34-	3,7
E41-	3,5	E42-	3,4	E43-	3,3	E44-	3,3
Equipo 5	Cal.	Equipo 6	Cal.	Equipo 7	Cal.	Equipo 8	Cal.
E15-	4,0	E16 -	3,9	E17-	3,9	E18-	3,8
E25-	2,8	E26 -	2,8	E27-	3,0	E28-	3,0
E35-	3,7	E36 -	3,7	E37-	3,6	E38-	3,5
E45-	3,3	E46 -	3,3	E47-	3,3	E48-	3,2

Fuente: elaboración propia.

Nota: La distribución se realiza de acuerdo a la calificación (cal) obtenida por cada estudiante, en el área de matemáticas en el segundo periodo del calendario escolar 2016

Referencias:

- Alonso, J. C., Solano, M. A., Vera, R., & Gallego, A. I. (2007). 5. Caracterización socioeconómica de la comuna 4. Una mirada descriptiva a las comunas de Cali. Universidad Icesi. Cali: Colombia. http://www.icesi.edu.co/jcalonso/images/pdfs/Publicaciones/una_mirada_descriptiva_a_las_comunas_de_cali.pdf.
- Astolfi, J. P. (2003). Construcción de dispositivos didácticos. En J. P. Astolfi, & J. S. editor (Ed.), *Aprender en la Escuela* (págs. 129-174). Santiago de Chile, Chile.
- Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF, 1*.
- Bishop, A. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática. Universidad del Valle. Santiago de Cali. Colombia.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (traducción de Vilma Fregona). Buenos Aires, Argentina: libros del Zorzal, (Original en francés, 1997).
- Castro E. (2008). Pensamiento numérico y educación matemática. En J.M. Cardeñoso y M Peñas Conferencia en XIV Jornadas de investigación en el aula de matemáticas. (pp. 23-32), Granada. (2008), 23–32.
- Chacón, P. (2008). El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje ¿Cómo crearlo en el aula? *Nueva aula abierta, 16*(32-40). Tomado el 18 de julio de 2016 de: <http://www.grupodidactico2001.com/PaulaChacon.pdf>

- Crespillo, E. (2010). El Juego como Actividad de Enseñanza-Aprendizaje. *Revista Gibralfaro*.
Publicación Bimestral de Cultura. Año IX. II Época. Número 68. Agosto-octubre,
2010. Departamento de Didáctica de la Lengua y la Literatura. Facultad de Ciencias de
la Educación. Universidad de Málaga. ISSN 1696-9294
- D' Amore, B. (2006) La teoría de las situaciones didácticas. En *Didáctica de la Matemática*.
(243-247) (Trad. Ángel, Balderos). Didáctica Magisterio, Bogotá (Colombia).
(Original en italiano, 1999).
- Decroly, Ovide & Monchamp, E. (2002). *El juego educativo: iniciación a la actividad
intelectual y motriz*. Cuarta edición. Ediciones Morata. Madrid. ISBN 8471122162
- Escribano, A. (2004). *Aprender a enseñar: fundamentos de didáctica general*. 2da. Edición.
Cuenca: Universidad de Castilla-La Mancha.
- Ferrada, D., & Flecha, R. (2008). El modelo dialógico de la pedagogía: un aporte desde las
experiencias de comunidades de aprendizaje. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 34(1),
41-61. Tomado el 18 de julio de 2016 de: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052008000100003>
- Gálvez, G. (1994). La didáctica de las matemáticas. *Didáctica de Matemáticas. Aportes y
reflexiones.*, C. Parra, I. Saiz (comp.), Buenos Aires: Paidós Educador.
- ICFES. (2014). Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2014. ISBN de la versión
electrónica: 978-958-11-0632-5. Bogotá: Colombia. Tomado el 6 de febrero de 2015
de:

http://www.atlantico.gov.co/images/stories/adjuntos/educacion/lineamientos_muestra_l_censal_saber359_2014.pdf

Jomtien. (1990) World Conference on EFA, - Background Document (En inglés) Meeting Basic Learning Needs: A Vision for the 1990s.

Labarrere, A., Quintanilla, M. (2002). La Solución de Problemas Científicos en el Aula. Reflexiones desde los Planos de Análisis y Desarrollo. *Pensamiento Educativo*. Vol. 30), pp. 121-137.

Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Meirieu, P. (1997). *Aprender, Sí. Pero ¿Cómo?* (Traducción de Cristina Cherigny y Alba Oliveras). Segunda edición. Bailén, Barcelona: Ediciones OCTAEDRO, S.L., (Original en francés, 1987).

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Ediciones Magisterio.

_____ (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Documento No. 3. Bogotá, Colombia: Ediciones Magisterio.

Obando, G., Vasco, C. E., & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: Un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matematica Educativa*, 17(1), 59–81. <http://doi.org/10.12802/relime.13.1713>. Otero, M. R., Fanaro, M. D. L. Á., Sureda, P.,

- Llanos, V. C., & Arlego, M. (2014). *La Teoría de los Campos Conceptuales y la Conceptualización en el Aula de Matemática y Física*. Editorial Dunken.
- Penalva, M. Carmen, Posadas, José Adolfo, & Roig, Ana Isabel. (2010). Resolución y planteamiento de problemas: Contextos para el aprendizaje de la probabilidad. *Educación matemática*, 22(3), 23-54. Recuperado en 22 de junio de 2017, de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v22n3/v22n3a3.pdf>
- Pérez, D. A. Á. (2011). La hermenéutica y los métodos de investigación en ciencias sociales. *Estudios Filosóficos, Antioquia*, (44), 9-37. Encontrado el 8 de abril de 2016 en: <http://www.scielo.org.co/pdf/ef/np44/n44a02>.
- Piaget, J. (1969). *Los mecanismos de percepción*. Londres: El Rutledge & Kegan Paúl.
- Rizo, Celia; Campistrous, Luis. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2(2-3), pp. 31-45.
- Samperi, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill: México 4ª Edición ISBN: 970-10-5753-8
- Sadovsky, P. (s.f.). *Teoría de las situaciones didácticas*. Tomado el 12 de marzo de 2015 de https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf.
- Sfard, Anna. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfocomunicacional*. programa editorial Universidad del Valle. Cali: Colombia. 272p.
- Torres, L. (2003). *Didáctica de la aritmética I. (compilación)*. Cali: Colombia. 179p.

Vergnaud, Gérard. (1991) Problemas de tipo multiplicativo. (cap. 11). El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Mexico. Trillas. (reimp.2003), p.275.

_____ (2013). ¿Por qué la teoría de los campos conceptuales?. Revista Infancia y aprendizaje, 36(2), pp. 131-161.

Vigostky, L. S. (1985). Interacción entre enseñanza y desarrollo. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 318.

Zambrano, A. (2015). "Escuela y relación con el saber. Sentido, sujetos y aprendizajes"
Colombia: Editorial ICESI ISBN: 9789588936000